

1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.’를 증명한 것이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 의 합동 조건은?

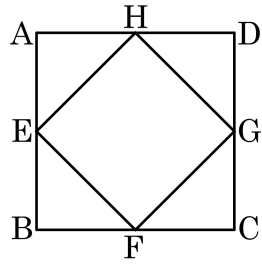
평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이르면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\dots$ ㉠
 $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\dots$ ㉢
 $\overline{BD}$ 는 공통 $\dots$ ㉤
 ㉠, ㉢, ㉤에 의해서 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ 이다.
 $\therefore AB = CD, AD = BC$

- ① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
 ④ SSA 합동 ⑤ AAS 합동

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

2. 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 이은 사각형은 어떤 사각형인지 구하는 과정이다. 안에 알맞은 말을?



$\triangle AEH \cong \triangle EBF \cong \triangle FCG \cong \triangle GDH$ 이므로
 $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GF}$
 또한 $\angle EFG = \angle HEF = \angle GHE = \angle FGH = 90^\circ$
 $\therefore \square GFEH$ 는 이다.

- ① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
 ④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각이 90° 로 모두 같다.

3. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 □임을 증명하는 과정이다. ~에 들어갈 알맞은 것은?

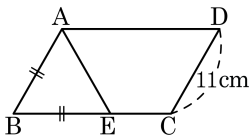
$\triangle AEF \cong \triangle BGF \cong \triangle CGH \cong \triangle DEH$ (□ 합동)
 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
 따라서 □EFGH 는 □이다.

- ① ~ : 마름모, ~ : SAS
- ② ~ : 마름모, ~ : ASA
- ③ ~ : 마름모, ~ : SSS
- ④ ~ : 평행사변형, ~ : SAS
- ⑤ ~ : 평행사변형, ~ : ASA

해설

$\triangle AEF$ 와 $\triangle BGF$ 를 보면 $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$ 이므로 SAS 합동이다.
 네 변의 길이가 모두 같으므로 □EFGH 는 마름모이다.

4. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이다. $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



- ① 8cm ② 9cm ③ 10cm
 ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{3} = 120^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$$

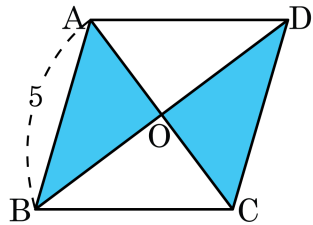
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BAE = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

따라서 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$$\text{따라서 } \overline{AE} = \overline{AB} = 11 \text{ (cm)}$$

5. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

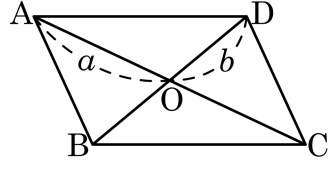


- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO} + \overline{CO} = \overline{AC}$, $\overline{BO} + \overline{OD} = \overline{BD}$ 이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BD} = 10 + 14 = 24$ 이다.

6. 다음 □ABCD에서 두 대각선의 길이의 합은 20cm이다. 이 사각형이 평행사변형이 되기 위해서 $a + b$ 의 값이 얼마여야 하는지 구하여라.



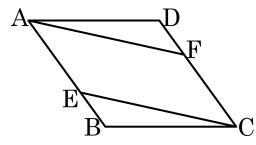
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이므로
 $2(a + b) = 20$ 에서 $a + b = \frac{20}{2} = 10$ cm이다.

7. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, $\square AECF$ 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



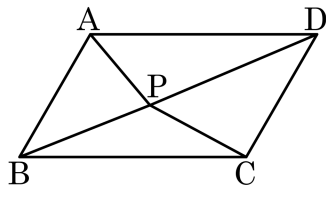
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이는?



- ① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2
④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$ 이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$ 이므로 $18 + 20 = \triangle APD + 16$ 이다.

$\therefore \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

9. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 임을 증명하는 과정이다. 안에 들어갈 알맞은 것은?

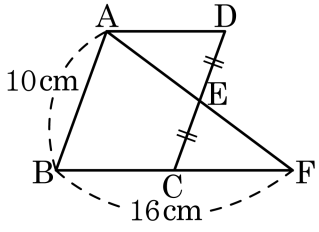
$\triangle AEF \cong \triangle BGF \cong \triangle CGH \cong \triangle DEH$ (SAS 합동)
 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
 따라서 □EFGH 는 이다.

- ① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
 ④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

10. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

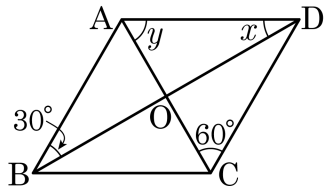


- ① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 9 cm ⑤ 8 cm

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),
 $\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로
 $\triangle AED \cong \triangle FEC$ (ASA 합동)
 따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
 즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$
 $\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

11. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



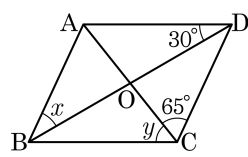
▶ 답 : °

▷ 정답 : 90°

해설

$\angle CAD = \angle ACB$, $\angle ABD = \angle BDC$ 이다.
 $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ = \angle x + \angle y + 60^\circ + 30^\circ$ 이므로, $\angle x + \angle y = 90^\circ$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADO = 30^\circ$, $\angle DCO = 65^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?

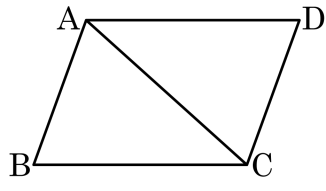


- ① 65° ② 70° ③ 75°
 ④ 80° ⑤ 85°

해설

$$\begin{aligned} \angle ADB &= \angle DBC = 30^\circ \\ \angle x + 30^\circ + 65^\circ + \angle y &= 180^\circ \\ \angle x + \angle y &= 180^\circ - (30^\circ + 65^\circ) = 85^\circ \end{aligned}$$

13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞지 않은 것은?



가정: □ABCD 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

결론: $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

증명: 대각선 AC 를 그으면

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = (\text{ ① })$ (엇각)

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC = (\text{ ② })$ (엇각)

$\overline{AC}$ (공통)

$\triangle ABC \equiv (\text{ ③ }) (\text{ ④ } \text{ 합동})$

$\therefore \angle B = \angle D$

같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv (\text{ ⑤ }) \therefore \angle A = \angle C$

① $\angle CAD$

② $\angle DCA$

③ $\triangle CDA$

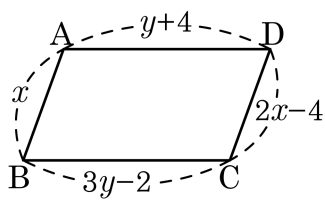
④ SAS

⑤ $\triangle CDB$

해설

④ 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같으면 ASA 합동이다.

14. 다음 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되도록 하는 x , y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

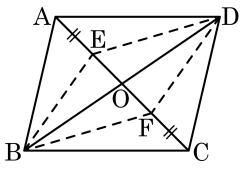
▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이므로
 $x = 2x - 4$, $y + 4 = 3y - 2$
 $\therefore x = 4$, $y = 3$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 $AE = CF$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, $\square BEDF$ 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)

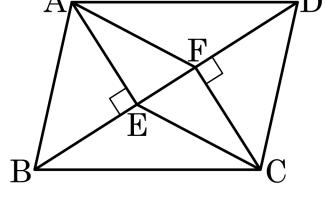


- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?

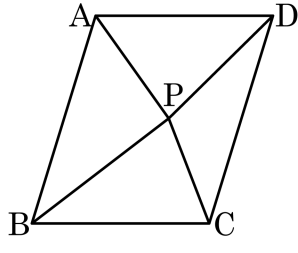


- ① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.
- ③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.
- ⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

$\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
 $\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF
는 평행사변형이다.

17. 다음 그림과 같이 밑변의 길이가 6cm, 높이가 7cm인 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle PCD$ 의 넓이가 7cm^2 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 14cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

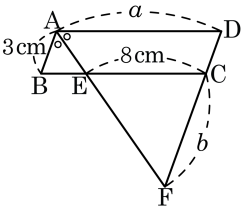
밑변의 길이가 6cm, 높이가 7cm인 평행사변형이므로 평행사변형의 넓이는 $6 \times 7 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABP + \triangle PCD = 42 \times \frac{1}{2} = 21(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 $\triangle PCD = 7\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABP = 21 - 7 = 14(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값은?

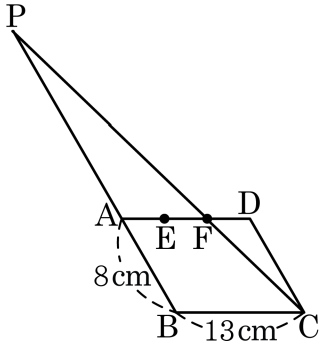
- ① 19cm ② 20cm ③ 21cm
④ 22cm ⑤ 23cm



해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)
 $\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$
 $\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$
 $\therefore a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

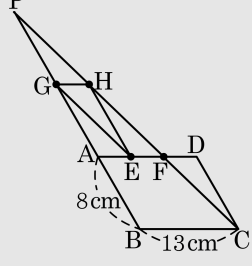
19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E,F는 $\overline{AD}$ 의 삼등분 점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

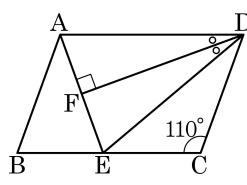
▷ 정답 : 16 cm

해설



$\overline{AB} // \overline{HE}$, $\overline{PC} // \overline{GE}$ 인 $\overline{HE}$, $\overline{GE}$ 를 그으면
 $\triangle CDF \equiv \triangle GAE \equiv \triangle HEF$ (ASA 합동) , $\triangle CDF \equiv \triangle EHG \equiv \triangle PGH$ (ASA 합동) 이다.
 $\therefore \overline{PA} = \overline{PG} + \overline{GA} = 8 + 8 = 16(\text{cm})$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\triangle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110^\circ$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 30°

해설

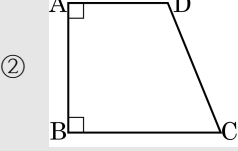
$\angle B = 70^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle AEB = 70^\circ$, $\angle EAD = 70^\circ$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20^\circ$, $\angle CDE = 70^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ 이다.

21. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

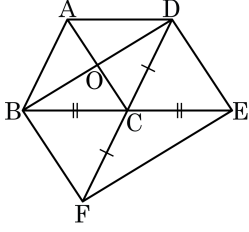
- ① $\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{AB} \parallel \overline{CD}$
- ② $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle A = \angle B = 90^\circ$
- ③ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
- ④ $\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{AD} = \overline{BC}$
- ⑤ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.



22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle ADC$ 의 넓이가 7 cm^2 일 때, $\square BFED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 28 cm^2

해설

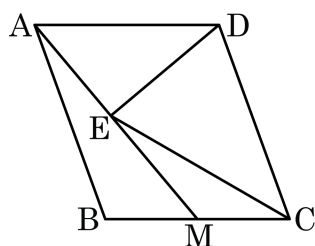
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 $\square BDEF$ 는 평행사변형이 된다.

$\triangle CBD$ 의 넓이는 $\square ABCD$ 의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\triangle ADC$ 의 넓이와 같다.

$\triangle CBD = 7\text{ cm}^2$, $\square BFED = 4 \times \triangle CBD$

$\therefore \square BFED = 4 \times 7 = 28\text{ (cm}^2\text{)}$

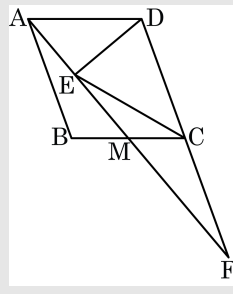
23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 30°

해설



위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.

또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로

$$\therefore \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$$

따라서 점 C는 직각삼각형 DEF의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

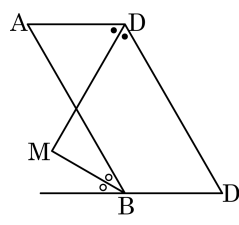
$$\text{DEF} = \frac{1}{2}(\text{DEF} + \text{DEF}) = \text{DEF} = \text{DEF} = \text{DEF} = \frac{1}{2}(\text{DEF} + \text{DEF})$$

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

$$\angle \text{DCM} = 180^\circ - \angle \text{B} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선과 $\angle B$ 의 외각의 이등분선의 교점을 M 이라고 할 때, $\angle DMB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 ▶ ○ —

▶ 정답 : 90°

해설

$\overline{BC}$, $\overline{DM}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 하고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DM}$ 의 교점을 Q 라고 하면

$\angle D = \angle B$ 이므로

$$\angle D + \angle ABP = 180^\circ$$

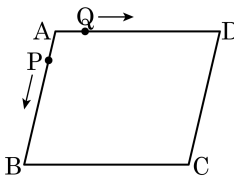
$$\frac{1}{2}\angle D + \frac{1}{2}\angle ABP = 90^\circ$$

$$\angle MDC = \angle MQB (\text{동위각})$$

즉, $\triangle MBQ$ 에서 $\angle MQB + \angle MBQ = 90^\circ$ 이므로

$$\angle DMB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

25. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 의 변 위를 점 P 는 매초 0.2cm 의 속도로 점 A 에서 B 를 지나 C 까지 움직이고, 점 Q 는 매초 0.3cm 의 속도로 점 A 에서 D 를 지나 C 까지 움직인다. 점 P, Q 가 점 A 를 동시에 출발하고부터 $\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 가 합동이 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



▶ 답 : 32 초 후

▷ 정답 : 32 초 후

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 가 합동일 때 점 P 는 $\overline{BC}$ 위에, 점 Q 는 $\overline{AD}$ 위에 있고, $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 일 때이다.

점 A 에서 출발한 점 P, Q 가 만든 삼각형이 합동이 될 때까지 걸린 시간을 x 라 할 때

$$0.2x - 4 = 12 - 0.3x \text{ 이다.}$$

$$\therefore x = 32(\text{초 후})$$