

1. $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, $x \in X$ 인 임의의 x 에 대한 다음의 대응 중에서 함수가 아닌 것은?

① $x \rightarrow 1$

② $x \rightarrow |x|$

③ $x \rightarrow x^2 + 1$

④ $x \rightarrow 2x$

⑤ $x \rightarrow x^2 + x + 1$

해설

④ $f(-1) = -2$ 이므로 함숫값이 공역에 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

2. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

- ① $a = 1, b = -1$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = -1$
④ $a = 2, b = 0$ ⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

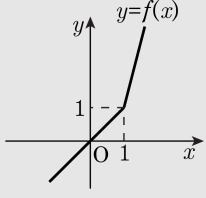
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 주어진 보기 중 ①, ②을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



3. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

4. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \textcircled{A}$$

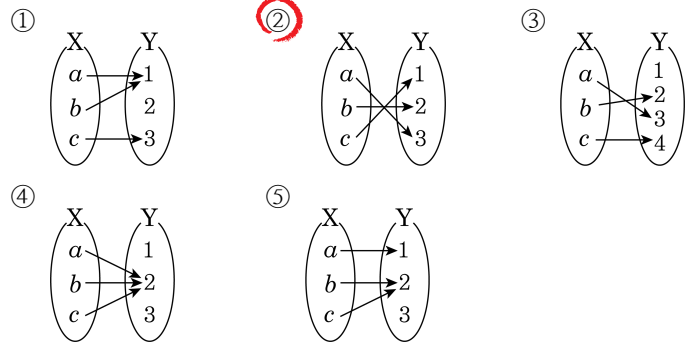
$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

5. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 것을 고르면?



해설

주어진 함수 중 일대일대응인 것은 ②번이다.

6. 함수 $y = x^2 - 2x$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 2x$ ($x \geq 1$)

② $y = x^2 - 2x$ ($x \leq 1$)

③ $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)

④ $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

⑤ $y = \sqrt{-x+1} + 1$ ($x \leq 1$)

해설

$$y = x^2 - 2x \text{에서 } x^2 - 2x + 1 = y + 1$$

$$(x-1)^2 = y+1, x-1 = \sqrt{y+1} \quad (\because x \geq 1)$$

$$\therefore x = \sqrt{y+1} + 1$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 쓰면 } y = \sqrt{x+1} + 1$$

이 때, 원래의 함수

$$y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \quad (x \geq 1) \text{의 치역}$$

$\{y | y \geq -1\}$ 이

역함수 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 의 정의역이 되므로

구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

7. 다음 중 일반적으로 성립하는 성질이 아닌 것은 무엇인가?

① $g \circ f = f \circ g$

② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

③ $(f^{-1})^{-1} = f$

④ $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

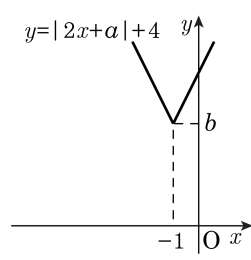
⑤ $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

해설

함성함수의 성질에서
교환법칙은 성립하지 않는다.

8. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향
 으로

$-\frac{a}{2}$ 만큼,

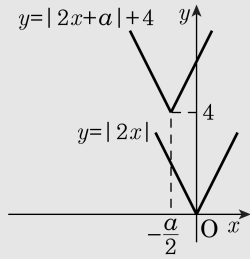
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, \quad b = 4$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



9. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

10. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $1 - a$

③ $1 - a^2$

④ $1 + a^2$

⑤ $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

11. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ 의 값은?

① $\frac{7}{25}$

② $\frac{9}{25}$

③ $\frac{11}{25}$

④ $\frac{13}{25}$

⑤ $\frac{16}{25}$

해설

$x : y = 4 : 3$ 에서 $x = 4k$, $y = 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{16k^2 - 9k^2}{16k^2 + 9k^2} = \frac{7}{25}$$

12. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$$

- ① $-2 \leq x \leq 1$ ② $0 \leq x \leq 1$ ③ $1 < x < 2$
④ $-1 \leq x \leq 2$ ⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x+1 \geq 0 \quad \therefore x \geq -1$
 $2-x \geq 0 \quad \therefore x \leq 2$
 $x-1 \geq 0 \quad \therefore x \geq 1$
공통부분을 구하면 $1 \leq x \leq 2$

13. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

14. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

15. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$ 이므로
 $y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3만큼
 y 축으로 -2만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
 $\therefore n - m = 1$

16. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로
의 함수 f 가 $f(n) = (n^3 \text{을 } 7 \text{로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 치역의
모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$1^3 = 1$
즉 나머지 : 1
 $2^3 = 7 \times 1 + 1$
즉 나머지 : 1
 $3^3 = 27 = 7 \times 3 + 6$
즉 나머지 : 6
 $4^3 = 64 = 7 \times 9 + 1$
즉 나머지 : 1
 $5^3 = 125 = 7 \times 17 + 6$
즉 나머지 : 6
따라서 치역은 {1, 6}
 $\therefore$ 치역의 모든 원소의 합은 7이다.

17. 실수에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음과 같을 때, $(f \circ f)(x)$ 의 값은 얼마인가?

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \text{가 유리수일 때}) \\ 3-x & (x \text{가 무리수일 때}) \end{cases}$$

- ① x ② $3-x$ ③ $x-3$ ④ 0 ⑤ 3

해설

- (i) x 가 유리수일 때, $f(x) = x$ 이므로,
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x) = x$
(ii) x 가 무리수일 때,
 $f(x) = 3-x$ 로 무리수이므로,
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = 3 - f(x) = 3 - (3-x) = x$
(i), (ii) 에 의하여 $(f \circ f)(x) = x$

18. $x \neq -1$ 인 실수에서 정의된 분수함수 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f, \dots, f^{n+1} = f^n \circ f$ 이 성립할 때, $f^{2005}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f^2(x) = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1 - \frac{1-x}{1+x}}{1 + \frac{1-x}{1+x}} = x \text{ 이므로}$$

따라서, $f^{2n}(x) = x$ 이다. (단, n 은 자연수)

$$\therefore f^{2005}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^{2004}\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

19. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

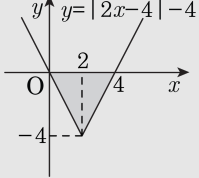
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



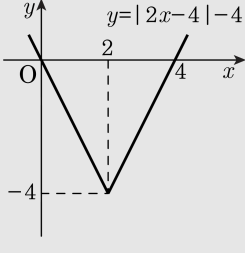
20. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는
 $y = |2x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한
것이므로
다음 그림과 같다.
따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이
는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



21. 분수식 $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를 x 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x) \\ &= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y) \\ &= (z-y)\{x^2 - (z+y)x + zy\} \\ &= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x) \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1 \end{aligned}$$

22. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{13 \times 14} = \frac{a}{14}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} \text{준식} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdots - \frac{1}{14} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14} \\ \therefore a &= 13 \end{aligned}$$

23. $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$ 일 때, 자연수 k, m 의 값에 대하여 $k + m$ 의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

따라서 $k = 6, m = 12$

$$\therefore k + m = 18$$

24. 0이 아닌 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식 $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

- ① -2 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{x-y}{4x+2y} &= \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-3y=4x+2y & x &= -5y \\ \therefore \frac{x^2-5y^2}{2xy} &= \frac{20y^2}{-10y^2} = -2\end{aligned}$$

25. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족할 때, $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 정수)이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow x+y=5k, y+z=6k, z+x=7k$$

$$\text{세 식을 모두 더하여 정리하면 } x+y+z=9k$$

$$\text{다시 식에 대입하면 } x=3k, y=2k, z=4k$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2} \\ &= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore m=7, n=3$$

$$\therefore m+n=10$$

26. 무리수 $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $n < a-b < n+1$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라. (단, n 은 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

정수 부분(a) : 0, 소수 부분(b) : $\sqrt{2}-1$

$$n < 0 - \sqrt{2} + 1 < n + 1$$

$$n - 1 < -\sqrt{2} < n$$

$$n - 1 < -1.414 \cdots < n$$

$$\therefore n = -1$$

27. x, y 가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$ 이 성립할 때, 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

주어진 등식을 $\sqrt{3}$ 에 대하여 정리하면
 $(x^2 - 2x - 3) + (y^2 + 2y - 3)\sqrt{3} = 0$
여기서, $x^2 - 2x - 3, y^2 + 2y - 3$ 이 모두 유리수이고 $\sqrt{3}$ 이 무리수이므로
 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 이고, $y^2 + 2y - 3 = 0$
즉, $(x - 3)(x + 1) = 0$ 이고 $(y + 3)(y - 1) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$ 이고 $y = -3$ 또는 $y = 1$
따라서, 구하는 x, y 의 쌍은
 $(x, y) = (3, 1), (3, -3), (-1, 1), (-1, -3)$

28. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-2}$ 의 그래프와 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있다. 이 때, 상수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-2} = \frac{2(x-2)-3}{x-2} = -\frac{3}{x-2} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore k = -3$

29. 점 $(0, 1)$ 을 지나고 점근선이 $x = -2$, $y = 2$ 인 함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프는 다음 중 어느 것을 평행이동한 것인가?

① $y = -\frac{1}{x}$
④ $y = \frac{1}{x}$

② $y = -\frac{2}{x}$
⑤ $y = \frac{2}{x}$

③ $y = -\frac{3}{x}$

해설

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 2$ 이므로

$y = \frac{k}{(x+2)} + 2$ 로 놓을 수 있고

이것이 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{k}{2} + 2$$

$$\therefore k = -2$$

따라서 $y = \frac{-2}{x+2} + 2$ 이므로

이 그래프는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

-2 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.

30. 함수 $y = \frac{ax+1}{2x+b}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, a, b 사이의 관계식은? (단, a, b 는 상수이다.)

① $a - b = 0$

② $a + b = 0$

③ $a - b = 1$

④ $a + b = 1$

⑤ $ab = 1$

해설

$y = \frac{ax+1}{2x+b}$... ㉠의 그래프가 직선

$y = x$ 에 대하여 대칭이므로 역함수의 그래프와 일치한다.

역함수를 구하면 $y = \frac{-bx+1}{2x-a}$ 이므로

이것이 ㉠과 같으려면

$$\frac{ax+1}{2x+b} = \frac{-bx+1}{2x-a} \text{ 에서 } a = -b$$

$$\therefore a + b = 0$$

31. 다음 보기에서 무리함수 $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

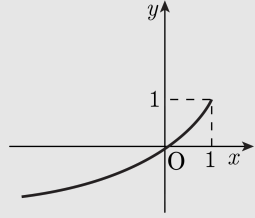
보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 그래프는 제2사분면을 지난다.
- ㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉤ $y = \sqrt{x} + 1$ 의 그래프와 만날 수 있다.

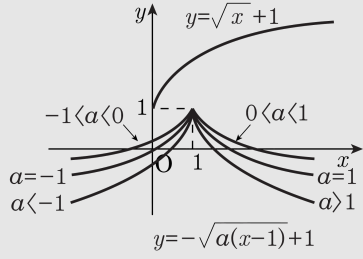
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $a = -1$ 이면 주어진 무리함수는
 $y = -\sqrt{-(x-1)} + 1$
 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한
것이므로 그래프는 오른쪽과 같다.
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



㉡, ㉢ $a > 0$ 또는 $a < 0$ 일 때
항상 $\sqrt{a(x-1)} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \leq 1\}$
㉤ $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프는
아래와 같으므로 $y = \sqrt{x} + 1$ 의
그래프와 만나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.



32. $a \leq x \leq 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x} + 1$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다. 이때, $m-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y 축의 양의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

$$\therefore a = -11$$

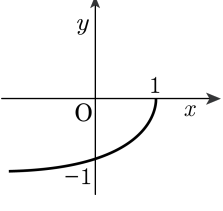
또한, $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$

33. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1, 0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1, c = 0$

$\therefore b = -a, c = 0$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고

주어진 그래프가 점(0, -1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$\therefore a = -1$

따라서 $a = -1, b = 1, c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0 = 0$$

34. 점 (1, 2) 가 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ ($a \neq 0$) 의 그래프와 그 역함수의 그래프 위에 있을 때, $2a+b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수는 $x = \sqrt{ay+b}$
이 그래프가 점 (1, 2)를 지나므로

$$1 = \sqrt{2a+b}$$

$$\therefore 2a+b=1$$

- 35.** 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때

$$6 = \sqrt[3]{3k}, \quad 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$2 \leq k \leq 12$ 이므로

정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12 의 11개다.

36. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1280)$ 의 값은 얼마인가?

(i) $f(2x) = f(x) \ (x = 1, 2, 3, \dots)$
(ii) $f(2x + 1) = 2^x \ (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$1280 = 2^8 \cdot 5 \text{ 이므로,}$$
$$f(2^8 \cdot 5) = f(2^7 \cdot 5) = f(2^6 \cdot 5) = \cdots = f(5)$$
$$= f(2 \cdot 2 + 1) \text{ 이므로,}$$
$$f(2 \cdot 2 + 1) = 2^2 = 4$$

37. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 X, Y 가 $X \cup Y = U$, $X \cap Y = \emptyset$ 을 만족한다고 한다. 이 때, X 에서 Y 로의 일대일 대응이 되는 함수 f 의 개수를 구하면?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12개

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4\} \text{ 에서 } X, Y \subset U, X \cup Y = U,$$
$$X \cup Y = \emptyset \text{ 이다.}$$

$f : X \rightarrow Y$ 이 일대일 대응이 되려면

$$n(X) = n(Y)$$
$$n(X \cup Y) = n(U) = 4. \quad X \cup Y = \emptyset \text{ 이므로}$$
$$h(X \cup Y) = h(U) = 4,$$
$$n(X) + n(Y) = 4 \circ |1$$
$$\therefore n(X) = n(Y) = 2$$
$$\mathbf{v}_-$$
$$X = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$$
의 6 가

기며

38. 두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = -x + 2$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$g^{-1}(x) = -x + 2$$

$$\begin{aligned} g^{-1}(f(x)) &= g^{-1}(3x - 1) = -(3x - 1) + 2 \\ &= -3x + 3 \end{aligned}$$

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) \\ &= (g^{-1} \circ f)(1) \\ &= g^{-1}(f(1)) = 0 \end{aligned}$$

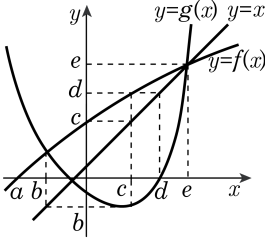
39. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x) = (f^{-1} \circ g \circ f)(x)$ 일 때, $h(c)$ 의 값은?

- ① a

② b

③ c
- ④ d

⑤ e



해설

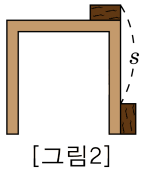
$$\begin{aligned} h(c) &= (f^{-1} \circ g \circ f)(c) = f^{-1}(g(f(c))) \\ &= f^{-1}(g(d)) = f^{-1}(e) \\ f^{-1}(e) &= k \text{라 하면 } f(k) = e \\ \therefore k &= a \\ \text{따라서 } h(c) &= a \end{aligned}$$

40. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 는 $(x-3)(y-3)(z-3)=0$ 과 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3}$ 을 모두 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

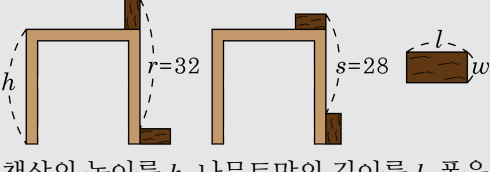
- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$(x-3)(y-3)(z-3)=0$ 을 전개하면
 $xyz-3(xy+yz+zx)+9(x+y+z)-27=0\cdots\textcircled{1}$
 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{1}{3}$
 $\therefore 3(xy+yz+zx)=xyz\cdots\textcircled{2}$
②를 ①에 대입하면 $9(x+y+z)=27$
 $\therefore x+y+z=3$

41. 탁자의 높이를 재기 위하여 그림과 같이 크기가 같은 2개의 나무블럭을 쌓아 보았더니 [그림1]의 높이 r 은 32이었고, [그림2]의 높이 s 는 28이었다. 이 탁자의 높이는?
- 
- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설



책상의 높이를 h , 나무토막의 길이를 l , 폭을 w 라 하자.
 $l + h - w = 32, w + h - l = 28$
두 식을 더하면 $2h = 60$
 $\therefore h = 30$

42. $x = \sqrt{7 - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값을 구하면?

① 36

② 98

③ 448

④ 724

⑤ 1024

해설

$$x = \sqrt{7 - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}}$$

$$= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

$$x^2 + \frac{1^2}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$x^3 + \frac{1^3}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 64 - 12 = 52$$

$$\text{따라서, } x^5 + \frac{1}{x^5}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1^2}{x}\right)\left(x^3 + \frac{1^3}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 14 \times 52 - 4 = 724$$

43. $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\&= \sqrt{(4+3) - 2\sqrt{4 \times 3}} \\&= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} \\x &= 2 - \sqrt{3} \text{ 에서 } (x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2 \\x^2 - 4x + 4 &= 3 \\\therefore x^2 - 4x + 1 &= 0 \\x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1 &= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1 \\&= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1\end{aligned}$$

44. 분수함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- I. $f(0) = g(0) = -1$
- II. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.
- III. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

- ① I

② I, II

③ I, III
- ④ II, III

⑤ I, II, III

해설

- I. $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$
 $\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>
- II. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로
$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$
$$= \frac{x+1}{x-1}$$
$$= \frac{1}{f(x)}$$
$$= g(x)$$
 -<참>
- III. $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$
따라서, 점근선은 $x = 0, y = 1$
 $y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$
따라서 점근선은 $x = 0, y = 1$ -<참>
따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

45. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$\therefore$ 점근선은 $x = 2$, $y = 1$

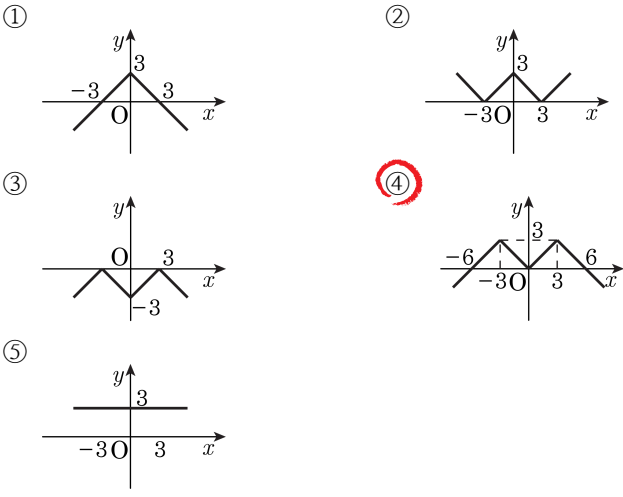
$\therefore a = 2$, $b = 1$

$y = \sqrt{2x+1}$ 의 $\left(x \geq -\frac{1}{2}\right)$ 역함수는

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$\therefore$ 최솟값은 $-\frac{1}{2}$

46. $f(x) = 3 - |x|$, $g(x) = |x| - 3$ 일 때, 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프는?

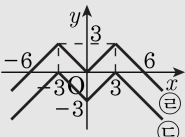
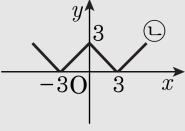
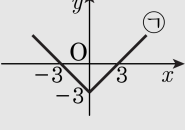


해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3 - ||x| - 3|$ 이므로

$y = |x| - 3$ 의 그래프는 ㉠

$y = ||x| - 3|$ 의 그래프는 ㉡



$y = -||x| - 3|$ 의 그래프는 ㉢

$y = 3 - ||x| - 3|$ 의 그래프는 ㉤

47. 정의역이 $\{x \mid x > 0\}$ 인 두 함수 $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = \sqrt{x}$ 가 있다.
 $(f \circ g^{-1})(a) = -1$ 일 때, $(g \circ f)(4a)$ 의 값은 ?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{x} = y \text{ 의 역함수는 } x = \sqrt{y} \\ \therefore g^{-1}(x) &= x^2 \ (x > 0) \\ (f \circ g^{-1})(a) &= f(a^2) \\ &= a^4 - 2a^2 = -1 \\ (a^2 - 1)^2 &= 0 \\ \therefore a &= 1 \leftarrow \text{정의역이 } \{x \mid x > 0\} \\ (g \circ f)(4a) &= g(f(4)) = g(8) = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} (f \circ g^{-1})(a) &= -1 \text{ 에서 } g^{-1}(a) = k \text{ 라 하면} \\ f(k) &= k^2 - 2k = -1, (k - 1)^2 = 0, k = 1 \text{ 이므로} \\ g^{-1}(a) &= 1 \Leftrightarrow g(1) = a \\ g(1) &= \sqrt{1} = a \\ \therefore (g \circ f)(4a) &= g(f(4a)) = g(f(4)) \\ &= g(4^2 - 2 \times 4) = g(8) = \sqrt{8} \end{aligned}$$

48. 실수 전체의 집합 R 에 대하여 R 에서 R 로의 함수 $f(x)$ 가 아래와 같이 정의되었다고 하자.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & (x \leq 0) \\ 3x + 1 & (x \geq 0) \end{cases} \text{ 함수 } f(x) \text{ 가 일대일대응일 때, } (f^{-1} \circ f^{-1} \circ$$

$f \circ f^{-1})(4)$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & (x \leq 0) \\ 3x + 1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$f(0) = 1 = -a$$

$$\therefore a = -1$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(4) = (f^{-1} \circ f^{-1})(4)$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = f^{-1}(f^{-1}(4))$$

$$f^{-1}(4) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 4$$

$$3k + 1 = 4 \text{ (} \because x \leq 0 \text{ 에서 } 2x + 1 \leq 1 \text{) } k = 1 \text{ 이고}$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(4) = f^{-1}(1)$$

$$f^{-1}(1) = m, f(m) = 1 \text{ 에서 } 2m + 1 = 1 \text{ (또는 } 3m + 1 = 1 \text{)},$$

$$m = 0$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(4) = 0$$

49. 다음 식의 분모를 0으로 하지 않는 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\frac{4}{x^2-1} + \frac{8}{x^2-4} + \frac{12}{x^2-9} + \cdots + \frac{40}{x^2-100}$$

$$= k \left\{ \frac{1}{(x-1)(x+10)} + \frac{1}{(x-2)(x+9)} + \cdots + \frac{1}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

이 항상 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 22$

해설

(주어진 식)

$$= 2 \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + 2 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$$

$$+ \cdots + 2 \left(\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+10} \right)$$

$$= 2 \left\{ \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+10} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+9} \right) \right.$$

$$\left. + \cdots + \left(\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+1} \right) \right\}$$

$$= 2 \left\{ \frac{11}{(x-1)(x+10)} + \frac{11}{(x-2)(x+9)} \right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{11}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

$$\therefore k = 22$$

50. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 8$ 일 때, $x^2 + \sqrt{6}x$ 의 값은? (단, $0 < x < 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 8$ 의 양변에 x^2 을 곱하고 정리하면

$$(x^2)^2 - 8x^2 + 1 = 0$$

근의 공식으로 풀면

$$x^2 = 4 - \sqrt{15} \quad (\because 0 < x < 1) \dots \textcircled{1}$$

$$x = \sqrt{4 - \sqrt{15}} \quad (\because 0 < x)$$

$$= \sqrt{\frac{8 - 2\sqrt{15}}{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \dots \textcircled{2}$$

①, ②에 따라

$$x^2 + \sqrt{6}x$$

$$= (4 - \sqrt{15}) + \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= 4 - \sqrt{15} + \sqrt{15} - 3 = 1$$