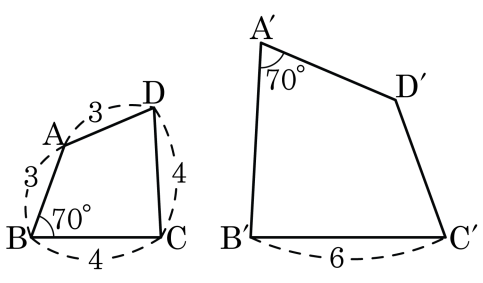
1. 다음 도형 중 항상 닮은 도형인 것은?

① 두 직육면체　② 두 이등변삼각형
③ 두 정삼각형　④ 두 원뿔
⑤ 두 마름모

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □A′B′C′D′ 일 때, □A′B′C′D′ 의 둘레의 길이를 구하여라.



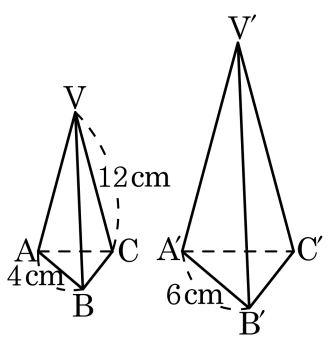
▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$\overline{BC} : \overline{B'C'} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이고 □ABCD 의 둘레의 길이가 $3 + 3 + 4 + 4 = 14$ 이므로 □A′B′C′D′ 의 둘레의 길이는 $2 : 3 = 14 : x$, $x = 21$ 따라서 $x = 21$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 삼각뿔 V – ABC 와 V′ – A′B′C′ 는 닮은 도형이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{VC} = 12\text{cm}$, $\overline{A'B'} = 6\text{cm}$,$\angle ACB = 52°$ 일 때, $\overline{V'C'}$ 의 길이와 $\angle A'C'B'$ 의 크기를 바르게 묶어둔 것은?



① 16cm, 50° ② 16cm, 52° ③ 17cm, 52°

④ 18cm, 50° ⑤ 18cm, 52°

해설

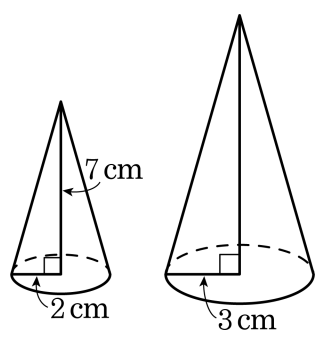
$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{VC} : \overline{V'C'}$

$4 : 6 = 12 : \overline{V'C'}$

$4\overline{V'C'} = 72$, $\overline{V'C'} = 18(\text{cm})$

$\angle A'C'B' = \angle ACB = 52°$

4. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 입체도형일 때, 큰 원뿔의 높이는?



① 5 cm ② 6 cm ③ $\frac{14}{3}$ cm

④ $\frac{21}{2}$ cm ⑤ $\frac{39}{4}$ cm

해설

큰 원뿔의 높이를 $h$cm라고 하면, 작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 2 : 3이므로

$2 : 3 = 7 : h$

$2h = 21$

$\therefore\ h = \frac{21}{2}$

5. △ABC와 △DEF가 다음 조건을 만족할 때, △ABC ∽ △DEF가 되지 않는 경우는?

① $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}}$

② $\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}}$, $\angle C = \angle F$

③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$

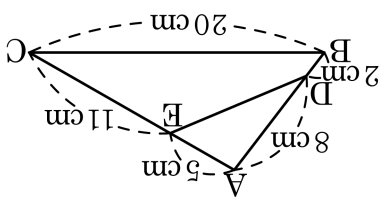
④ $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$, $\angle C = \angle F$

⑤ $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

해설

④ $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 끼인각의 $\angle B$이고, $\overline{DE}$와 $\overline{EF}$의 끼인각은 $\angle E$이므로, $\angle B = \angle E$일 때, SAS 닮음 조건에 의해 △ABC ∽ △DEF이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ cm

▷ 정답 : $\underline{10}$ cm

해설

$\angle A$는 공통

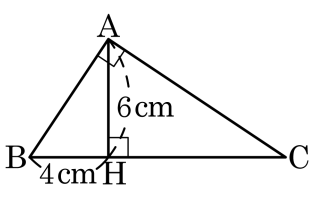
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(SAS닮음)

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$, $10 : 5 = 20 : \overline{DE}$

$\therefore \overline{DE} = 10(\text{cm})$

7. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이는 ?



① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 36cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 42cm^2

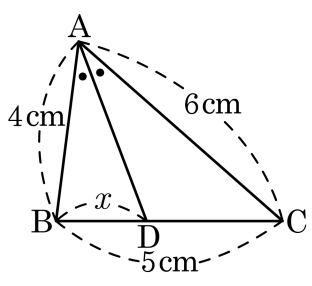
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

$36 = 4 \times \overline{CH}$, $\overline{CH} = 9(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle AHC$ 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같은 ∠ABC 에서 ∠A 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 6\text{cm}$ 라 한다. 이 때, x 의 길이는?



① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm

④ 3cm ⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$4 : 6 = x : (5 - x)$

$20 - 4x = 6x$, $x = 2(\text{cm})$

9. 다음에서 항상 닮음인 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정삼각형	㉡ 합동인 두 삼각형
㉢ 두 사다리꼴	㉣ 두 마름모
㉤ 두 정사각형	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

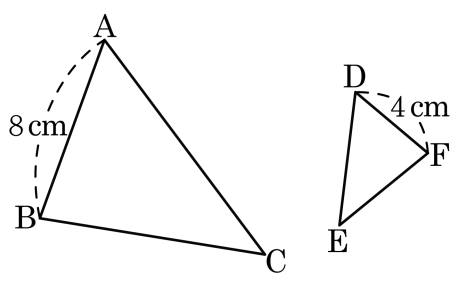
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 두 정삼각형은 항상 닮음이다. ㉡합동인 두 삼각형은 닮음비가 1 : 1 인 닮은 도형이다. ㉤ 두 정사각형은 항상 닮음이다.

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ 일 때, 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

㉠ 점 A에 대응하는 점은 점 D이다.

㉡ $\angle C$에 대응하는 각은 $\angle E$이다.

㉢ 변 AB에 대응하는 변은 변 DF이다.

㉣ $\overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1$

㉤ $\overline{BC} : \overline{DF} = 2 : 1$

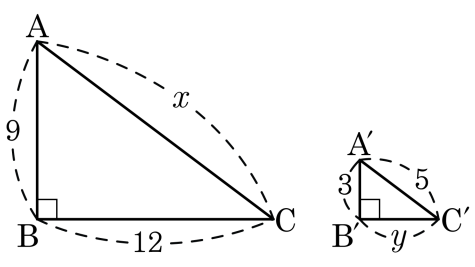
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$\overline{BC} : \overline{FE} = 2 : 1$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이다. $x-y$를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{AC} : \overline{A'C'}$ 이므로 $9 : 3 = x : 5$

$3x = 45$

$\therefore x = 15$

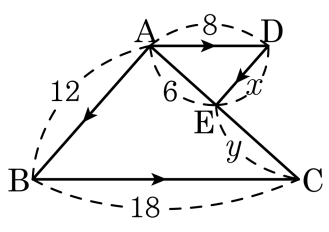
$\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ 이므로 $12 : y = 3 : 1$

$3y = 12$

$\therefore y = 4$

$\therefore x - y = 15 - 4 = 11$

12. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$일 때, 두 수 x , y의 곱 xy의 값을 구하면?



① 38 ② 40 ③ 42 ④ 48 ⑤ 52

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle EDA$에서 $\angle DAE = \angle ECB$(엇각) , $\angle B = \angle D$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{ED} : \overline{DA}$, $12 : 18 = x : 8$

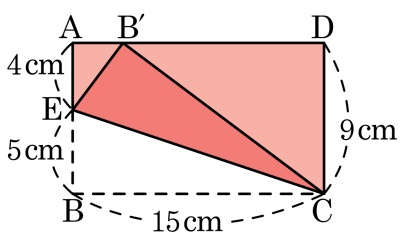
$x = \dfrac{16}{3}$

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{EA} : \overline{DA}$, $(6 + y) : 18 = 6 : 8$

$y = \dfrac{15}{2}$

따라서 $xy = \dfrac{16}{3} \times \dfrac{15}{2} = 40$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 점 B가 점 B′에 오도록 접은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB'}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 3 cm

해설

$\angle EB'C = \angle B = 90°$

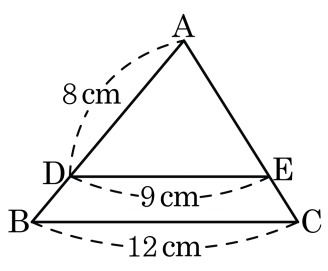
$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'C$ (AA닮음)

$\overline{B'C} = \overline{BC} = 15\,\text{cm}$

$5 : 15 = \overline{AB'} : 9$

$\overline{AB'} = 3(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 △ABC 에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



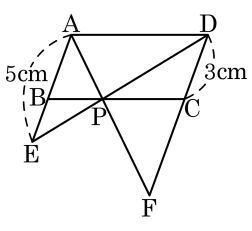
① $\frac{10}{3}$cm ② 4cm ③ $\frac{8}{3}$cm
④ 3cm ⑤ $\frac{24}{5}$cm

해설

$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 이므로 $9 : 12 = 8 : (8 + \overline{DB})$

$\therefore\ \overline{DB} = \frac{8}{3}\ (\text{cm})$

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, $\overline{AE} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\overline{CF} = 4.5\,\text{cm}$

해설

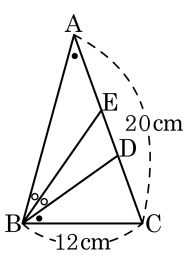
□ABCD 가 평행사변형 이므로 $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,(\text{cm})$ 이고, $\overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AB} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$ 가 된다. △EAD 에서 $\overline{AD} // \overline{BP}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{DP} : \overline{PE} = 3 : 2$ 가 되며,

△PAE ∽ △PFD 이므로 $\overline{PE} : \overline{PD} = \overline{AE} : \overline{FD}$, $2 : 3 = 5 : (3 + x)$, $2(3 + x) = 15$, $2x = 9$

따라서 $x = \dfrac{9}{2} = 4.5(\text{cm})$ 가 된다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAE = \angle CBD$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABD$ 의 이등분선이다. $\overline{AC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$

$20 : 12 = 12 : \overline{CD}$, $\overline{CD} = \frac{36}{5}$ (cm)

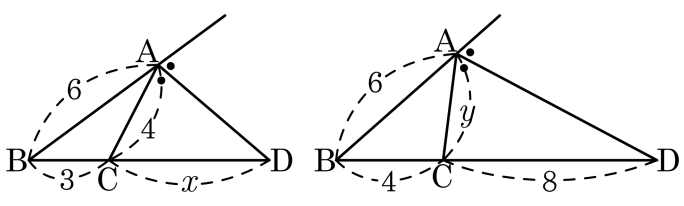
$\overline{AD} = \frac{64}{5}$ (cm)

$\overline{BD} : \overline{BA} = 3 : 5$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{AE} = 3 : 5$

$\therefore \overline{ED} = \frac{3}{8} \times \frac{64}{5} = \frac{24}{5}$ (cm)

17. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 가 $\angle \mathrm{A}$ 의 외각의 이등분선일 때, $x+y$ 의 값은?



① 4 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 20

해설

$6 : 4 = (x+3) : x$

$6x = 4x + 12$

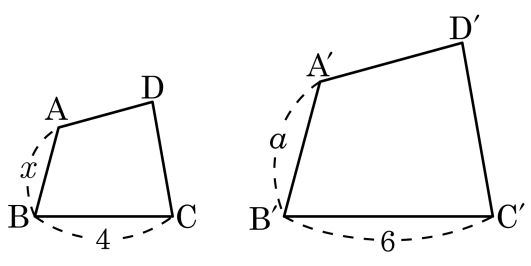
$\therefore x = 6$

$6 : y = 12 : 8$

$\therefore y = 4$

따라서 $x+y = 6+4 = 10$ 이다.

18. 다음 그림의 □ABCD와 □A′B′C′D′의 두 닮음 사각형에서 $\overline{AB}$의 길이를 a로 나타내면?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{1}{2}a$ ④ $\frac{3}{4}a$ ⑤ $\frac{3}{5}a$

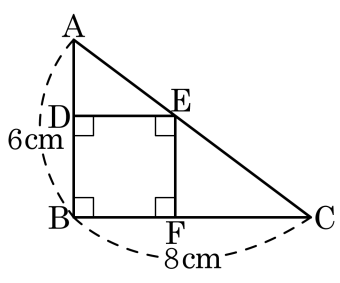
해설

□ABCD ∽ □A′B′C′D′ 이므로 $x : a = 4 : 6$

$6x = 4a$

$\therefore x = \frac{2}{3}a$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?

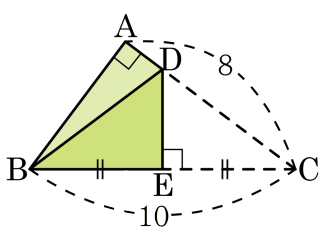


① $\frac{24}{7}\text{cm}$ ② $\frac{26}{7}\text{cm}$ ③ $\frac{7}{2}\text{cm}$
④ $\frac{9}{2}\text{cm}$ ⑤ $\frac{11}{3}\text{cm}$

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$는 공통
$\angle ADE = \angle ABC$ 이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
정사각형의 한 변의 길이를 x (cm) 라 하면
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$
$6 : 8 = (6 - x) : x$
$3 : 4 = (6 - x) : x$
$3x = 24 - 4x$
$\therefore\ x = \frac{24}{7}$

20. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?

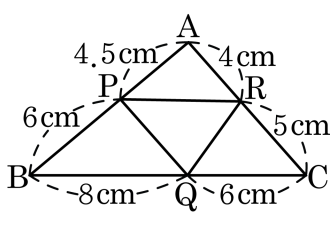


① $\frac{1}{5}$ ② 3 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$\angle C$ 는 공통, $\angle CED = \angle CAB$ 이므로
$\triangle CED \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)
$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{CD} : \overline{CB}$
$5 : 8 = \overline{CD} : 10$
$8\overline{CD} = 50 \quad \therefore \ \overline{CD} = \frac{25}{4}$
$\therefore \ \overline{AD} = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$

21. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

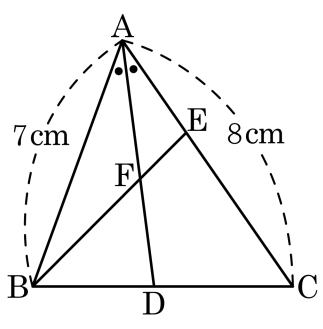
㉠ △APR ∽ △ACB
㉡ $\overline{PR} // \overline{BC}$
㉢ $\overline{PQ} // \overline{AC}$
㉣ △CRQ ∽ △CAB
㉤ △BQP ∽ △BCA

① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉢$\overline{BP} : \overline{PA} = \overline{BQ} : \overline{QC}$라면, $\overline{PQ}//\overline{AC}$이다.
$6 : 4.5 = 8 : 6$ 이므로 $\overline{PQ}//\overline{AC}$ 이다.
㉤ $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{BQ} : \overline{BC} = 4 : 7$, ∠B 는 공통이므로 △BQP ∽ △BCA (SAS 닮음) 이다.

22. 다음 그림에서 넓이가 80cm^2 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle ABF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

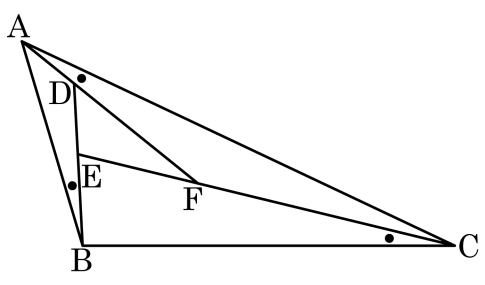
▷ 정답: $21\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AE} = 3\text{cm}$
$\triangle ABE$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{AF}$ 이므로
$\overline{BF} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{AE} = 7 : 3$

$$\therefore \triangle ABF = \frac{7}{10}\triangle ABE = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle ABC\right)$$
$$= \frac{21}{80}\triangle ABC = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\text{cm}^2)$$

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABD = \angle BCE = \angle CAF$ 이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{AC} = 27$, $\overline{DE} = 4$ 일 때, $\overline{DF} \times \overline{EF}$ 를 구하여라.



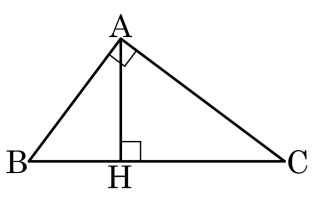
▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\angle ABD = \angle BCE = \angle CAF = x$, $\angle FCA = y$, $\angle BEC = z$ 라 하면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
$\angle B = \angle E = x + z$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
$\angle C = \angle F = x + y$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
그러므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$
$12 : 4 = 21 : \overline{EF} = 27 : \overline{DF}$
따라서 위 비례식을 풀면
$\overline{EF} = 7$, $\overline{DF} = 9$ 이므로 $\overline{DF} \times \overline{EF} = 63$ 이다.

24. 다음 그림의 직각삼각형은 $\angle A$ 가 직각이다. 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때 $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{96}{25}$

해설

$\triangle AHB \backsim \triangle CAB$ 이므로 $\overline{HB} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{CB}$

$\therefore \overline{AB}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{CB} \cdots ㉠$

$\triangle AHC \backsim \triangle BAC$ 이므로 $\overline{HC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{BC}$

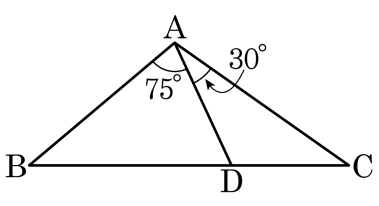
$\therefore \overline{AC}^2 = \overline{HC} \cdot \overline{BC} \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 각 변끼리 나누면 $\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2} = \frac{\overline{HB} \cdot \overline{CB}}{\overline{HC} \cdot \overline{BC}} = \frac{\overline{HB}}{\overline{HC}} = \frac{9}{16}$

$\triangle AHB$ 와 $\triangle AHC$ 의 높이가 같으므로 넓이의 비는 밑변의 비 $\overline{BH} : \overline{HC} = 9 : 16$ 과 같다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$ 이므로 $\triangle AHC$ 의 넓이는 $6 \times \frac{16}{25} = \frac{96}{25}$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 점 D 는 $\overline{BC}$ 를 꼭짓점 B 로부터 7 : 3 로 나누는 점이다.



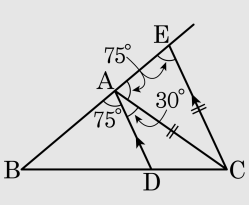
$\overline{AD} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 직선 AB의 연장선과 만나는 점을 E라 한다.



$\overline{AD}//\overline{EC}$이므로 $\angle BAD = \angle AEC = 75°$ (동위각)
$\angle CAE = 180° - (75° + 30°) = 75°$
따라서 △CAE는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{CA} = \overline{CE} \cdots ㉠$
또, △BCE에서 $\overline{AD}//\overline{EC}$이므로
$\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BD} : \overline{BC}$
$14 : \overline{EC} = 7 : 10$
$\therefore\ \overline{CE} = 20(\text{cm})$
따라서 ㉠에 의해 $\overline{AC} = 20(\text{cm})$이다.