

1. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
 의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할

때, abc 의 값은?

① -14

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 & \text{㉠} \\ x + 2y + z = 3 & \text{㉡} \\ x + y + 2z = 5 & \text{㉢} \end{cases}$$

㉠ + ㉡ + ㉢ 을 하면 $4(x + y + z) = 20$

$\therefore x + y + z = 5$ ㉣

㉠ - ㉣ 에서 $x = 7$

㉡ - ㉣ 에서 $y = -2$

㉢ - ㉣ 에서 $z = 0$

$\therefore a = 7, b = -2, c = 0$

$\therefore abc = 0$

2. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$5 = 1^2 + 2xy$$

$$\therefore xy = 2$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

5. 다음 연립방정식의 해를 $x = a$, $y = b$, $z = c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ x - y + 3z = -5 \\ 3x - 2y + z = 7 \end{cases}$$

① 1

② -1

③ 12

④ -3

⑤ 5

해설

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y + 3z = -5 \cdots \textcircled{㉡} \\ 3x - 2y + z = 7 \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 하면 $2x + 2z = -2$, $x + z = -1 \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉡} \times 2 - \textcircled{㉢}$ 하면 $-x + 5z = -17 \cdots \textcircled{㉥}$

$\textcircled{㉤}$, $\textcircled{㉥}$ 연립하면, $z = -3$, $x = 2$, $y = -2$

$\therefore a = 2$, $b = -2$, $c = -3$

$\therefore a + b + c = -3$

6. 방정식 $x^2 - 2xy + y^2 + |x + y - 2| = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 방정식을 정리하면 $(x - y)^2 + |x + y - 2| = 0$

이 때, $(x - y)^2 \geq 0$, $|x + y - 2| \geq 0$ 이므로

㉠이 성립하려면 $x - y = 0$, $x + y - 2 = 0$ 이어야 한다.

두 식을 연립하여 풀면 $x = 1$, $y = 1$

$\therefore xy = 1$

7. x 의 3차방정식 $x^3 - (3k+1)x + 3k = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 k 의 값들의 합은?

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{7}{5}$

③ $\frac{7}{4}$

④ $\frac{7}{3}$

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$$(x-1)(x^2+x-3k)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x^2+x-3k=0$$

여기에서 $x^2+x-3k=0$ 이 중근을 가질 때는 $D=1+12k=0$

$$\therefore k=-\frac{1}{12}$$

또, $x^2+x-3k=0$ 이 $x=1$ 이라는 근을 가져도 그 근은 중근이 되므로

$$1+1-3k=0$$

$$\therefore k=\frac{2}{3}$$

$$\therefore -\frac{1}{12} + \frac{2}{3} = \frac{-1+8}{12} = \frac{7}{12}$$

8. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 15 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 나머지 세 근 중 실근의 합은?

① -4

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 4

해설

두 허근은 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 나머지 두 실근을 α, β 라 하면

네 근의 합 : $(1 + 2i) + (1 - 2i) + \alpha + \beta = -2$

$\therefore$ 두 실근의 합 : $\alpha + \beta = -4$