

1. 다음 중 10 이하의 2 의 배수의 집합을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것은?

① {2, 4, 6}

② {2, 4, 6, 8}

③ {2, 4, 6, 8, 10}

④ {2, 4, 6, 8, 10, 12}

⑤ {2, 4, 5, 6, 8, 10}

해설

10 이하의 2 의 배수이므로 {2, 4, 6, 8, 10} 이다.

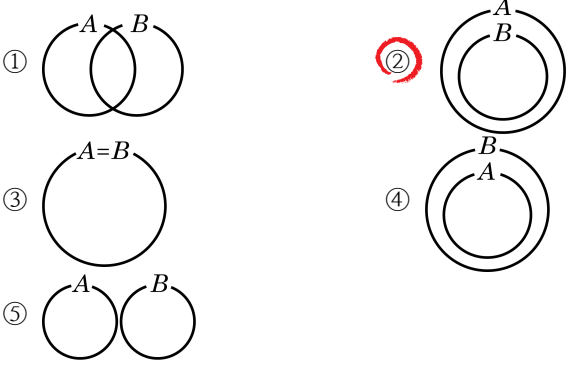
2. 다음 중 공집합인 것은?

- ①  $\{x \mid x - 5 = 3, x \text{는 짝수}\}$
- ②  $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ③  $\{x \mid x < 1 \text{인 자연수}\}$
- ④  $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
- ⑤  $\{x \mid -1 < x < 1, x \text{는 정수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

3. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$ ,  $B = \{2, 3\}$  의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $B = \{2, 3\}$   
 $\therefore B \subset A$

4. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠  $\{0\} = \emptyset$

㉡  $\emptyset \notin \{\emptyset\}$

㉢  $\{a, b\} \subset \{b, a\}$

㉣  $\{1\} \subset \{2, 3, 4\}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠  $\{0\}$  은 원소 0을 포함하는 집합이다.

㉡  $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.

㉢ 모든 집합은 자기 자신의 부분집합이다.

㉣ 집합  $\{2, 3, 4\}$ 는 집합  $\{1\}$ 을 포함하지 않는다.

5. 다음 중 집합  $A = \{4, 8, 16\}$  의 부분집합이 아닌 것은?

- ①  $\emptyset$                       ②  $A$                       ③  $\{8\}$   
④  $\{4, 8, 12, 16\}$             ⑤  $\{8, 16\}$

해설

집합  $A$  의 부분집합을 구하면  $\emptyset, \{4\}, \{8\}, \{16\}, \{4, 8\}, \{4, 16\}, \{8, 16\}, \{4, 8, 16\}$  이다.

6. 집합  $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

집합  $A$ 에서 모음은  $a$ 이므로 집합  $A$ 의 부분집합 중  $a$ 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면

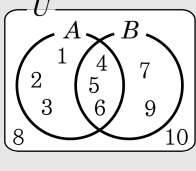
$\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$  이고 총 8개이다.

7. 집합  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?  
(단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수이다.)
- ①  $n(A^c \cap B^c) = 7$
  - ②  $A \cap B^c = \{1, 2, 3\}$
  - ③  $B - A = \{7, 9\}$
  - ④  $n(A \cap B) = 3$
  - ⑤  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

해설

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) \\ = n((A \cup B)^c) = 2 \end{aligned}$$



8. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(U) = 20, n(A) = 9, n(B) = 7, n(A^c) = a, n(B^c) = b$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 11

② 13

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$$a = n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$$

$$b = n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$$

$$\therefore a + b = 11 + 13 = 24$$

9. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$  이고  $xy \geq 1$  이면,  $x \geq 1$  이고  $y \geq 1$  이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

①  $x = 1, y = \frac{1}{2}$

②  $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③  $x = 1, y = 1$

④  $x = 2, y = 4$

⑤  $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$  는 만족하지만,  $x \geq 1, y \geq 1$  은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$  일 때, 거짓이다.

10. 다음에서 조건  $p$  는 조건  $q$  이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$$p : a, b \text{는 모두 짝수} \quad q : a + b \text{는 짝수}$$

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 충분조건

해설

$a, b$  는 모두 짝수  $\rightarrow a+b$  는 짝수 (역은 성립하지 않음) 증명)  
 $a = 2m, b = 2n$  ( $n, m$  은 자연수) 이면,  
 $a+b = 2m+2n = 2(m+n)$  이므로 짝수이다.

한편,  $a = 3, b = 3$  일 때  $a+b = 6$  이므로 짝수이지만,  $a, b$  는 모두 홀수이다.

$\therefore p$  는  $q$  의 충분조건이다.

11. 다음 중 집합인 것은?

- ① 예쁜 어린이들의 모임
- ② 우리 중학교 1 학년 1 반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임
- ③ 4 와 10000 사이에 있는 자연수의 모임
- ④ 100 에 가까운 수들의 모임
- ⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

12. 집합  $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$  에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

①  $3 \notin A$

②  $4 \in A$

③  $7 \notin A$

④  $10 \notin A$

⑤  $17 \in A$

해설

$A = \{3, 10, 17, \dots\}$

①  $3 \in A$

②  $4 \notin A$

④  $10 \in A$

13. 두 집합  $A = \{x|x \text{는 } 25\text{미만인 } 5\text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$  일 때,  $n(A) - n(B)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}, B = \varnothing$  이므로  
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

14. 집합  $A = \{a, b\}$  에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ①  $\emptyset$  는 집합  $A$  의 부분집합이다.
- ② 원소가 하나뿐인 집합  $A$  의 부분집합은 1 개이다.
- ③ 원소가 2 개인 집합  $A$  의 부분집합은 2 개이다.
- ④  $\{a\}$  는 집합  $A$  의 진부분집합이다.
- ⑤  $\{a, b, c\} \subset A$  이다.

해설

집합  $A$  의 부분집합은  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$  이고, 그 중 진부분집합은  $\{a, b\}$  를 제외한  $\emptyset, \{a\}, \{b\}$  이다.

15. 다음 중 부분집합의 개수가 다른 집합은?

①  $\{0, 2, 4\}$

②  $\{\neg, \sqsubset, 2\}$

③  $\{\emptyset, a, e\}$

④  $\{a, b, c, d\}$

⑤  $\{3, 6, z\}$

해설

①  $2^3 = 8$  (개)

②  $2^3 = 8$  (개)

③  $2^3 = 8$  (개)

④  $2^4 = 16$  (개)

⑤  $2^3 = 8$  (개)

16. 다음 중 옳은 것은?

- ①  $A \subset B$  이면,  $n(A)$ 는  $n(B)$  보다 작다.
- ②  $A \subset B$  이고,  $A \neq B$  이면,  $n(A) = n(B)$  이다.
- ③  $A = B$  이면  $n(A)$  와  $n(B)$  는 같다.
- ④  $n(A) < n(B)$  이면,  $A \subset B$  이다.
- ⑤  $A = \{0, \emptyset\}$  이면  $n(A) = 1$  이다.

해설

- ① 반례 :  $A = \{1\}$ ,  $B = \{1\}$
- ② 반례 :  $A = \{1\}$ ,  $B = \{1, 3\}$
- ④ 반례 :  $A = \{2\}$ ,  $B = \{1, 3\}$
- ⑤  $A = \{0, \emptyset\}$  이면  $n(A) = 2$  이다.

17. 세 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$ ,  $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여  $(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면  $A = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.  
먼저  $C$ 와  $A$ 의 교집합을 구해보면  $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고  $B$ 와 합집합을 구하면  $(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11이다.

18. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A$ 와  $B$ 에 대하여  $A \cap B^c = A$ ,  $n(A) = 9$ ,  $n(B) = 14$ 일 때,  $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단,  $n(X)$ 는 집합  $X$ 의 원소의 개수이다.)

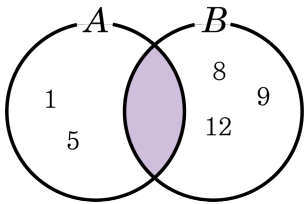
▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로  $A, B$ 는 서로소  
 $n(A \cap B) = 0$ ,  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$

19. 다음 벤 다이어그램에서  $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$  일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 :                    개

▷ 정답 : 2 개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$  이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 7 이다.

원소의 개수는 2 개이다.

20. 두 집합  $A = \{a + 1, 4, 5\}$ ,  $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때,  $a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3 \in A$  이므로  $a + 1 = 3$

$\therefore a = 2$

21. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $n(A \cup B) = 26$  일 때,  $n(B) = 15$ ,  $n(A \cap B) = 8$  이면  $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$26 = n(A) + 15 - 8$$

$$\therefore n(A) = 19$$

22. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$  일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} = B - A$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} \text{ 이므로 } B - A =$$

$$\{1, 3, 5\}$$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

23. 두 집합  $A = \{1, 2, a\}$ ,  $B = \{5, a + 1, 2 \times a, 11\}$  에 대하여  $A \cap B = \{5\}$  일 때,  $(A - B) \cup (B - A)$  는?

①  $\{1, 2, 3\}$

②  $\{1, 2, 5, 8\}$

③  $\{1, 2, 7, 8\}$

④  $\{1, 2, 6, 10\}$

⑤  $\{1, 2, 6, 10, 11\}$

해설

$A \cap B = \{5\}$  이므로  $a = 5$  이다. 따라서  $A = \{1, 2, 5\}$ ,  $B = \{5, 6, 10, 11\}$  이므로

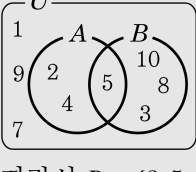
$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2\} \cup \{6, 10, 11\} = \{1, 2, 6, 10, 11\}$  이다.

24.  $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  
 $A - B = \{2, 4\}, A \cap B = \{5\}, A^c \cap B^c = \{1, 6, 7, 9\}$  일 때, 집합  $B$  는?

- ① {3, 5}
- ② {5, 7}
- ③ {3, 5, 8}
- ④ {3, 5, 10}
- ⑤ {3, 5, 8, 10}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  ,  $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 6, 7, 9\}$  이므로



따라서  $B = \{3, 5, 8, 10\}$  이다.

25.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  에 대하여  $A \cap X = X$ ,  $(A - B) \cup X = X$  를 만족하는 집합  $X$  의 개수는?

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개      ④ 4 개      ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$  , 즉  $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$  이므로 집합  $X$  의 개수는  $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

26. 실수  $x$ 에 대하여  $x+1=0$ 이  $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이  $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면  $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.  
 $x+1=0$ 에서  $x=-1$ 을  $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면  
 $(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$   
 $\therefore a=1$

27.  $a > b > c > 0$  일 때,  $A = \frac{c}{b-a}$ ,  $B = \frac{a}{b-c}$ ,  $C = \frac{b}{a-c}$  의 대소를  
바르게 비교한 것은?

- ①  $A < B < C$       ②  $A < C < B$       ③  $B < C < A$   
④  $B < A < C$       ⑤  $C < A < B$

해설

$a > b > c > 0$  에서  
 $b - a < 0$ ,  $b - c > 0$ ,  $a - c > 0$  이므로  
 $A = \frac{c}{b-a} < 0$ ,  $B = \frac{a}{b-c} > 0$   
 $C = \frac{b}{a-c} > 0$   
$$B - C = \frac{a}{b-c} - \frac{b}{a-c} = \frac{a(a-c) - b(b-c)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{a^2 - ac - b^2 + bc}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b) - c(a-b)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(b-c)(a-c)} > 0$$
$$\therefore B > C$$

따라서  $A < 0$ ,  $B > C > 0$  이므로  
 $B > C > A$  이다.

28. 석훈이네 아파트 한 동에는 전체 350 가구가 살고 있다. 이 중에서 우유를 배달시키는 집은 250 가구, 요구르트를 배달시키는 집은 160 가구, 우유나 요구르트를 배달시키는 집은 310 가구 일 때, 요구르트만 배달시키는 가구 수를 구하여라.

▶ 답 :                      가구

▷ 정답 : 60 가구

해설

우유를 배달시키는 집의 집합을  $A$ , 요구르트를 배달시키는 집의 집합을  $B$ 라 하자.

$$n(U) = 350, \quad n(A) = 250, \quad n(B) = 160, \quad n(A \cup B) = 310$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$310 = 250 + 160 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 100$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 160 - 100 = 60$$

29. 실수  $x, y, z$  에 대하여 조건 ' $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ ' 의 부정과 서로 같은 것은?

- ①  $x = y = z = 0$
- ②  $x = 0$  또는  $y = 0$  또는  $z = 0$
- ③  $x \neq 0$  이고  $y \neq 0$  이고  $z \neq 0$
- ④  $x \neq 0$  또는  $y \neq 0$  또는  $z \neq 0$
- ⑤  $x \neq 0$  이고  $y = 0$  이고  $z = 0$

해설

$x^2 + y^2 + z^2 = 0$  의 부정은  $x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$  이다.  
 $\therefore x \neq 0$  또는  $y \neq 0$  또는  $z \neq 0$

30. 다음 보기 중 참인 명제를 모두 고르면?

- ①  $x^2 + y^2 = 0$  이면  $x = 0$  이고  $y = 0$  이다. (단,  $x, y$ 는 실수)
- ②  $x + y, xy$  가 모두 실수이면  $x, y$  도 모두 실수이다.
- ③ 자연수  $n$  에 대하여  $n^2$  이 홀수이면  $n$  도 홀수이다.
- ④  $x + y > 1$  이면  $x > 1$  이고  $y > 1$  이다.
- ⑤  $x$  가 16 의 약수이면  $x$  는 8 의 약수이다.

해설

- ① 실수 범위에서  $x = 0, y = 0$  일 경우에만 성립하므로 참이다.
- ③ 홀수끼리 곱하면 항상 홀수가 나오므로 참이다.

31. 명제 ‘ $-1 < x < 2$  이면  $a-2 < x < a+2$  이다.’가 참일 때, 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $0 < a < 1$

②  $0 \leq a \leq 1$

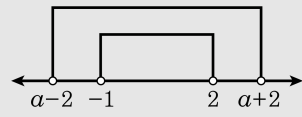
③  $a < 0$

④  $a \geq 1$

⑤  $a < 0$  또는  $a > 1$

해설

명제 ‘ $-1 < x < 2$  이면  $a-2 < x < a+2$  이다.’가 참이 되려면  $\{x \mid -1 < x < 2\} \subset \{x \mid a-2 < x < a+2\}$  이어야 하므로 다음 그림에서  $a-2 \leq -1, a+2 \geq 2$



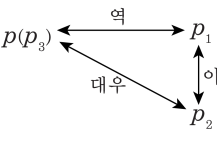
$\therefore 0 \leq a \leq 1$

32. 명제  $p$ 의 역을  $p_1$ ,  $p_1$ 의 이를  $p_2$ ,  $p_2$ 의 대우를  $p_3$ 이라고 하자. 다음 중 명제  $p$ 와 같은 것은?

- ①  $p_2$ 의 역
- ②  $p_2$ 의 이
- ③  $p_2$ 의 대우
- ④  $p_3$ 의 역
- ⑤  $p_3$ 의 대우

해설

$p, p_1, p_2, p_3$ 의 관계는 그림을 그려서 생각하면 편리하다. 예를 들어 명제를  $p \rightarrow q$ 를  $p$ 로 두면  $p_1$ 은  $q \rightarrow p$ 이고,  $p_2$ 는  $\sim q \rightarrow \sim p$ 이고,  $p_3$ 는  $p \rightarrow q$ 이다.



33. 명제  $p \rightarrow q$ 가 참일 때,  $p \Rightarrow q$ 로 나타내기로 한다. 명제  $p, q, r, s$ 가 다음의 조건을 만족할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

|                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| $\neg p \Rightarrow q$ | $\neg r \Rightarrow \neg q$ |
| $s \Rightarrow p$      | $\neg s \Rightarrow \neg q$ |

- ①  $s \Rightarrow p$
- ②  $p \Rightarrow r$
- ③  $r \Rightarrow s$
- ④  $q \Rightarrow p$
- ⑤  $p \Rightarrow s$

해설

네 명제  $p, q, r, s$ 를 정리하면  
 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow p, q \Rightarrow s$   
즉,  $p \Rightarrow q \Rightarrow r, p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로  
옳지 않은 것은 ③이다.

34. 다음 보기 중  $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것을 모두 고르면? (단,  $a, b$ 는 실수)

- $\textcircled{\tiny \neg} \quad a^2 + b^2 = 0$

$\textcircled{\tiny \cup} \quad a \neq 0 \text{ 또는 } b \neq 0$
- $\textcircled{\tiny \cap} \quad ab \neq 0$

$\textcircled{\tiny \oplus} \quad a + b \neq 0 \text{ 이고 } ab = 0$
- $\textcircled{\tiny \supset} \quad a^2 + b^2 > 0$

- ①  $\textcircled{\tiny \neg}$

②  $\textcircled{\tiny \cup}$

③  $\textcircled{\tiny \cap}$
- ④  $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}$

⑤  $\textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \supset}$

해설

$a^2 + b^2 \neq 0$ 은  $a, b$  중 적어도 하나는 0이 아니므로  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$ 이다.  
①  $a^2 + b^2 = 0$ 이면  $a = 0$ 이고  $b = 0$ 이다.  
②  $ab \neq 0$ 이면  $a \neq 0$ 이고  $b \neq 0$ 이다.  
③  $a + b \neq 0$ 이고  $ab = 0$ 이면  $a, b$  둘 중에 하나는 0이 아니다.  
④  $a^2 + b^2 > 0$ 이면  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$ 이다. 따라서  $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것은 ②, ④이다.

35. 전체집합  $U$  에 대하여 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때,  $P - Q = \emptyset$  이면 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이다.
- ②  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이다.
- ③  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.
- ④  $p$  는  $\sim q$  이기 위한 필요조건이다.
- ⑤  $p$  는  $\sim q$  이기 위한 충분조건이다.

해설

$P - Q = \emptyset$  이면  $P \subset Q$  이므로  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.

36. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ①  $a > 0, b > 0$  이면  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$
- ② 모든 실수  $a, b$  에 대하여  $|a| + |b| > a + b$
- ③ 모든 실수  $a, b$  에 대하여  $a^2 + b^2 > ab$
- ④ 모든 실수  $a, b$  대하여  $|a - b| \leq |a| - |b|$
- ⑤  $a > b > 0$  일 때,  $\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$

해설

- ① :  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ , 양변을 제곱하면  
 $a + b + 2\sqrt{ab} > a + b$   
 $\Rightarrow 2\sqrt{ab} > 0$  (참)
- ② ④ ⑤ : 모두 양변을 제곱하여 정리해 본다.
- ③ : (반례)  $a = 0, b = 0$

37.  $a \geq 0, b \geq 0$  일 때,  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  임을 다음과 같은 과정으로 증명을 하였다. 이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 쓴 것을 고르면?

증명

$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(a-b)^2}{2}$  이므로  
부등식  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 이 성립함을 알 수 있다.  
이 때, 등호는 (다)일 때 성립한다.

- ①  $\geq, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a = b$

②  $\geq, a - b, a = b = 0$
- ③  $>, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a = b$

④  $>, a - b, a = b$
- ⑤  $\geq, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a \geq b$

해설

$\left(\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}}\right)^2 = \frac{a}{2} - 2\sqrt{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}} + \frac{b}{2}$   
 $= \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$   
(가), (나)의 결과에서  $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \geq 0$ 이므로  
 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$   
(다)  $\left(\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}}\right)^2 \geq 0$ 에서  
등호가 성립할 때는  $\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}} = 0$  일 때이므로  
등호는  $a = b$  일 때 성립한다.

38.  $x > 0, y > 0, xy = \frac{9}{2}$  일 때  $5x + 10y$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$5x + 10y \geq 2\sqrt{50xy}$$

$$\begin{aligned}\text{그런데 } 2\sqrt{50xy} &= 2\sqrt{50 \times \frac{9}{2}} \\ &= 2\sqrt{25 \times 9} = 2 \times 15 = 30\end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 30

39.  $a > 0, b > 0, c > 0$  일 때,  $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$  의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

40. 두 실수  $x, y$ 의 제곱의 합이 10일 때,  $x + 3y$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 한다. 이 때,  $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해  
 $(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$   
 $x^2 + y^2 = 10$ 이므로  $100 \geq (x + 3y)^2$   
 $\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$   
 $\therefore M = 10, m = -10$   
 $\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$

41. 집합  $U = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$ 이다. 다음  $U$ 의 부분집합  $A$  중 아래 조건 ㉠과 ㉡를 만족시키며 원소의 개수가 가장 적은 것은?

- ㉠  $3 \in A$
- ㉡  $m, n \in A$  이고  $m + n \in U$  이면,  $m + n \in A$  이다.

- ①  $A = \{1, 2, \dots, 100\}$
- ②  $A = \{1, 3, 5, \dots, 99\}$
- ③  $A = \{3, 4, 5, \dots, 100\}$
- ④  $A = \{3, 6, 9, \dots, 99\}$
- ⑤  $A = \{3, 9, 15, \dots, 99\}$

해설

$3 \in A, 3 + 3 \in A, 3 + 3 + 3 \in A, \dots$  이므로  $U$ 의 원소 중 3의 배수가 된다.  
따라서 원소의 개수가 가장 적은  $A$ 는 ④

42. 집합  $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 집합  $P(A)$ 를  $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의하자. 이 때,  $P_1(A) = P(A)$ ,  $P_2(A) = P(P_1(A))$ 라 하면,  $P_2(A)$ 의 원소의 개수는?

① 32개

② 64개

③ 128개

④ 256개

⑤ 512개

해설

$$n(A) = 3, n(P_1(A)) = 2^3 = 8$$

$$\therefore n(P_2(A)) = 2^8 = 256$$

43. 두 집합  $A = \{2, 3, a, 7, b, 13, c\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } d \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여  $A = B$  일 때, 다음 중  $a + b + c + d$ 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 48      ② 49      ③ 50      ④ 51      ⑤ 52

해설

집합  $A$ 의 원소의 개수가 7개이므로  
집합  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$   
i)  $d = 17$ , ii)  $d = 18$ 인 두 가지 경우가 있으므로  
 $5 + 11 + 17 + 17 = 50$ ,  $5 + 11 + 17 + 18 = 51$ 이다.



45. 공집합이 아닌 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$  이고, 집합  $A \cap B$  의 모든 원소의 합이 10 일 때, 집합  $A$  의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$  ,  
 $\rightarrow A = B$  ,  
 $\rightarrow A \cap B = A = B$  ,  
 $A \cap B$  의 모든 원소의 합이 10 이므로,  
집합  $A$  의 모든 원소의 합은 10

46. 전체집합  $U$  의 공집합이 아닌 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c) = \emptyset$  일 때,  $n(A) - n(B)$  와 같은 값을 모두 고르면? (정답 3 개)

- ①

$n((A \cup B) - n(A \cap B))$
- ②

$n(\emptyset)$
- ③

$n(B) - n(A)$
- ④

$n(A)$
- ⑤

$n(B)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$  이므로  $A - B = \emptyset$ ,  $B - A = \emptyset$  이다.  
따라서  $A \subset B$ ,  $B \subset A$  이므로  $A = B$  이다.  
따라서  $n(A) - n(B) = 0$  이고,  
①  $n((A \cup B) - n(A \cap B)) = 0$   
②  $n(\emptyset) = 0$   
③  $n(B) - n(A) = 0$  이다.

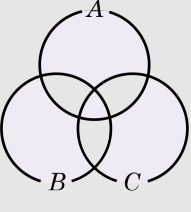
47. 임의의 두 집합  $X, Y$  에 대하여 연산  $\odot$  을  $X \odot Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$  로 정의하자. 1에서 30까지의 자연수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 각각  $A, B, C$  라고 할 때,  $(A \odot B) \odot C$  의 원소의 개수는?

- ① 11개      ② 12개      ③ 13개      ④ 14개      ⑤ 15개

해설

$$\begin{aligned} (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) &= (X \cup Y) \cap (X \cap Y)^c \\ &= (X \cup Y) - (X \cap Y) \\ &= (X - Y) \cup (Y - X) \end{aligned}$$

이 정의로부터  $(A \odot B) \odot C$  를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



이때,  $A \cap B$  는 6의 배수의 집합,  
 $B \cap C$  는 15의 배수의 집합,  
 $C \cap A$  는 10의 배수의 집합,  
 $A \cap B \cap C$  는 30의 배수의 집합이므로  
 $n(A) = 15, n(B) = 10, n(C) = 6,$   
 $n(A \cap B) = 5, n(B \cap C) = 2, n(C \cap A) = 3,$   
 $n(A \cap B \cap C) = 1$

$$\begin{aligned} \therefore n \{ (A \odot B) \odot C \} &= n(A) + n(B) + n(C) \\ &\quad - 2 \{ n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \} \\ &\quad + 4 \cdot n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 10 + 6 - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15 \end{aligned}$$

48. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p : a \leq x \leq 1$ ,  $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제  $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수  $a$ 의 범위는?

①  $a > 1$

②  $a \leq 1$

③  $-1 \leq a \leq 1$

④  $a \geq -1$

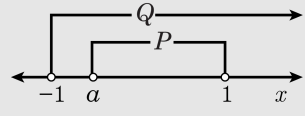
⑤  $a \leq -1$

해설

조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.

(i)  $a > 1$ 일 때,  $P = \emptyset$ 이므로  $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii)  $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서  $a \geq -1$

49. 다음은 명제 ‘ $xy$ 가 3의 배수이면  $x, y$  중 적어도 하나는 3의 배수이다.(단,  $x, y$ 는 정수이다.)’가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 틀린 것은?

주어진 명제의 대우는 ‘ $x, y$ 가 모두 (가)가 아니면  $xy$ 는 (가)가 아니다.’이다.이것이 참임을 보이자.  
 $x, y$ 가 모두 (나)가 아니면  $x, y$ 를 각각  $x = 3m \pm 1, y = 3n \pm 1$  (단,  $m, n$ 은 정수)로 나타낼 수 있다.  
이때, (다)  $= (3m \pm 1)(3n \pm 1)$   
 $= 9mn \pm 3m \pm 3n + 1$   
 $= 3(3mn \pm m \pm n) + 1$   
또는 (다)  $= (3m \pm 1)(3n \mp 1)$   
 $= 9mn \mp 3m \pm 3n - 1$   
 $= 3(3mn \mp m \pm n) - 1$   
이다. 그리고  $m, n$ 이 정수이므로  
 $3mn \pm m \pm n, 3mn \mp m \pm n$ 도 정수이다.  
따라서, (다)는 3의 배수가 아니다. 즉, 주어진 명제의 대우는 (라)이다.  
그러므로 주어진 명제는 (마)이다.

- ① (가) 3의 배수      ② (나) 3의 배수      ③ (다)  $xy$
- ④ (라) 참      ⑤ (마) 거짓

해설

대우가 참이므로 명제 역시 참이다.

50.  $a, b, c, d, x, y, z$ 가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.(단, 순서대로 쓸 것)

- ㉠  $a^2 + b^2 \geq ab$
- ㉡  $a^2 + b^2 + 1 < 2(a + b - 1)$
- ㉢  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \leq (ax + by + cz)^2$
- ㉤  $|a + b| \leq |a| + |b|$
- ㉥  $|a| - |b| \geq |a - b|$
- ㉦  $|a + b| \geq |a| - |b|$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉦

해설

부등식의 증명 : 좌변에서 우변을 뺀 값의 부호 결정한다.

- ㉠  $a^2 + b^2 - ab = a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 + \frac{3}{4}b^2$   
 $= (a - \frac{1}{2}b)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$   
 $\therefore a^2 + b^2 \geq ab$ : 맞음
- ㉡  $a^2 + b^2 + 1 - 2(a + b - 1)$   
 $= a^2 - 2a + b^2 - 2b + 3$   
 $= (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + 1 > 0$   
 $\therefore a^2 + b^2 + 1 > 2(a + b - 1)$ : 틀림
- ㉢  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + by + cz)^2$   
 $= a^2x^2 + a^2y^2 + a^2z^2 + b^2x^2$   
 $+ b^2y^2 + b^2z^2 + c^2x^2 + c^2y^2 + c^2z^2 - (a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 + 2abxy + 2bcyz + 2cazx)$   
 $= (ay - bx)^2 + (az - cx)^2 + (bz - cy)^2 \geq 0$   
 $\therefore (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$ : 틀림
- ㉤  $|a + b|$ 의 차를 구해본다. (우변에서 좌변을 뺀 값)  
 $(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2$   
 $= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)$   
 $= 2|ab| - 2ab \geq 0 (\because |ab| \geq ab)$   
 $\therefore |a| + |b| \geq |a + b|$ : 맞음
- ㉥  $|a| - |b|$ 의 차 비교  
 $(|a| - |b|)^2 - |a - b|^2$   
 $= a^2 - 2|ab| + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$   
 $= -2|ab| + 2ab \leq 0 (\because |ab| \geq ab)$   
 $\therefore |a| - |b| \leq |a - b|$ : 틀림
- ㉦  $|a + b|^2 - (|a| - |b|)^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2|ab| + b^2)$   
 $= 2ab + 2|ab| \geq 0$   
 $\therefore |a + b| \geq |a| - |b|$ : 맞음