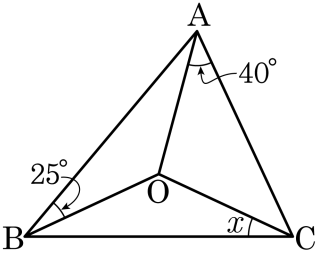
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle CAO = 40°$, $\angle ABO = 25°$일 때, $\angle BCO$의 크기는?



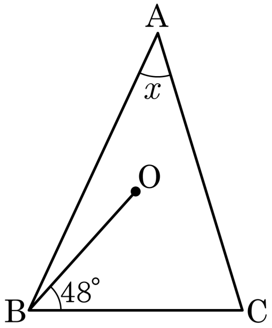
① $22°$ ② $35°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $25°$

해설

$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 25°$

2. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48°$이다. $\angle x$의 크기는?



① 40°　② 42°　③ 44°　④ 46°　⑤ 48°

해설

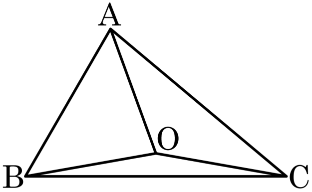
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 48°$

$\angle BOC = 84°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \dfrac{1}{2}\angle BOC = 42°$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



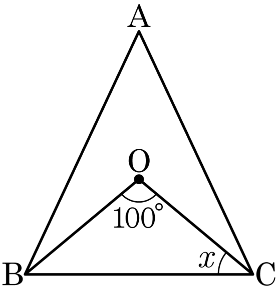
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$$\angle ABC = 360° \times \frac{3}{(2+3+4)} \times \frac{1}{2} = 60°$$

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



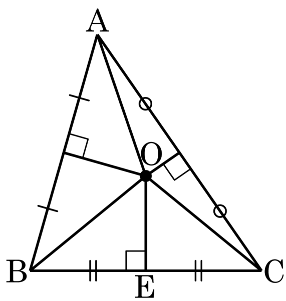
① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

5. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



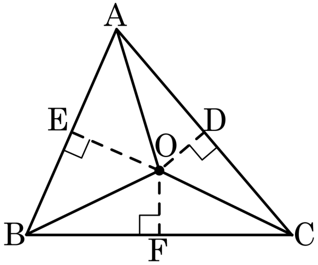
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

6. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$

② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$

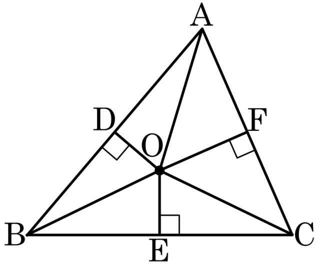
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① ∠OAD = ∠OBD

② △OAD ≡ △OBD

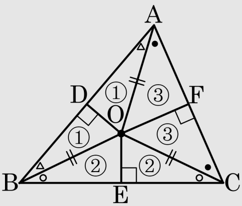
③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ △OCF ≡ △OCE

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

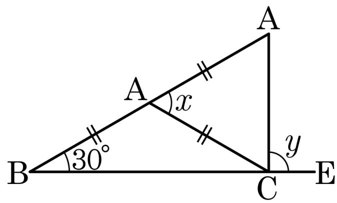
해설

그림에서 보듯이



1. △ADO ≡ △BDO
2. △BOE ≡ △COE
3. △AOF ≡ △COF

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 150°   ② 160°   ③ 170°   ④ 180°   ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 60^\circ \cdots$ ㉠

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ$ ($\because$ ㉠)

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

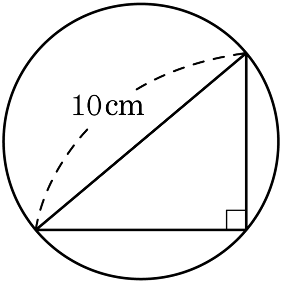
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$\therefore \angle y = 90^\circ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

9. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



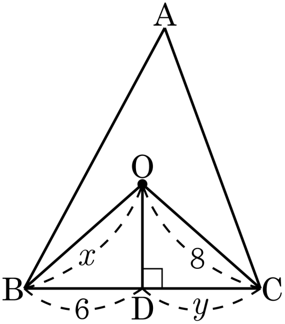
① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.

$$(\text{외접원의 반지름의 길이}) = \frac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\mathrm{cm})$$

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?



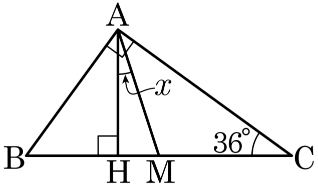
① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로

$x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

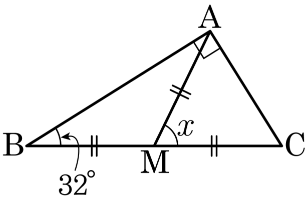
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $x = 18°$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

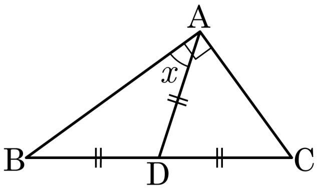
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$

$\angle MBA = \angle MAB = 32^\circ$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

13. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$

$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$

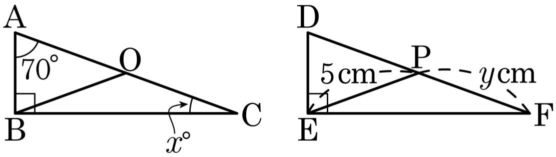
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2:3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2:3$

$$\angle BAD = \frac{2}{2+3}\times 90^\circ = \frac{2}{5}\times 90^\circ = 36^\circ$$

14. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



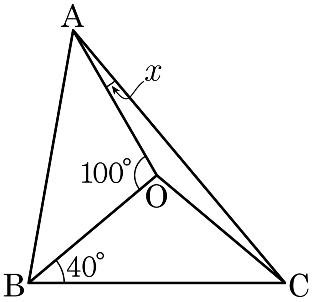
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA}=\overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB=\angle OBA=70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB=40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB}=\overline{OC}$)
$\angle OBC=\angle OCB$
$\angle BOC=180°-\angle AOB=180°-40°=140°$
$\therefore \angle OCB=(180°-140°)\div 2=20°$
$x=20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD}=\overline{PE}=\overline{PF}=5\text{cm}$
$\therefore y=5$
i), ii) 에서 $x+y=25$ 이다.

15. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



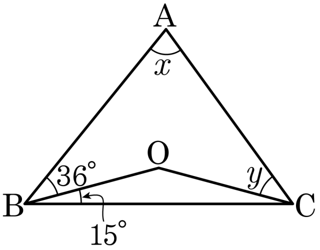
① $10°$　② $20°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore\ \angle x = 10°$.

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ________ °

▷ **정답 :** 36 °

해설

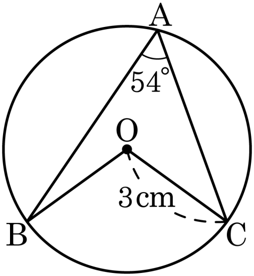
$$2\angle \mathrm{OAC} = 180° - (36° \times 2 + 15° \times 2) = 78°$$

$$\therefore \angle \mathrm{OAC} = 39° = \angle y$$

$$\angle x = 36° + 39° = 75°$$

$$\angle x - \angle y = 75° - 39° = 36°$$

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 6.3π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

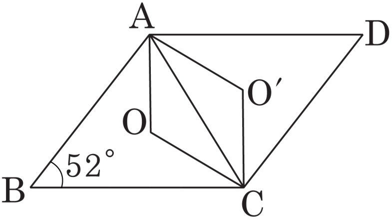
$\angle BOC = 2\angle A = 108°$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(\text{cm}^2)$$

18. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

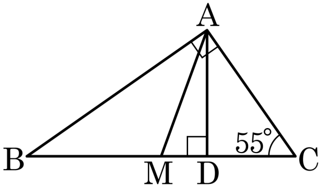
해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$

이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$

따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

19. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① $70°$ ② $75°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because$ $\overline{BM} = \overline{AM}$)

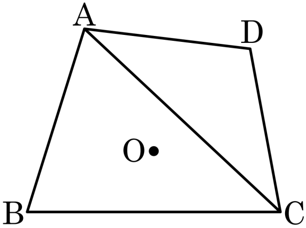
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

20. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



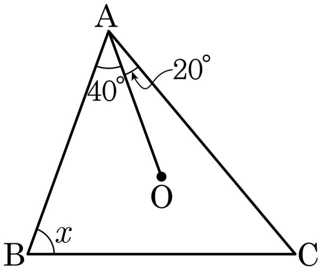
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : $180°$

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면
점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형
$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$
$\therefore\ \angle AOC = 2x$
점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형
$\angle OAD = \angle ODA,\ \angle ODC = \angle OCD$
$\square AOCD$ 에서
$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360°$ 이므로
$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360° - \angle AOC$
$2y = 360° - 2x,\ x + y = 180°$
$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180°$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

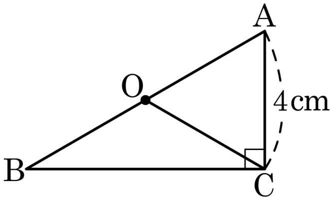


① $20°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 $180°$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=$ 12cm 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ 알 수 없다.

해설

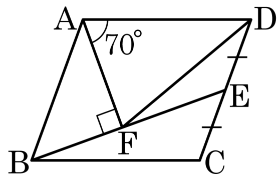
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$ 이고

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$ 이다.

따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$

$\therefore\ \angle ABC=30°$

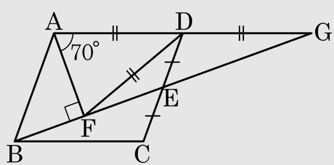
23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle\mathrm{DAF} = 70°$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{DFE} = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

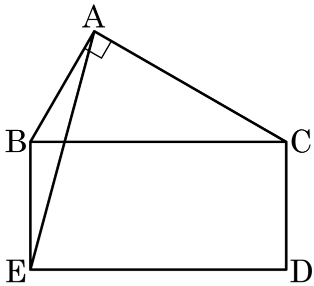
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle\mathrm{BCE} \equiv \triangle\mathrm{GDE}$(ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$,
$\triangle\mathrm{AFG}$ 는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{DF}}$
$\therefore \angle\mathrm{DFE} = 90° - \angle\mathrm{DFA} = 90° - \angle\mathrm{DAF} = 20°$

24. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90°$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직각삼각형이고, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



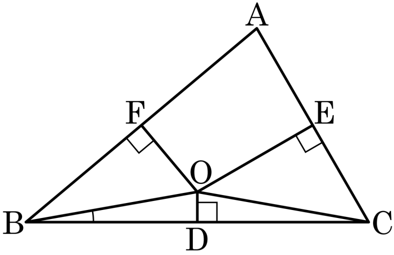
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면 점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
이때, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이고, $\angle ABM = 60°$ 이다.
또, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 150°$
$\therefore\ \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle OCA$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 50 °

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$

$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면

$\angle OCA = \angle x$, $\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 80°$

$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$

$\therefore\ \angle x = 50°$