1. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

② 한 내각의 크기가 직각이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

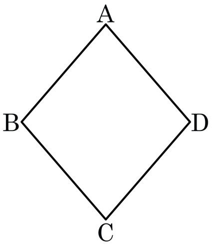
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 $180\degree$ 이므로 한 내각이 $90\degree$ 임을 증명할 수 있다.

2. 다음 □ABCD 가 마름모일 때, 옳은 것은?



① $\angle A = \angle B$ 이다.

② $\angle A < 90°$ 이다.

③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

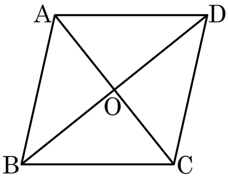
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 그 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 를 만족하고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC} + \overline{AD}$ 의 길이는?

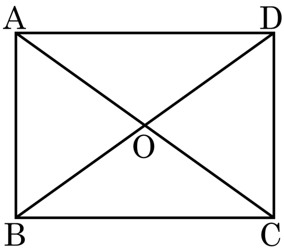


① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형 ABCD 가 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 를 만족하면 □ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} + \overline{AD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AB} = \overline{BC}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle AOD = \angle BOC$

④ $\angle AOB = \angle AOD$

⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$ 와 $\triangle AOD$ 에서 $\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

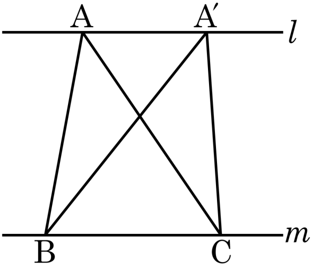
5. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

6. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $30 cm^2$ 일 때, $\triangle A'BC$ 의 넓이는?



① $10 cm^2$ ② $15 cm^2$ ③ $20 cm^2$

④ $25 cm^2$ ⑤ $30 cm^2$

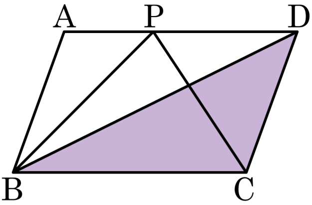
해설

삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으므로

$\triangle ABC = \triangle A'BC$

따라서 $\triangle A'BC$ 의 넓이는 $30 cm^2$ 이다.

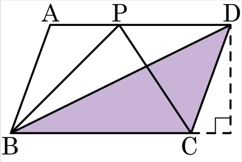
7. 다음 그림과 같이 □ABCD가 평행사변형이고 $\triangle PBC = 14\text{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이는?



① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2

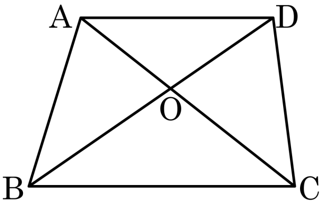
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle PBC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로
$\triangle DBC = \triangle PBC = 14(\text{cm}^2)$이다.

8. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\triangle ABC = 50\text{cm}^2$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$ 이다. 이 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① 25cm^2 ② 35cm^2 ③ 45cm^2

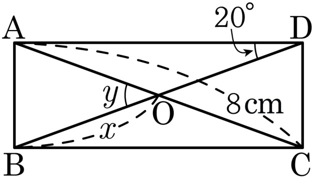
④ 55cm^2 ⑤ 65cm^2

해설

$\triangle ABC = \triangle DBC$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC$

$\therefore\ \triangle OBC = 50 - 15 = 35(\text{cm}^2)$

9. 다음 직사각형 ABCD 의 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?



① 2cm, 30°　　② 3cm, 30°　　③ 3cm, 40°

④ 4cm, 30°　　⑤ 4cm, 40°

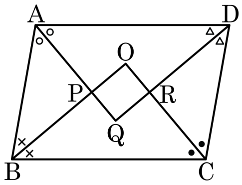
해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BO} = x = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{8}{2} = 4(\text{cm})$

$\angle ADO = \angle DAO$, 삼각형의 외각의 성질을 이용하여

$\angle y = \angle ADO + \angle DAO = 20° + 20° = 40°$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선으로 만들어지는 사각형 OPQR은 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형

④ 평행사변형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

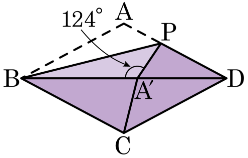
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$ 이다.

따라서 $\angle AQD$에서 $\angle AQD = 180° - 90° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

11. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 가 대각선 BD 위에 오도록 접은 것이다. $\angle BA'P = 124°$ 일 때, $\angle A'CD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 48°

해설

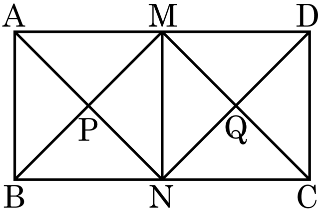
$\angle CBA' = (180° - 124°) \div 2 = 28°$

$\overline{BA'} = \overline{BC}$ 이므로

$\angle BCA' = (180° - 28°) \div 2 = 76°$

$\therefore \ \angle A'CD = 124° - 76° = 48°$

12. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고 점 M , N 은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. 이 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



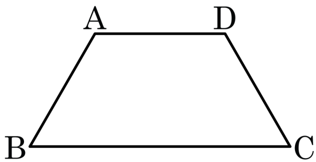
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 정사각형

해설

□ABNM 과 □MNCD 는 정사각형이다. □MPNQ 는 정사각형의 대각선의 절반을 한 변으로 함으로, □MPNQ 는 네 변의 길이가 같고, 내각이 $90°$ 이다. 따라서 □MPNQ 는 정사각형이다.

13. 다음 그림의 $\square$ABCD는 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AD} : \overline{BC} = 1 : 2$ 일 때, $\frac{1}{2}\angle B$의 크기를 구하여라.

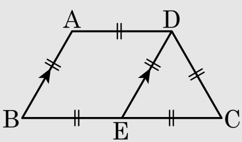


▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : $30\,\underline{^\circ}$

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BE}$, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$이므로 $\square$ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$

$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 $\triangle$DEC는 정삼각형이고,

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$이므로 $\angle B = \angle DEC = 60^\circ$이다.

따라서 $\frac{1}{2}\angle B = 30^\circ$ 이다.

14. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① S는 R이다. ② S는 Q이다. ③ Q는 V이다.

④ R은 Q이다. ⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

15. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 등변사다리꼴　㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형　㉣ 마름모

㉤ 정사각형　㉥ 사다리꼴

① ㉠, ㉢　② ㉣, ㉤　③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

16. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

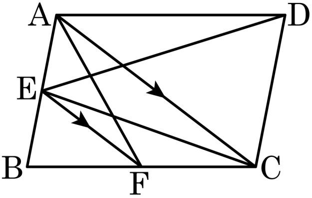
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$ 이고 $\triangle AED = 100\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ACF$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



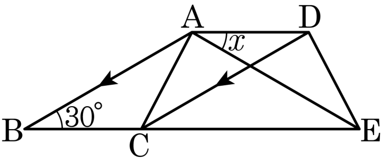
▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AED = \triangle ACE$ 이고,
$\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle ACF = \triangle ACE$
$\therefore\ \triangle ACF = 100(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} // \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} // \overline{CE}$이므로

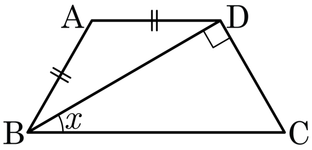
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} // \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \angle x = 30°$

19. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle BDC=90^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{30^\circ}$

해설

$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로, $\angle ADB=\angle x$ ($\because$ 엇각)

$\angle ADB=\angle ABD$ ($\because$ $\triangle ABD$가 이등변삼각형)

$\therefore\ \angle B=\angle C=2x$

$\triangle BCD$에서 $3x=90^\circ$

$\therefore\ x=30^\circ$

20. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 직교한다.

③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.

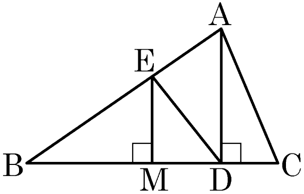
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

21. 다음 그림에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{EM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 60cm^2일 때, $\square AEDC$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 40cm^2

해설

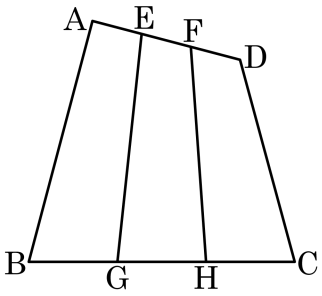
$\overline{EM}$과 $\overline{AD}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{EM} // \overline{AD}$

따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED = \triangle AMD$이다.

$\square AEDC = \triangle AED + \triangle ADC = \triangle AMD + \triangle ADC = \triangle AMC$

$\therefore \square AEDC = \frac{1}{2}\triangle ABC = 30\text{cm}^2$

22. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FD}$, $\overline{BG} = \overline{GH} = \overline{HC}$ 일 때, $\dfrac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFHG}$ 의 값을 구하여라.

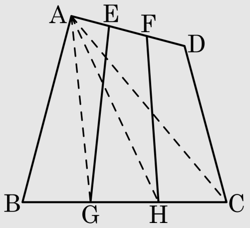


▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

다음과 같이 점선을 그으면



$\triangle ABC = 3\triangle AHC,\ \triangle CAD = 3\triangle CAE$

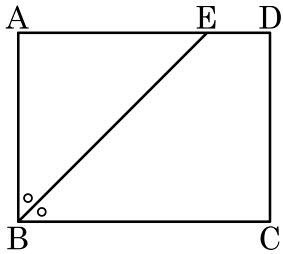
$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle CAD \\ &= 3\triangle AHC + 3\triangle CAE \\ &= 3(\triangle AHC + \triangle CAE) \\ &= 3\square AHCE \cdots ㉠\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square AHCE &= \triangle EHC + \triangle HAE \\ &= \triangle EGH + \triangle HEF \\ &= \square EGHF \cdots ㉡\end{aligned}$$

따라서 ㉠, ㉡에서 $\square ABCD = 3\square EGHF$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore\ &\frac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFGH} \\ &= \frac{\square ABCD - \square EGHF}{\square EGHF} \\ &= \frac{2\square EFGH}{\square EFGH} \\ &= 2\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 가 만나는 점을 E 라 할 때, $\overline{AE}$: $\overline{ED} = 3 : 1$, $\triangle$ABE 의 넓이는 72cm^2 이다. 이 때, $\square$EBCD 의 넓이는?



① 120cm^2 ② 128cm^2 ③ 132cm^2

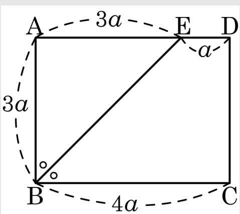
④ 144cm^2 ⑤ 160cm^2

해설

$\angle EBC = \angle BEA$($\because$ 엇각)

따라서 $\triangle$ABE는 직각이등변삼각형이다. 다음 그림과 같이

$\overline{ED} = a$ 라 하면 $\overline{AE} = 3a$ 이므로



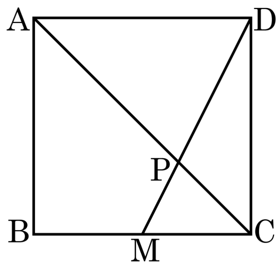
$\triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 3a \times 3a = \dfrac{9}{2}a^2 = 72$

$\therefore a^2 = 16$

$\square EBCD = \dfrac{1}{2} \times (\overline{BC} + \overline{ED}) \times \overline{CD} = \dfrac{1}{2}(4a + a) \times 3a = \dfrac{15}{2}a^2$

$= \dfrac{15}{2} \times 16 = 120(\text{cm}^2)$

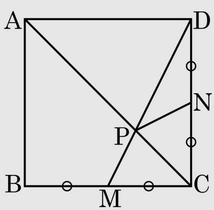
24. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M은 B, C 의 중점이다. $\triangle \mathrm{PMC} = 24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이를 구하여라.



① $72\,\mathrm{cm}^2$ ② $144\,\mathrm{cm}^2$ ③ $216\,\mathrm{cm}^2$

④ $288\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $352\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점 N을 잡으면

$\triangle \mathrm{PMC} \equiv \triangle \mathrm{PNC}$ (SAS 합동)

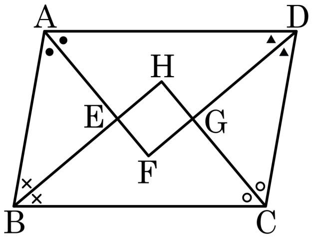
$\triangle \mathrm{PCN} = \triangle \mathrm{PND} = \triangle \mathrm{PMC} = 24\,\mathrm{cm}^2$

$\therefore \square\mathrm{ABCD} = 4\triangle \mathrm{DMC}$

$= 4 \times 24 \times 3$

$= 288\,(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형 인가?



① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle AFD = \triangle CHB$

$\triangle AEB = \triangle CGD$

$\angle HEF = \angle EFG$

$\overline{BH} // \overline{FD}$