1. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되기 위해서는 $\overline{AC} = \square$ 이거나 $\angle A = \square^\circ$ 이면 된다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\overline{BD}$

▷ 정답: 90

해설

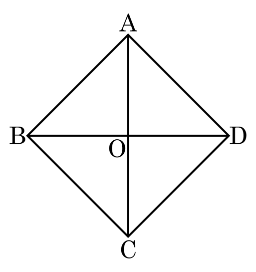
한 내각이 직각이거나 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이거나 $\angle A = 90^\circ$ 이다.

2. 마름모의 성질인 것은?

① 한 쌍의 대변만 평행하다.
② 한 쌍의 대각의 크기가 다르다.
③ 두 쌍의 대변의 길이가 서로 다르다.
④ 두 쌍의 대각의 크기가 서로 다르다.
⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

해설
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

3. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

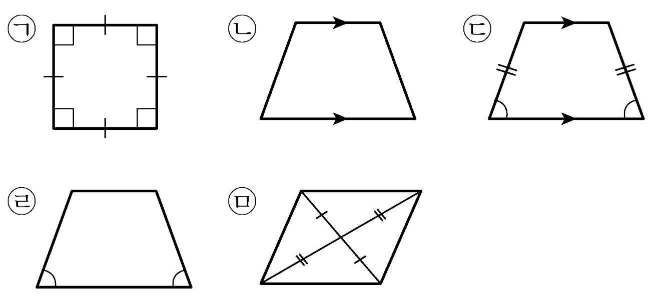
⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

4. 다음 중 등변사다리꼴인 것은?

보기

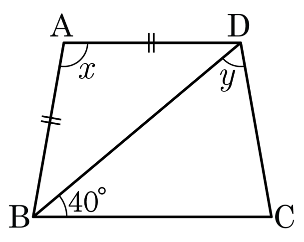


① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
㉡ 사다리꼴이다.
㉣ 사다리꼴이라는 조건이 나타나 있지 않다.
㉤ 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 등변사다리꼴이 아니다.

5. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x, y 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: $\angle x = 100°$

▷ 정답: $\angle y = 60°$

해설

$\angle x = 180° - 2 \times 40° = 100°$

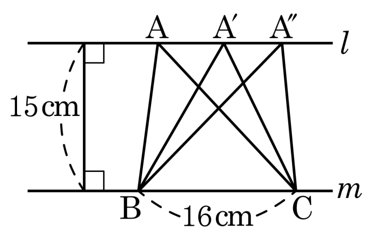
$\angle y = 100° - 40° = 60°$

6. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.
② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.
③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.
⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설
① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

7. 다음 그림에서 $l /\!/ m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{BC} = 16$cm 일 때, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle A''BC$의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1　　② 1 : 2 : 1　　③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2　　⑤ 2 : 3 : 1

해설

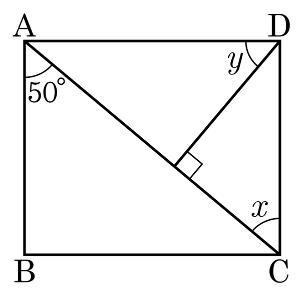
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle ABC = \triangle A'BC = \triangle A''BC = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC\ :\ \triangle A'BC\ :\ \triangle A''BC =\ 1 : 1 : 1$

8. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^{\circ}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.(단, □ABCD 는 직사각형)

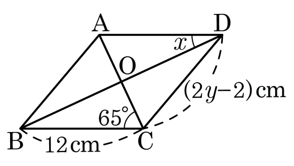


① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

$\angle x = 50^{\circ}$ ($\because$ 엇각)
$\angle y = 180^{\circ} - (90^{\circ} + 40^{\circ}) = 50^{\circ}$ 따라서 $\angle x + \angle y = 50^{\circ} + 50^{\circ} = 100^{\circ}$ 이다.

9. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



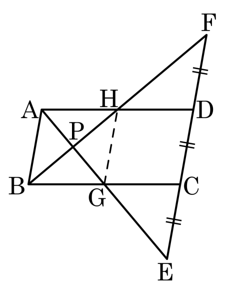
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.
마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.
따라서 $12 = 2y-2$, $y = 7$이다.
$\therefore\ x-y = 25-7 = 18$

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?



① 정사각형, $90°$　　② 정사각형, $180°$

③ 직사각형, $180°$　　④ 마름모, $90°$

⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$

$(\because HD \,/\!/\, BC)$

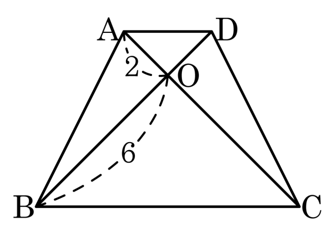
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$

$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$이므로 마름모이다.

□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.

따라서 $\angle FPE = 180°$이다.

11. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BO} = 6$, $\overline{AO} = 2$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설
등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO} = \overline{CO}$이므로 $\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC} = 8$이다.

12. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 <u>아닌</u> 것은?

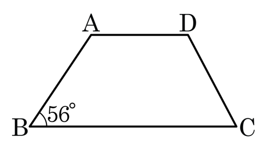
보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형
㉣ 마름모
㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설
등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

13. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

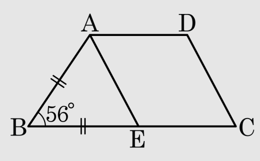
▷ 정답 : 118°

해설

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면 □AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 56°) \div 2 = 62°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 62° = 118°$



14. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

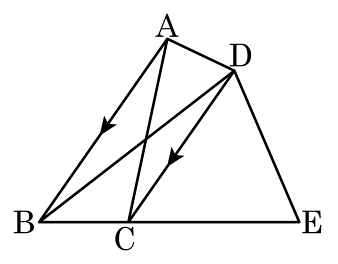
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이고 $\triangle DCE = 30\text{cm}^2$, $\triangle DBC = 15\text{cm}^2$ 일 때, $\square ACED$ 의 넓이는?

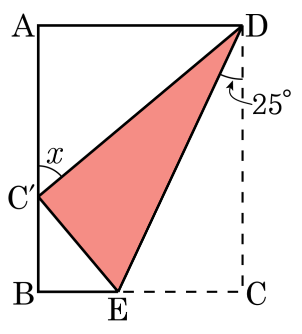


① 25cm^2 ② 30cm^2 ③ 35cm^2
④ 40cm^2 ⑤ 45cm^2

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle DBC$ 는 밑변 $\overline{CD}$ 가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.
$\square ACED = \triangle DCE + \triangle ACD = \triangle DCE + \triangle DBC$
$\therefore \square ACED = 30 + 15 = 45(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 를 $\angle EDC = 25°$ 가 되고 꼭짓점 C 가 변 AB 위에 있도록 접었다. 이 때, $\angle x$ 의 크기는?

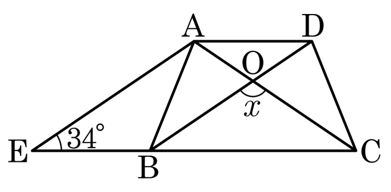


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이고,
$\angle EDC = \angle C'DE = 25°$ 이므로
$\angle ADC' = 90° - (25° \times 2) = 40°$ 이다.
$\angle x = \triangle AC'D$ 에서 $\angle AC'D = 90° - 40° = 50°$ 이다.

17. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AE} // \overline{DB}$, $\angle AEB = 34°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



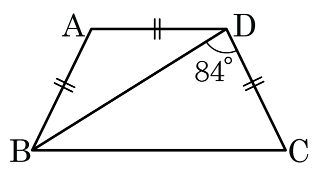
▶ 답 : °

▷ 정답 : 112°

해설

사각형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 점 O 라고 하면,
$\overline{AE} // \overline{DB}$ 이므로 $\angle AEB = \angle OBC = 34°$($\because$ 동위각)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서 $\overline{BC}$ 는 공통,
등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle BOC = \angle x = 180° - (2 \times 34°) = 112°$

18. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84°$ 일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______°

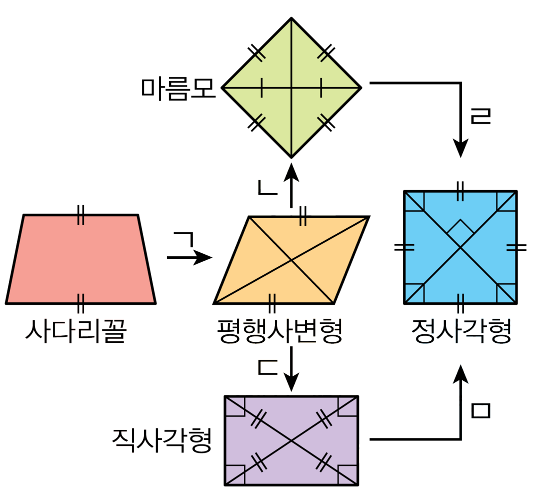
▷ 정답: 64°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96°$이므로, $\angle C = 64°$

19. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

④ ㄹ. 한 내각의 크기가 90° 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

20. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

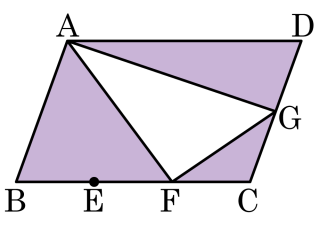
④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $240\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 삼등분점을 E, F , $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 G 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$\triangle\mathrm{ABF}$ 와 $\triangle\mathrm{AFC}$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABF} : \triangle\mathrm{AFC} = 2:1$

$\triangle\mathrm{ABF} = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$

$= 80(\mathrm{cm}^2)$

마찬가지 방법으로 $\triangle\mathrm{DFC} = \dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{BDC}$

$\triangle\mathrm{FCG} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{DFC} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{BDC} = \dfrac{1}{12}\square\mathrm{ABCD}$

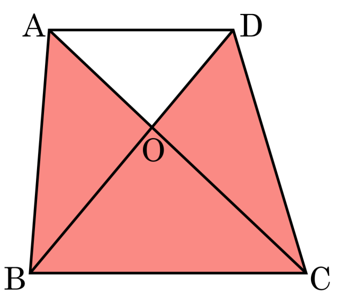
$= 20(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{AGD} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{ACD} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = 60(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle\mathrm{ABF} + \triangle\mathrm{FCG} + \triangle\mathrm{AGD} = 80 + 20 + 60$

$= 160(\mathrm{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABD$ 의 넓이가 90 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOB = \frac{3}{5} \times \triangle ABD = 54$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

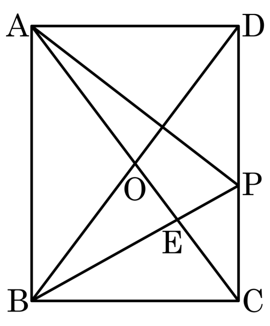
$\triangle AOB = \triangle COD = 54$

또, $\triangle COD : \triangle BCO = 2 : 3$ 이므로

$54 : \triangle BCO = 2 : 3 \quad \therefore \triangle BCO = 81$

(색칠한부분의 넓이) $= 54 + 54 + 81 = 189$

23. 다음 그림과 같이 가로, 세로, 한 대각선의 길이가 각각 3, 4, 5 인 직사각형 ABCD 의 변 CD 위에 한 점 P 를 잡고 선분 PB 와 대각선 AC 와의 교점을 E 라 할 때, 삼각형 PBD 와 삼각형 PAC 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

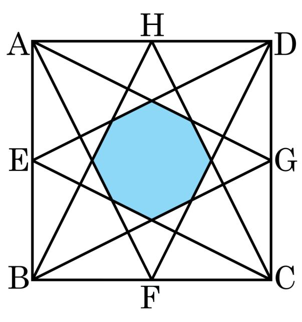
▷ 정답 : 6

해설

밑변 $\overline{PC}$ 가 공통이므로 $\triangle PAC = \triangle PBC$

$$\begin{aligned} \triangle PBD + \triangle PAC &= \triangle PBD + \triangle PBC \\ &= \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \end{aligned}$$

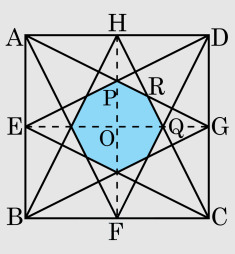
24. 넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점과 각 꼭짓점을 다음과 같이 이었을 때, 가운데에 생기는 팔각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

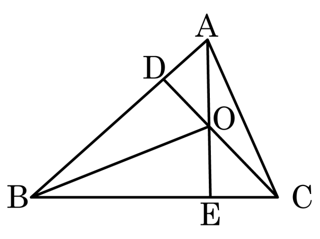


넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 6 이다.
위쪽 그림과 같이 정사각형의 두 대각선 AC 와 BD 의 교점을 O 라 하고, $\overline{AG}$ 와 $\overline{DE}$ 의 교점을 P , $\overline{HC}$ 와 $\overline{DF}$ 의 교점을 Q , $\overline{AG}$ 와 $\overline{HC}$ 의 교점을 R 이라 하면
$\triangle ROP$ 와 $\triangle ROQ$ 에서
$\overline{RO}$ 는 공통, $\angle POR = \angle QOR = 45$,
$\overline{OP} = \frac{1}{2}\overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OG} = \frac{1}{2}\overline{OQ}$ 이므로
$\triangle ROP \equiv \triangle ROQ$ (SAS 합동)
$\therefore\ \triangle ROP = \triangle ROQ \cdots$ ㉠
$\overline{OQ} = \overline{QG}$ 이므로 $\triangle ROQ = \triangle RQG \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\triangle ROP = \triangle ROQ = \triangle RQG = \frac{1}{3}\triangle POG$

$$\begin{aligned}\therefore \square POQR &= \triangle ROP + \triangle ROQ \\ &= \frac{2}{3}\triangle POG \\ &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\overline{OH} \times \overline{OG}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

따라서 구하는 팔각형의 넓이는 $4\square POQR = 6$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 2 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 3$이다. $\triangle AOD$의 넓이가 20일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$\triangle ADO$와 $\triangle ACO$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle ADO = \triangle ADC \times \frac{2}{2+3} = 20$

$\therefore \ \triangle ADC = 50$

$\triangle CAD$와 $\triangle CBD$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 3$이므로

$\triangle CAD = \triangle ABC \times \frac{1}{1+3} = 50$

$\therefore \ \triangle ABC = 200$