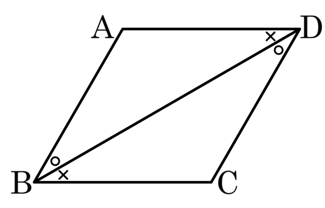
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

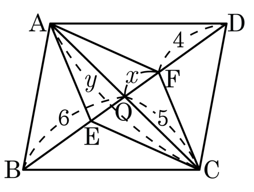
해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

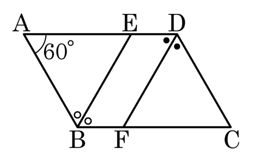
▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 10$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로 $y = 2 \times 5 = 10$ 이고 $x + 4 = 6$, $x = 2$

3. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

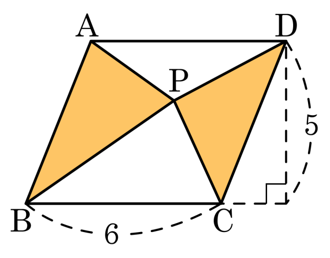
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡았을 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
평행사변형의 넓이가 $5 \times 6 = 30$ 이므로
$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

5. 다음은 '직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 말로 옳은 것은?

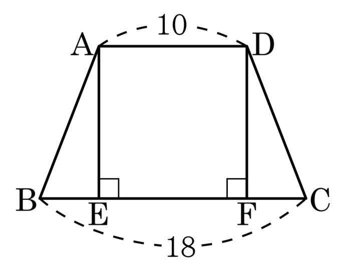
(가정) $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
$\boxed{}$
따라서, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

① 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.
② 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.
③ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
④ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.
⑤ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

해설

(가정) $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

6. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 만나는 점을 각각 E, F라고 한다. $\overline{AD}=10$, $\overline{BC}=18$일 때, $\overline{CF}$의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

△ABE ≡ △DCF는 RHA 합동이다.
따라서 $\overline{BE}=\overline{CF}$이므로 $\overline{EC}=(18-10)\div 2=4$이다.

7. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

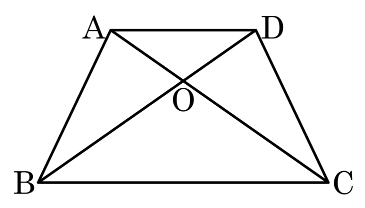
대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형
② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모
③ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형
⑤ 마름모, 정사각형

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

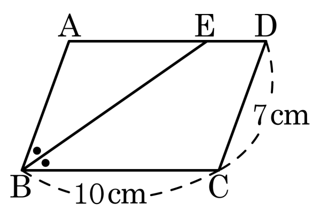


① 148　　② 150　　③ 162　　④ 175　　⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$
$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



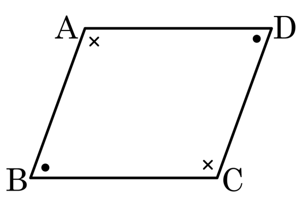
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 7(\mathrm{cm})$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 7 = 3(\mathrm{cm})$

10. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{\text{㉠}}$

$\angle A = \angle C = a$

$\boxed{\text{㉠}} = b$라 하면

$2a + 2b = \boxed{\text{㉡}}$

$\therefore a + b = \boxed{\text{㉢}}$

$\boxed{\text{㉣}}$의 합이 $180°$이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\boxed{\text{㉤}}$

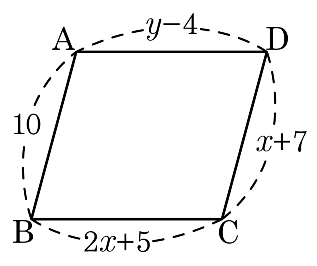
① ㉠ : $\angle B = \angle D$ ② ㉡ : $360°$ ③ ㉢ : $180°$

④ ㉣ : 엇각 ⑤ ㉤ : $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

동측내각의 합이 $180°$이다.

11. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

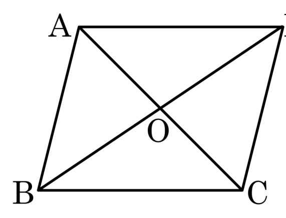


① $x=4,\ y=15$　② $x=3,\ y=16$　③ $x=4,\ y=16$
④ $x=3,\ y=15$　⑤ $x=5,\ y=12$

해설

$10=x+7,\ y-4=2x+5$이므로
$x=3,\ y=15$이다.

12. □ABCD 가 항상 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

② $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$

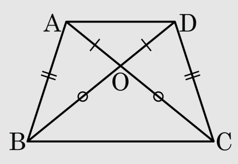
③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,\text{cm}$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 7\,\text{cm}$

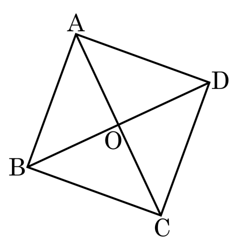
해설

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle A = 90°$ 가 된다. 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

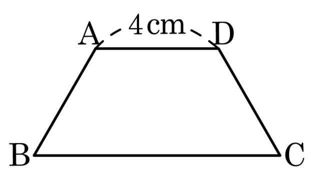


① 직사각형
② 평행사변형
③ 마름모
④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 $90°$ 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
∴ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

14. 등변 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 일 때, $\angle C$ 를 구하시오.

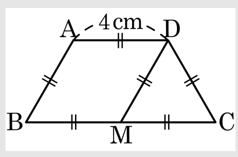


▶ 답 : _°_

▷ 정답 : 60_°_

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 M 을 잡으면,
다음의 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DM}$



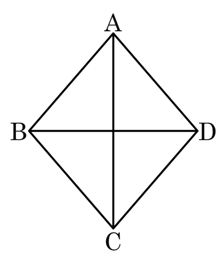
따라서 $\triangle DMC$ 는 정삼각형이므로 $\angle C = 60°$ 이다.

15. □ABCD가 평행사변형일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$이면 마름모이다.
② $\angle A = 90°$이면 직사각형이다.
③ $\angle ABD = \angle DBC$이면 마름모이다.
④ $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 정사각형이다.
⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 정사각형이다.

해설
$\angle B = 90°$이고, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 직사각형일 수도 있다.

16. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

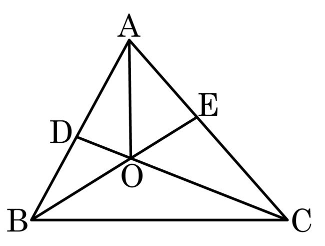
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$ 이다. $\triangle EOC$의 넓이가 8cm^2일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



① 20cm^2　② 24cm^2　③ 28cm^2
④ 32cm^2　⑤ 35cm^2

해설

$\triangle EOC$와 $\triangle COB$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \dfrac{2}{2+3} = 8(\text{cm}^2)$

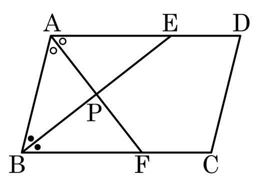
$\therefore \triangle CBE = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle ABE$와 $\triangle BCE$에서 높이는 같고 밑변은 $3 : 4$이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \dfrac{4}{3+4} = 20(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC = 35\text{cm}^2$

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AEB + \angle AFB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 90°

해설

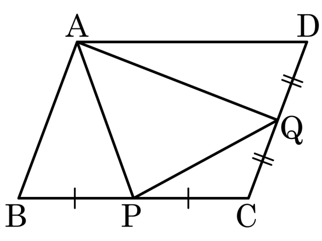
$\angle A + \angle B = 180^\circ$

$\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AEB = 180^\circ$

$\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle AFB = 180^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle AEB + \angle AFB &= 360^\circ - \frac{3}{2}(\angle A + \angle B) \\ &= 360^\circ - 270^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

19. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답: ＿＿＿＿＿＿ cm^2

▷ 정답: 24 cm^2

해설

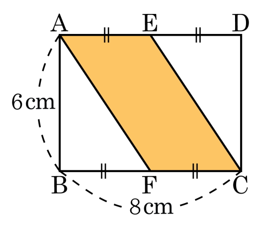
$\triangle APQ = \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ$

$= 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{8} \times 64$

$= 64 - 16 - 16 - 8$

$= 24\left(\text{cm}^2\right)$

20. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?

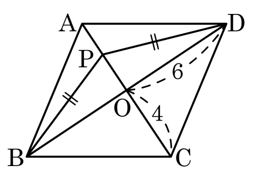


① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AE} // \overline{FC}$ 하므로
□AFCE 는 평행사변형이다.
$\overline{CF} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

21. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{DP}}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{\mathrm{OP}}$ 는 공통, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$ 이고 $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{DP}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{BPO} \equiv \triangle\mathrm{DPO}$ (SSS 합동)

$\triangle\mathrm{APB}$ 와 $\triangle\mathrm{ADP}$ 에서 $\overline{\mathrm{AP}}$ 는 공통이고

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{DP}}$ 이고,

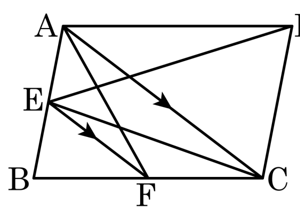
$\angle\mathrm{APB} = \angle\mathrm{APD}$ 이므로 $\triangle\mathrm{APD} \equiv \triangle\mathrm{APB}$ (SAS 합동)

따라서 $\angle\mathrm{PAB} = \angle\mathrm{PAD}$ 이다.

따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle\mathrm{AOD} = 90°$ 이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$이고 $\triangle AED$의 넓이가 $20cm^2$일 때, $\triangle ACF$의 넓이는?

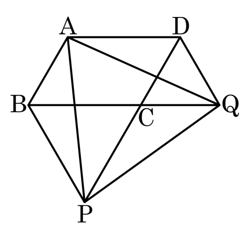


① $16cm^2$　② $18cm^2$　③ $20cm^2$
④ $22cm^2$　⑤ $24cm^2$

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle AED = \triangle ACE$이다.
$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle ACF = \triangle ACE$이다.
$\therefore\ \triangle ACF = 20(cm^2)$

23. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 BPC 와 CQD 를 그렸다. $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 6 cm

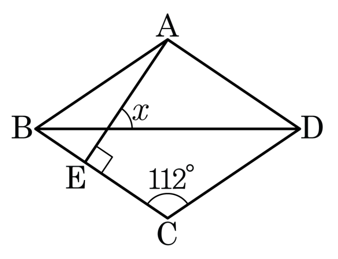
해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle QDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QD}$, $\overline{BP} = \overline{DA}$
$\angle QDA = \angle ABP$
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle QDA$ (SAS 합동) $\cdots$ ①
$\triangle ABP$ 와 $\triangle QCP$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$

$$\begin{aligned}\angle QCP &= 360° - 60° - 60° - \angle DCB \\ &= 240° - (180° - \angle ABC) \\ &= 60° + \angle ABC \\ &= \angle ABP\end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle QCP$ (SAS 합동) $\cdots$ ②
①, ②에서 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 6$ (cm) 이다.

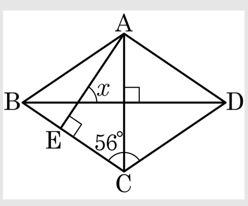
24. 아래 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 이고 $\angle C = 112°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad °}$

▷ 정답 : $56\underline{°}$

해설

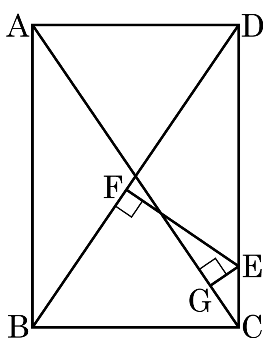


그림에서 $\angle ACD = \frac{1}{2}\angle BCD = 56°$

따라서 $\triangle AEC$ 에서 $\angle EAC = 90° - 56° = 34°$

$\therefore\ \angle x = 90° - 34° = 56°$

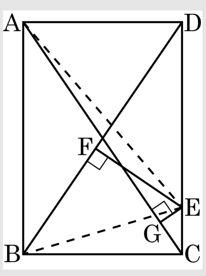
25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}}=a$, $\overline{\mathrm{DC}}=b$, $\overline{\mathrm{BD}}=c$ 이다. $\overline{\mathrm{CD}}$ 위에 임의의 한 점 E 를 잡고 점 E 에서 대각선 BD 와 AC 위에 내린 수선의 발을 각각 F, G 라 할 때, $\overline{\mathrm{EG}}+\overline{\mathrm{EF}}$ 를 a, b, c 를 사용하여 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{ab}{c}$

해설



$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{DC}}$ 이고

밑변이 $\overline{\mathrm{EC}}$ 로 공통이므로 $\triangle\mathrm{ECA}=\triangle\mathrm{ECB}$

$\triangle\mathrm{ECA}+\triangle\mathrm{EDB}=\triangle\mathrm{ECB}+\triangle\mathrm{EDB}=\triangle\mathrm{BCD}$

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{EG}}+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{EF}}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$

$\frac{1}{2}\times c\times\overline{\mathrm{EG}}+\frac{1}{2}\times c\times\overline{\mathrm{EF}}=\frac{1}{2}\times a\times b$

$c\times\overline{\mathrm{EG}}+c\times\overline{\mathrm{EF}}=a\times b$

$c\times(\overline{\mathrm{EG}}+\overline{\mathrm{EF}})=ab$

$\therefore\ \overline{\mathrm{EG}}+\overline{\mathrm{EF}}=\dfrac{ab}{c}$