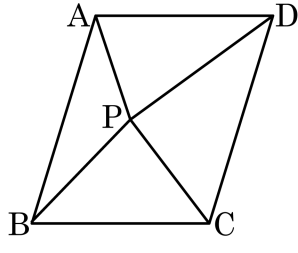


1. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle PBC$ 의 넓이가 10cm^2 이다. $\triangle PAD$ 의 넓이를 $a\text{cm}^2$ 라고 할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

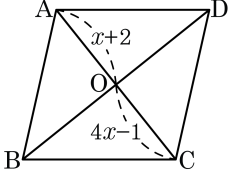
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

$40 \times \frac{1}{2} = 10 + \triangle PAD$ 이므로

$\triangle PAD = 10\text{cm}^2$

$\therefore a = 10$

2. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{AO} = x + 2, \overline{OC} = 4x - 1$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



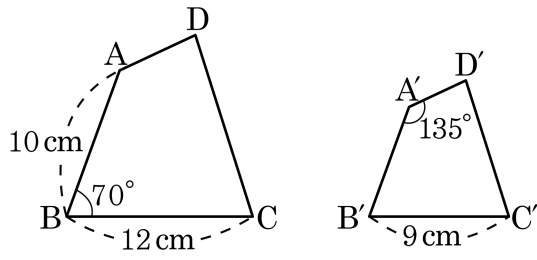
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 ABCD 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이므로 $x + 2 = 4x - 1$, $3x = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 $\overline{OC} = 4x - 1 = 3$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\square ABCD \sim \square A'B'C'D'$ 일 때, $\overline{A'B'}$ 의 길이는?

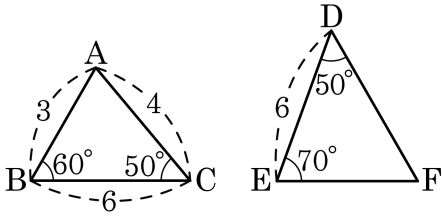


- ① 5cm ② 5.5cm ③ 6cm
④ 7cm ⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

두 닮은 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하므로
 $12 : 9 = 10 : x$
 $\therefore x = \frac{90}{12} = \frac{15}{2}$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle EFD$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?

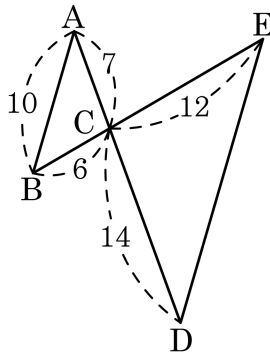


- ① 10 ② 13 ③ 26 ④ $\frac{39}{2}$ ⑤ 13

해설

$\overline{CA} : \overline{DE} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이고 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 $3+6+4=13$ 이므로 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는 $2 : 3 = 13 : x$, 따라서 $x = \frac{39}{2}$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\overline{AC} : \overline{CD} = 7 : 14 = 1 : 2$$

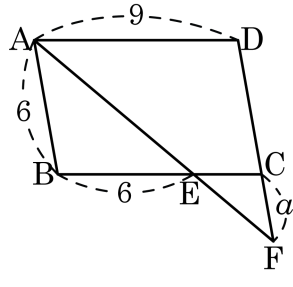
$$\overline{BC} : \overline{CE} = 6 : 12 = 1 : 2$$

$$\angle ACB = \angle DCE \quad (\because \text{맞꼭지각})$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{DE} = 1 : 2 = 10 : x, x = 20 \text{ 이다.}$$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 를 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E, 변 DC 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하면, a 의 값은?

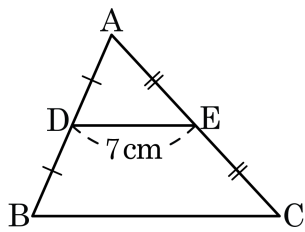


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로 $\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
 $\angle AEB = \angle FEC$ ($\because$ 맞꼭지각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)
 $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CF}$ 이므로
 $6 : 3 = 6 : a$
 $6a = 18$
 $\therefore a = 3$

7. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이고, $\overline{DE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14cm

해설

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로 점 D, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다.
따라서 $\overline{BC} = 2\overline{DE} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 이다.

8. $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 는 닮음비가 $4:7$ 인 닮은 도형이다. $\triangle ABC = 32\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 알맞게 구한 것은?

① 72cm^2

② 79cm^2

③ 87cm^2

④ 93cm^2

⑤ 98cm^2

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비는

$$4^2 : 7^2 = 16 : 49$$

$\triangle DEF$ 의 넓이를 $x\text{cm}^2$ 라 하면

$$16 : 49 = 32 : x$$

$$\therefore x = 98\text{cm}^2$$

9. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?

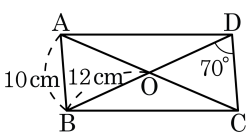
평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이르면
 $\overline{AD} = \overline{BC} \dots \textcircled{\text{㉠}}$
 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\dots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\dots \textcircled{\text{㉢}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 에 의해서 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$

- ① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
 ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
 ③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
 ④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
 ⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 를 보고,
다음 값 중 옳지 않은 것은?

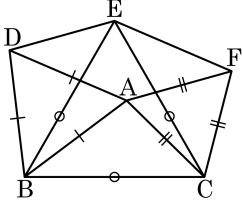


- ① $\overline{CD} = 10\text{cm}$ ② $\angle ABD = 70^\circ$
③ $\overline{OD} = 12\text{cm}$ ④ $\overline{BD} = 24\text{cm}$
⑤ $\angle DCB = 120^\circ$

해설

⑤ $\angle DCB$ 는 알 수 없다.

11. 다음 그림의 $\triangle ADB$, $\triangle BCE$, $\triangle ACF$ 는 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\square AFED$ 가 평행사변형이 되는 조건은?

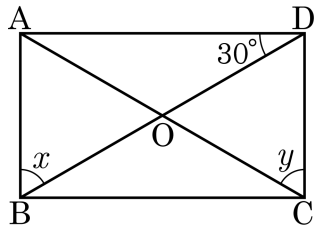


- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABC \cong \triangle FEC$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{EF}$
 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{DE}$
따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 사각형 AFED 는
평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle ADB = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 60° ② 90° ③ 100° ④ 120° ⑤ 150°

해설

$\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이고 $\angle AOB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이고,
 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$ 이다.

$\triangle OAB \cong \triangle OCD$ 이므로 $\angle y = 60^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

13. 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 않는 것은?

① $\angle A = \angle B$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

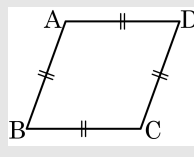
③ $\angle A = 90^\circ$

④ $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$

해설

평행사변형 ABCD 에 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 추가할 때, 마름모가 된다.



14. 다음 () 안에 들어갈 단어가 옳게 짝지어진 것은?

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 (㉠) 이고, 두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 (㉡) 이다.

- ① ㉠: 평행사변형 ㉡: 직사각형
- ② ㉠: 정사각형 ㉡: 직사각형
- ③ ㉠: 마름모 ㉡: 정사각형
- ④ ㉠: 직사각형 ㉡: 정사각형
- ⑤ ㉠: 직사각형 ㉡: 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 직사각형이다.
두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

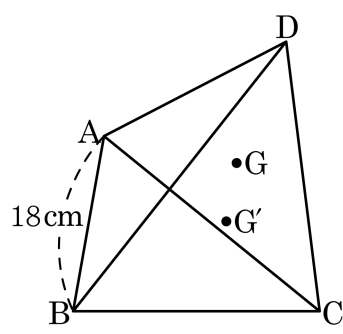
15. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형
- ② 반지름의 길이가 다른 두 원
- ③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형
- ④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴
- ⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

16. 다음 그림에서 점 G, G' 은 각각 $\triangle ACD, \triangle DBC$ 의 무게중심이다.
 $\overline{AB} = 18\text{ cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



- ① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

$\overline{CD}$ 의 중점을 M 이라 하면

$$\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1$$

$$\overline{BG'} : \overline{G'M} = 2 : 1$$

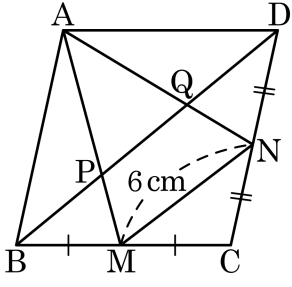
즉, $\triangle MGG', \triangle MAB$ 는 닮음이고

$$\overline{GG'} : \overline{AB} = 1 : 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{GG'} : 18 = 1 : 3$$

$$\therefore \overline{GG'} = 6 (\text{cm})$$

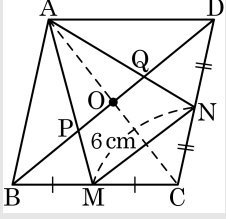
17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$ 과의 교점을 각각 P, Q 라 한다. $\overline{MN} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{CN} = \overline{DN}$ 이므로
 $\overline{BD} = 2\overline{MN} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라 하면



점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

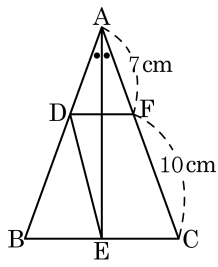
따라서 $\overline{PO} = \frac{1}{3}\overline{BO}$ 이고,

점 Q 는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

$\overline{QO} = \frac{1}{3}\overline{DO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \overline{PO} + \overline{QO} \\ &= \frac{1}{3}\overline{BO} + \frac{1}{3}\overline{DO} \\ &= \frac{2}{3}\overline{BO} = \frac{1}{3}\overline{BD} \\ &= \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$, $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 일 때, AD 의 길이를 구하
 여라.



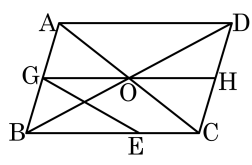
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 10cm

해설

$\overline{DF} \parallel \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\square DECF$ 는 평행사변형이다.
 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$
 따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = 10$ (cm)

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이고, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이 각각 G, H 이다. $\triangle GBE$ 의 넓이가 $2a$ 이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 a 에 관해서 나타낸 것은?



- ① $6a$ ② $9a$ ③ $12a$ ④ $16a$ ⑤ $24a$

해설

$\triangle GBE$ 는 $\triangle OBE$ 와 밑변과 높이의 길이가 같으므로 넓이가 서로 같다.

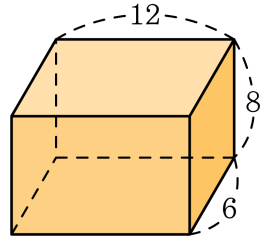
또한 $\triangle OBE$ 와 $\triangle OEC$ 의 높이가 같고 밑변의 길이가 $2 : 1$ 이므로 넓이의 비도 $2 : 1$ 이다.

따라서 $\triangle OEC$ 의 넓이는 a 이고, $\triangle OBC$ 의 넓이는 $3a$ 이다.

$\therefore$ 평행사변형 ABCD 의 넓이는

$4 \times \triangle OBC = 4 \times 3a = 12a$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 4 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 없는 것은?



- ① 2 ② 3 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $3 : 4 : 6$ 이므로 한 변의 길이가 4 인 닮은 직육면체는

1) $3 : 4 : 6 = x : y : 4 \Rightarrow 2 : \frac{8}{3} : 4$

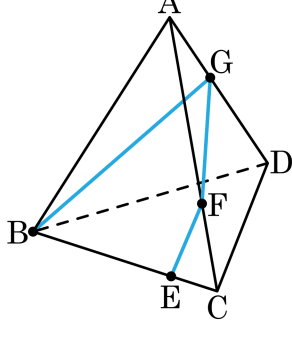
2) $3 : 4 : 6 = x : 4 : y \Rightarrow 3 : 4 : 6$

3) $3 : 4 : 6 = 4 : x : y \Rightarrow 4 : \frac{16}{3} : 8$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 없는 것은 $\frac{10}{3}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12cm 인 정사면체의 모서리 BC 를 3 : 1 로 내분하는 점 E 를 출발하여 모서리 AC 위의 점 F, 모서리 AD 위의 점 G 를 차례로 지난 후 B 에 도달하게 실을 감으려고 한다. 실의 길이가 최소가 될 때, $\overline{AF} + \overline{AG}$ 를 구하여라.

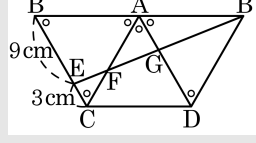


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{117}{10}$ cm

해설

다음 전개도에서 점 E 가 선분 BC 를 3:1로 내분하는 점이므로 $\overline{BE} = 9\text{ cm}$, $\overline{EC} = 3\text{ cm}$ 이다.



$\angle ABE = \angle B'AG = 60^\circ$ 이므로 $\overline{BE} \parallel \overline{AG}$

$\therefore \overline{AG} = \frac{1}{2}\overline{BE} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

$\angle EFC = \angle GFA$ (맞꼭지각)

$\angle ECF = \angle GAF = 60^\circ$

따라서 $\triangle EFC \sim \triangle GFA$ 이고 닮음비는

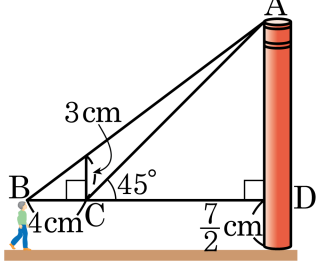
$\overline{EC} : \overline{AG} = 3 : \frac{9}{2} = 2 : 3$

$\overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고 $\overline{CF} : \overline{AF} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{AF} = \frac{3}{5}\overline{AC} = \frac{36}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF} + \overline{AG} = \frac{36}{5} + \frac{9}{2} = \frac{117}{10}(\text{cm})$

22. 다음 그림은 어느 공장의 굴뚝의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 소각로 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{200}$ 로 그린 것이다. 굴뚝의 높이를 구한 것은?



- ① 29.5 m
- ② 30 m
- ③ 31.5 m
- ④ 31 m
- ⑤ 31.5 m

해설

축도에서 굴뚝의 높이를 $h + \frac{7}{2}$ (cm) 라 하면

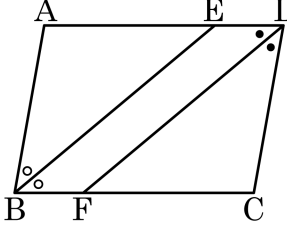
$$4 : (4 + h) = 3 : h$$

$$4h = 12 + 3h, h = 12$$

$$h + \frac{7}{2} = 15.5 \text{ (cm)}$$

$$(\text{실제 높이}) = 15.5 \times 200 = 3100 \text{ (cm)} = 31 \text{ (m)}$$

23. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\square EBF D$ 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\square ABCD$ 는 평행사변형이고
 $\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
 즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots \textcircled{㉠}$
 $\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)
 $\angle EDF = \square$ (엇각) 이므로
 $\angle AEB = \angle CFD$
 $\angle DEB = 180^\circ - \square = \angle DFB \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에 의하여 $\square EBF D$ 는 평행사변형이다.

- $\textcircled{1}$ $\angle CDF$, $\angle ABE$

$\textcircled{2}$ $\angle CDF$, $\angle AEB$

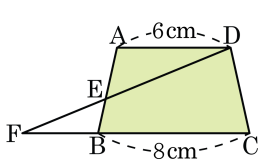
$\textcircled{3}$ $\angle CFD$, $\angle ABE$
- $\textcircled{4}$ $\angle CFD$, $\angle AEB$

$\textcircled{5}$ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180^\circ - \angle AEB = \angle DFB$ 이다.

24. 다음 그림에서 □ABCD는 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\triangle AED = 15 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답 : 50 $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

해설

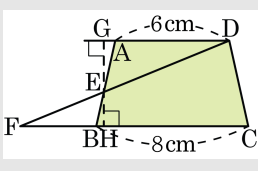
점 E를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 수직인 선을 그어 $\overline{GH}$ 라고 하면 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{FB} = 3 : 2 = 6 : \overline{FB} \quad \therefore \overline{FB} = 4 \text{ (cm)}$

$\triangle AED = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{GE} = 15 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \circ$

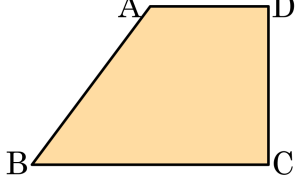
므로

$\overline{GE} = 5 \text{ (cm)}, \overline{GH} = \frac{25}{3} \text{ (cm)}$

$\triangle DFC = \frac{1}{2} \times (4 + 8) \times \frac{25}{3} = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$



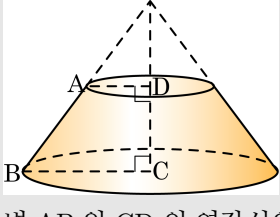
25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{AD} = 3$ 이고, $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ 인 사다리꼴을 변 CD 를 회전축으로 하여 회전시킨 도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84π

해설



변 AB 와 CD 의 연장선의 교점을 O 라고 하면 삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1:2의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 1 : 8 이다.

그러므로 사다리꼴 $ABCD$ 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.

삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times (6 \times 6 \times \pi) \times 8 = 96\pi$

따라서 원뿔대의 부피는 $96\pi \times \frac{7}{8} = 84\pi$ 이다.