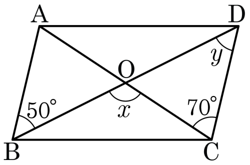
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$, $\angle y$ 를 차례로 나타내면?



① $\angle x = 100°,\ \angle y = 50°$ ② $\angle x = 100°,\ \angle y = 60°$

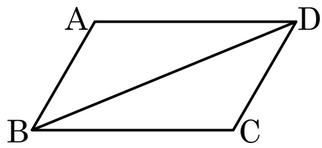
③ $\angle x = 110°,\ \angle y = 50°$ ④ $\angle x = 110°,\ \angle y = 60°$

⑤ $\angle x = 120°,\ \angle y = 50°$

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$, $\angle y = 50°$ 이고
$\angle x = \angle y + 70°$, $\angle x = 50° + 70° = 120°$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?



평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$ $\cdots$ ㉠

$\overline{AD} = \boxed{\quad\quad}$ $\cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \boxed{\quad\quad}$ $\cdots$ ㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$ ② $\overline{BD}$, $\angle C$ ③ $\overline{AB}$, $\angle D$

④ $\overline{CD}$, $\angle D$ ⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

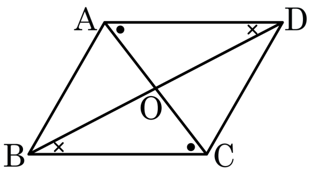
해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

3. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$, 점 O는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점
$\triangle$ABO 와 $\triangle$CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로
② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>) $\cdots$ ㉡
③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (④ <u>SAS 합동</u>)
$\therefore$ $\overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$

② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>)

③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>)

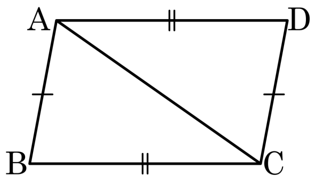
④ (<u>SAS 합동</u>)

⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$

해설

④ SAS 합동 $\rightarrow$ ASA 합동

4. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



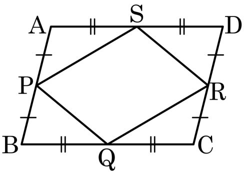
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A 와 점 C 를 이으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) $\cdots$ ㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) $\cdots$ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (SSS 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로
$\overline{AB} // \overline{DC}$ $\cdots$ ㉣
$\angle ACB = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AD} // \overline{BC}$ $\cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$　② $\overline{BC}$　③ $\overline{DA}$　④ $\overline{AC}$　⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$ 는 공통

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

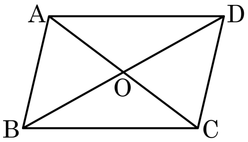
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 O 는 두 대각선의 교점이다. □ABCD $= 100\text{cm}^2$ 일 때, △ABO 의 넓이는?



① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

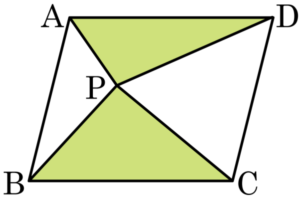
해설

△BOC 와 △AOD 는 같다.

△AOD + △BOC = △AOB + △DOC 이다.

그러므로 △ABO 의 넓이는 평행사변형 ABCD 의 $\frac{1}{4}$ 이므로 25cm^2 이다.

7. 다음 그림와 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\square ABCD = 20cm^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① $3cm^2$ ② $4cm^2$ ③ $6cm^2$

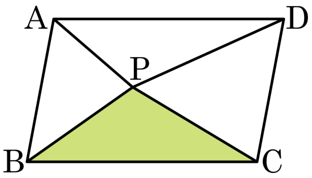
④ $8cm^2$ ⑤ $10cm^2$

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로

$\triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 = 10(cm^2)$

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 100cm^2이고, $\triangle PAD$의 넓이가 24cm^2일 때, 어두운 부분의 넓이는 얼마인가?



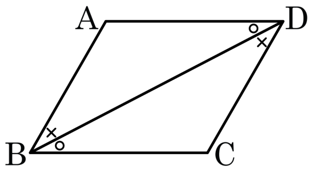
① 24cm^2
② 25cm^2
③ 26cm^2
④ 28cm^2
⑤ 50cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$100 \times \frac{1}{2} = 24 + \triangle PBC$이므로 $\triangle PBC = 26(\text{cm}^2)$이다.

9. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



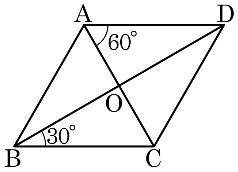
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B 와 점 D 를 이으면 △ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 ∠ABD = ∠CDB (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 ∠ADB = $\boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ∠CDB, $\overline{BC}$, SSS
② ∠CDB, $\overline{BD}$, SSS
③ ∠BCD, $\overline{BC}$, ASA
④ ∠CDB, $\overline{BD}$, ASA
⑤ ∠DBC, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 ∠ABD = ∠CDB (엇각),
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 ∠ADB = ∠DBC (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동) 이다.

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 60°$, $\angle DBC = 30°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 65° ② 20° ③ 25°

④ 30° ⑤ 45°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

$\angle AOD = 180° - (60° + 30°) = 90°$

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서

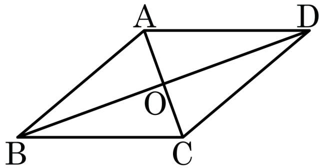
$\angle AOD = \angle COD, \overline{AO} = \overline{CO}$

$\overline{OD}$ 는 공통이므로

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 는 SAS 합동이다.

$\therefore \angle ADB = 30° = \angle BDC$

11. 다음 중 □ABCD가 항상 평행사변형이라고 할 수 없는 것은?



① $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,cm$, $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,cm$

② $\angle A=110°$, $\angle B=70°$, $\angle D=70°$

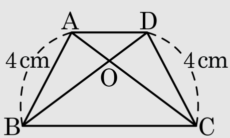
③ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

④ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,cm$

⑤ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$

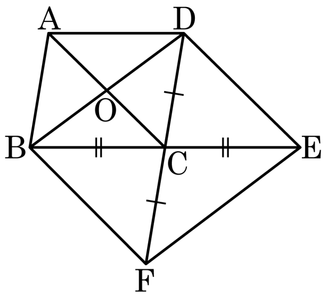
해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 360°이므로 $\angle C=110°$이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두변 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$를 점 C쪽으로 연장하여 $\overline{BC}=\overline{CE}, \overline{DC}=\overline{CF}$가 되게 점 E, F를 잡을 때 □BFED가 평행사변형이 되는 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC}=\overline{EC}$, $\overline{DC}=\overline{FC}$
㉡ $\overline{BD}$ // $\overline{FE}$, $\overline{BF}$ // $\overline{DE}$
㉢ $\overline{BD}$ // $\overline{FE}$, $\overline{BD}=\overline{FE}$
㉣ $\angle BAD=\angle FCE$
㉤ $\overline{BF}=\overline{DE}$, $\overline{BD}=\overline{FE}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

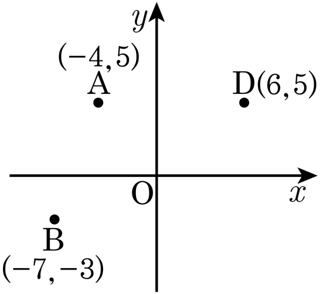
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
㉡ 두 대변이 서로 평행하므로 평행사변형이 된다.
㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
㉣ $\angle BAD=\angle FCE$ 는 평행사변형이 되는 조건과 관련이 없다.
㉤ $\overline{BF}=\overline{DE}$, $\overline{BD}=\overline{FE}$ 는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

13. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 세 점 $A(-4, 5)$, $B(-7, -3)$, $D(6, 5)$ 가 있다. 제 4사분면 위의 점 C 에 대하여 □ABCD 가 평행사변형이 되기 위한 점 C 의 좌표는?



① $(2, -1)$　② $(2, -3)$　③ $(3, -2)$

④ $(3, -3)$　⑤ $(4, -3)$

해설

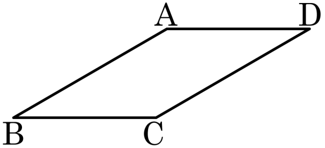
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 점 C 의 y 좌표는 -3 이다.

$A(-4, 5)$, $D(6, 5)$ 이므로 $\overline{AD} = 10$

점 C 의 x 좌표는 $x - (-7) = 10$, $x = 3$

$\therefore C(3, -3)$

14. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다.$\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $5:1$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 150 °

해설

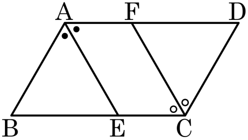
$\angle A = \angle C$

$\angle A : \angle B = 5 : 1$

$\angle A = 180 \times \dfrac{5}{6} = 150°$

$\therefore \ \angle C = 150°$

15. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

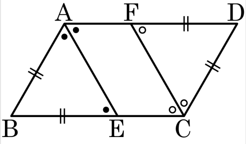


① $\overline{AB} = \overline{DF}$　　② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$　　④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

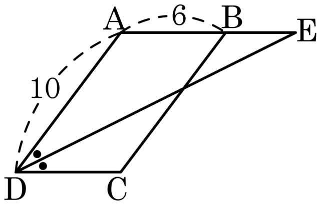
$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.

그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

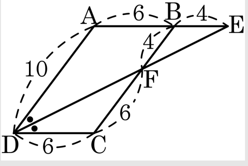
16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 10$ 이고, 넓이가 48 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선이 변 AB 의 연장선과 만나는 점을 E 라 할 때, 삼각형 ADE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

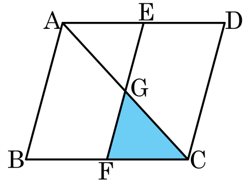
해설



$\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점을 F라 하면,
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADF = \angle DFC$ (엇각)
$\angle DFC = \angle BFE$ (맞꼭지각)
$\overline{AE} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle AED = \angle CDE$ (엇각)
따라서 $\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AE} = 10$
$\square ABCD = 48$ 이므로 $\overline{AB}$ 를 밑변으로 했을 때 높이 h 를 구하면
$6 \times h = 48$, $h = 8$
$\overline{AE}$ 를 밑변으로 할 때 $\triangle ADE$ 의 높이는 $\square ABCD$ 의 높이와 같다.

$\therefore\ \triangle ADE = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$

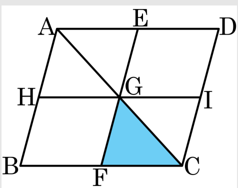
17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 AD, BC 의 중점이고, 빗금 친 삼각형의 넓이는 15 cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 90 cm^2 ② 100 cm^2 ③ 110 cm^2

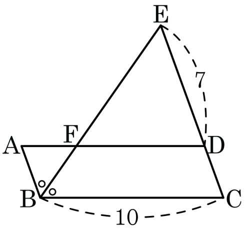
④ 120 cm^2 ⑤ 130 cm^2

해설



다음 그림에서 삼각형 AGE 와 삼각형 CGF 는 합동이다. 따라서 점 G 는 변 EF 의 중점이다. 점 G 를 지나고 AD 에 평행한 선분 HI 를 그으면 변 EF 와 HI 에 의해 평행사변형은 합동인 네 개의 평행사변형으로 나누어진다. 평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로 색칠한 삼각형의 넓이는 전체 평행사변형 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이다. 따라서 평행사변형의 넓이는 $8 \times 15 = 120$ (cm^2) 이다.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$B 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

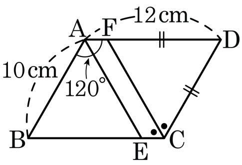
▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} // \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

19. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\angle BAD = 120^\circ$ 일 때, $\square AECF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

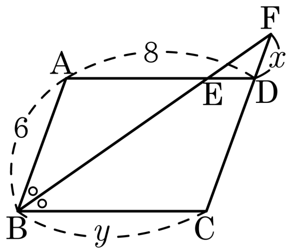
$\triangle FDC$, $\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$, $\angle ABE = \angle CDF$ 이므로 SAS 합동이고 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

또, $\angle BCF = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$ 이므로, $\angle CFD = 60^\circ$ 이다. 따라서 $\triangle FDC$ 와 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AF} + \overline{FD} = 12\,(\text{cm})$, $\overline{AF} = 12 - \overline{FD} = 12 - 10 = 2\,(\text{cm})$ 이고 $\overline{FC} = 10\,(\text{cm})$ 이므로

평행사변형 AECF 의 둘레는 $\overline{AF} + \overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} = 2 + 10 + 2 + 10 = 24\,(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, x, y를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▶ 답 : ________ cm

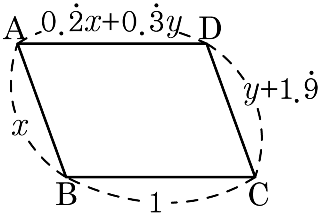
▷ 정답 : $x = 2$ cm

▷ 정답 : $y = 8$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다.
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
$\therefore y = 8\text{cm}$
삼각형 BCF 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CF}$
$8 = x + 6$
$\therefore x = 2\text{cm}$

21. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값을 구하여라.



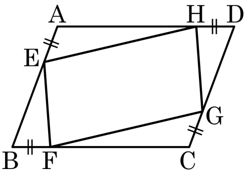
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$x=y+1.\dot{9}$, $0.\dot{2}x+0.\dot{3}y=1$ 이므로 이를 풀면 $x=3, y=1$ $\therefore$ $x+y=4$

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EF} // \overline{HG}$

③ $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

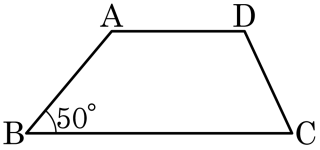
④ $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

⑤ $\angle EFG = \angle GHE$

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)
$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$(SAS합동)
$\therefore \overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

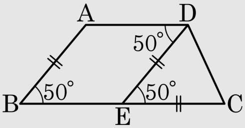
23. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{AD}$일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : $\underline{115}$ °

해설

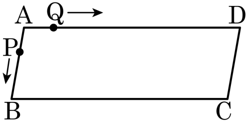


$\overline{AB} // \overline{DE}$인 $\overline{DE}$를 그으면 □ABED는 평행사변형이고 $\overline{AB}=\overline{DE}=\overline{EC}$이다.

$\angle EDC=(180°-50°)\div 2=65°$

$\therefore\ \angle D=50°+65°=115°$

24. 아래 그림에서, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}, \overline{AD} = 12\,\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 의 변 위를 점 P 는 매초 $0.2\,\text{cm}$ 의 속도로 점 A 에서 점 B 를 지나 점 C 까지 움직이고, 점 Q 는 매초 $0.3\,\text{cm}$ 의 속도로 점 A 에서 점 D 를 지나 점 C 까지 움직인다. 점 P, Q 가 점 A 를 동시에 출발한후 $\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 가 합동이 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



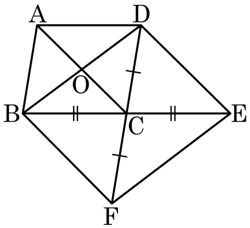
▶ 답 : 초

▷ 정답 : 32초

해설

x 초 후라고 하면 $0.2x - 4 = 12 - 0.3x$ 에서 $x = 32$(초 후)

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{FC}$, $\overline{EC} = \overline{DC}$ 이다. $\triangle ABO$ 의 넓이가 $16 cm^2$ 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$\triangle ABO = \dfrac{1}{4} \square ABCD$ 이다.

$\triangle CFE \equiv \triangle CBD$ (SAS 합동) 이므로

$$\begin{aligned} \triangle CFE &= \triangle CBD = 2\triangle ABO \\ &= 2 \times 16 = 32\ (cm^2) \end{aligned}$$