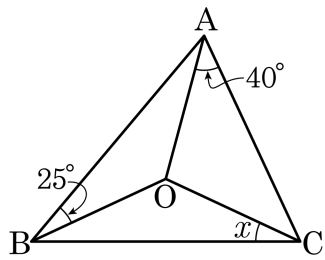


1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle CAO = 40^\circ$, $\angle ABO = 25^\circ$ 일 때, $\angle BCO$ 의 크기는?



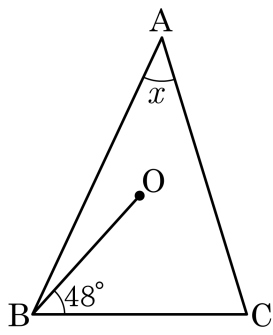
- ① 22° ② 35° ③ 20° ④ 30° ⑤ 25°

해설

$$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

2. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



- ① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

해설

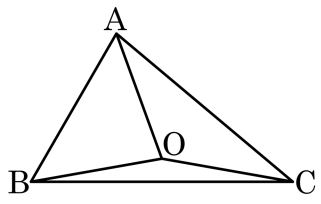
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 48^\circ$$

$$\angle BOC = 84^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 42^\circ$$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



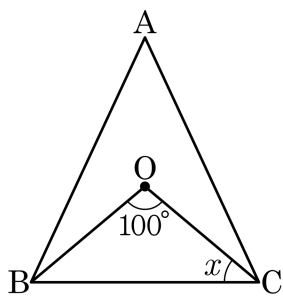
▶ 답: 1

▶ 정답 : 60°

해설

$$\angle ABC = 360^\circ \times \frac{3}{(2+3+4)} \times \frac{1}{2} = 60^\circ$$

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



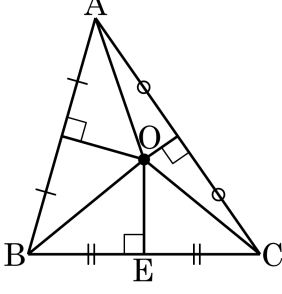
- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
 $\angle OBC = \angle OCB$
 $\therefore 2x + 100 = 180, x = 40$ 이다.

5. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ()안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



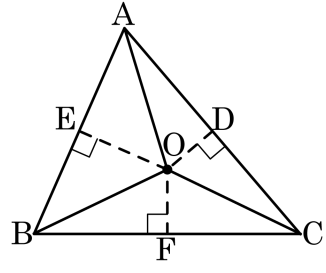
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} = (\quad)$,
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
 $\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
 $\overline{OB} = (\quad)$,
 $\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ$,
($\square$)는 공통인 변
 $\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ ($\square$ 합동)
 $\therefore \overline{BE} = (\quad)$
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

- ① $\neg$. $\overline{OB}$
- ② $\perp$. $\overline{OC}$
- ③ $\sphericalangle$. $\overline{OE}$
- ④ $\square$. SSS
- ⑤ $\square$. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

6. 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



- ①

$\triangle OBE \equiv \triangle OBF$
- ②

$\triangle OCF \equiv \triangle OCD$
- ③

$\triangle OBE \equiv \triangle OAE$
- ④

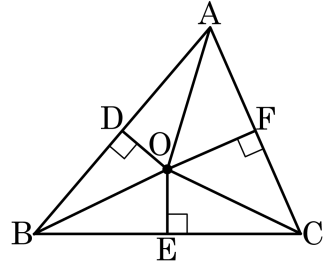
$\triangle AOD \equiv \triangle COD$
- ⑤

$\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle OAD = \angle OBD$

② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

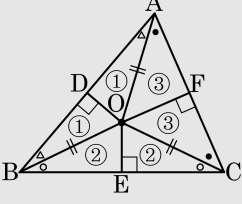
③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

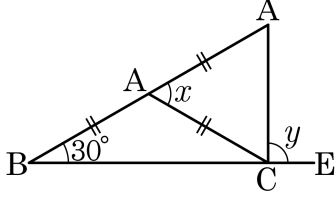
해설

그림에서 보듯이



1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 60^\circ \cdots \textcircled{1}$

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \textcircled{1})$

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

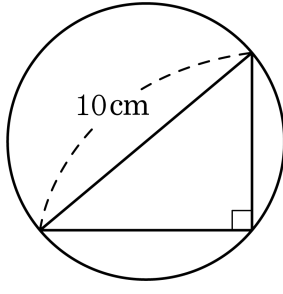
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$\therefore \angle y = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

9. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



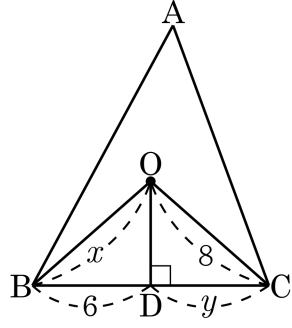
- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.

(외접원의 반지름의 길이) = $\frac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

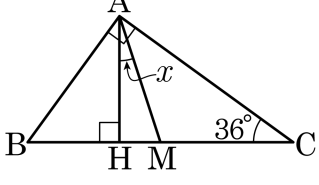


- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로
 $x = 8$, $y = 6$, $x + y = 14$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \cdots \text{㉠}$

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.

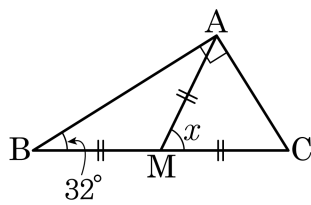
$\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \cdots \text{㉡}$

$\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

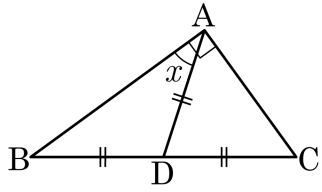
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)

$\angle MBA = \angle MAB = 32^\circ$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

13. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

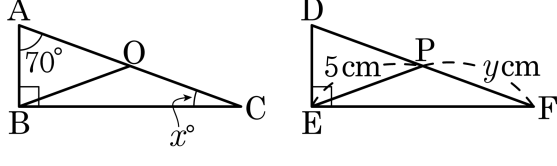


- ① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
 $\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)
 $\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)
 $\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
 $\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$
 $\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$

14. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



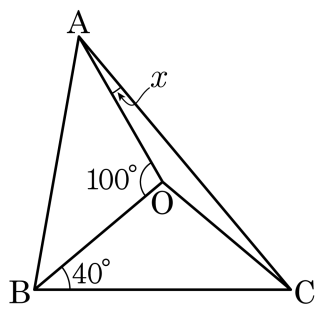
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
 $\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70^\circ$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40^\circ$ 이다.
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)
 $\angle OBC = \angle OCB$
 $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$
 $\therefore \angle OCB = (180^\circ - 140^\circ) \div 2 = 20^\circ$
 $x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
 $\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x + y = 25$ 이다.

15. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

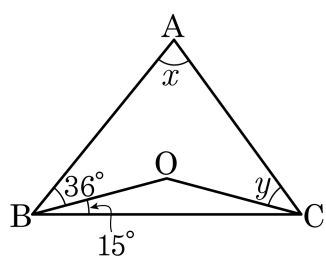


- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$, $\angle OBA = 40^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \angle x = 10^\circ$.

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: — ○

▶ 정답 : 36°

해설

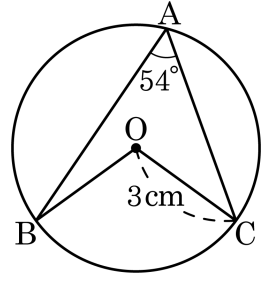
$$2\angle OAC = 180^\circ - (36^\circ \times 2 + 15^\circ \times 2) = 78^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 39^\circ = \angle y$$

$$\angle x = 36^\circ + 39^\circ = 75^\circ$$

$$\angle x - \angle y = 75^\circ - 39^\circ = 36^\circ$$

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

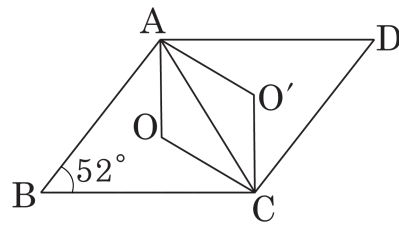
▷ 정답 : 6.3π cm²

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 108^\circ$
(색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned} &= \pi \times 3^2 \times \frac{108^\circ}{360^\circ} \\ &= 6.3\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

18. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52^\circ$ 이고 점 O, O' 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

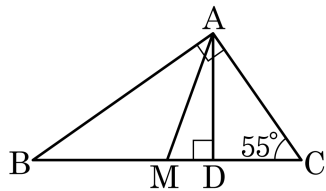


- ① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$
 이때, $\square OAO'C$ 는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180^\circ$
 따라서 $\angle OAO' = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$

19. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, BC의 중점을 M이라 하자. $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

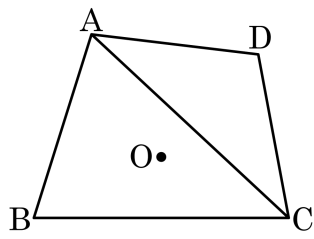


- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
 $\angle ABM = 35^\circ$, $\angle DAC = 35^\circ$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
 $\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35^\circ$
 $\angle AMB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$
 $\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$

20. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다.
 $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 180°

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면
점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두
이등변삼각형

$$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$$

$$\therefore \angle AOC = 2x$$

점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형

$$\angle OAD = \angle ODA, \angle ODC = \angle OCD$$

□AOCD 에서

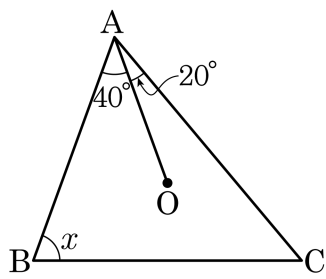
$$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360^\circ - \angle AOC$$

$$2y = 360^\circ - 2x \quad x + y = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

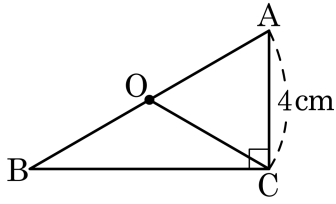
해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

$\angle OAC = \angle OCA = 20^\circ$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$

따라서 $x = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?

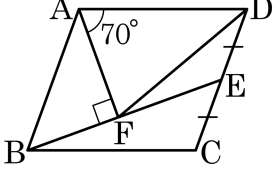


- ① 10°
- ② 20°
- ③ 30°
- ④ 40°
- ⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.
따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 30^\circ$

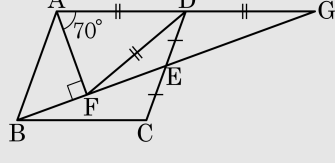
23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

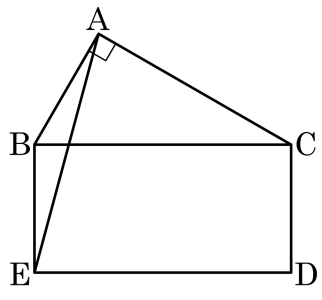
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
 $\triangle BCE \equiv \triangle GDE$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
 $\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는
 빗변 AG 의 중점이다.
 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
 $\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

24. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직각삼각형 이고, 사각형 BCDE 는 가로 의 길이가 세로 의 길이의 2 배인 직사각 형일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: —

▷ 정답 : 15 _

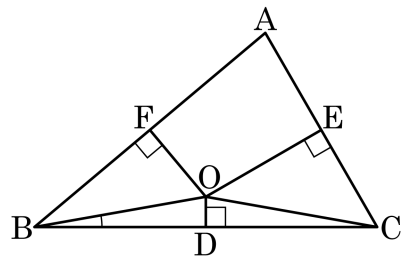
해설

$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면 점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

이때, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이고, $\angle ABM = 60^\circ$ 이다.

또, 사각형 BCDE 는 가로 길이가 세로 길이의 2 배인 직사각형이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 150^\circ$

- 25.** 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle OBC = 10^\circ$ 일 때, $\angle OCA$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 50°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle OAB$ 에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10^\circ$
 $\triangle OCA$ 에서 $\angle OAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle OCA = \angle x$, $\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 80^\circ$
 $80^\circ + 2\angle x = 180^\circ$, $2\angle x = 100^\circ$
 $\therefore \angle x = 50^\circ$