

1. 수열 $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ 의 7번째 항은?

- ① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 홀수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 6번째 항은 11 , 7번째 항은 -13 이다.

2. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = 3n + 6$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = 3, d = -3$

② $a = 3, d = 3$

③ $a = 6, d = 3$

④ $a = 9, d = 3$

⑤ $a = 9, d = -3$

해설

$$a_n = 3n + 6 \text{ 이므로}$$

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 6 = 9,$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 + 6 = 12 \text{ 이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = 3$$

3. 첫째항이 -10 , 공차가 -3 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-3n - 7$

② $-3n - 5$

③ $-n - 7$

④ $-n - 5$

⑤ $-n + 3$

해설

$$a_n = -10 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n - 7$$

4. 등차수열 $10, 6, 2, -2, -6, \dots$ 에서 공차를 d , 제 10 항을 b 라 할 때, $b + d$ 의 값은?

① -10 ② -20 ③ -30 ④ -40 ⑤ -50

해설

공차는 -4 이므로 $d = -4$

$$a_n = 10 + (n - 1)(-4) = -4n + 14$$

$$\therefore a_{10} = -4 \cdot 10 + 14 = -26 \text{ 에서 } b = -26$$

$$\therefore b + d = -26 + (-4) = -30$$

5. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n-1=2$$

$$n=3$$

6. 두 수 48과 2 사이에 10개의 수 $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 을 넣어 12개의 수 48, $a_1, a_2, \dots, a_{10}, 2$ 가 등차수열을 이루게 하였다. 이때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

첫째항이 48이고 제 12항이 2인 등차수열의 첫째항부터 제 12항까지의 합은 $\frac{12(48+2)}{2} = 300$ 이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 300 - (48 + 2) = 300 - 50 = 250$$

7. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8 항

② 제 9 항

③ 제 10 항

④ 제 11 항

⑤ 제 12 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, \quad 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14 \cdots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

8. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$$

$$\therefore 4a + 48d = 32$$

$$a + 12d = 8$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2} \\ &= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2} \\ &= 25 \times 8 = 200 \end{aligned}$$

9. 다음 보기의 수열 중 등비수열인 것은?

보기

㉠ $\{2n + 1\}$

㉡ $\{n^2\}$

㉢ $\{3^{n+1}\}$

㉣ $\{5 \cdot 3^{n-2}\}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉣

해설

등비수열은 ar^{n-1} 의 꼴로 나타낼 수 있는 수열이므로

㉢ $3^{n+1} = 3^2 \cdot 3^{n-1}$
첫째항 = 3^2 , 공비 = 3

㉣ $5 \cdot 3^{n-2} = \frac{5}{3} \cdot 3^{n-1}$
첫째항 = $\frac{5}{3}$, 공비 = 3

10. 등비증항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, 안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$-2, \square, -8, \square, \square, 64, \dots$

- ① -11 ② -12 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$
따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$
 $\therefore 4 + 16 - 32 = -12$

11. 두 수 1과 64사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로

1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

12. 제 4 항이 -16, 제 7 항이 128 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 20 항까지의 합은?

- ① $\frac{1}{3}(2^{20} - 1)$ ② $\frac{1}{3}(1 - 2^{20})$ ③ $\frac{1}{3}(1 - 2^{20})$
④ $2(1 - 2^{20})$ ⑤ $2(1 + 2^{20})$

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$ar^3 = -16, ar^6 = 128$$

$$r^3 = -8$$

$$\therefore r = -2, a = 2$$

$$S_{20} = \frac{2\{1 - (-2)^{20}\}}{1 - (-2)}$$

$$= \frac{2}{3}(1 - 2^{20})$$

13. 등차수열을 이루는 세 수의 합이 12이고, 곱이 28일 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

등차수열을 이루는 세 수를 $a-b$, a , $a+b$ 라 하면 세 수의 합이 12이므로

$$(a-b) + a + (a+b) = 12, 3a = 12$$

$$\therefore a = 4$$

또한 세 수의 곱이 28이므로

$$(4-d) \times 4 \times (4+d) = 28, 16-d^2 = 7$$

$$d^2 = 9 \therefore d = \pm 3$$

따라서 구하는 세 수는 1, 4, 7이므로 이 중 가장 큰 수는 7이다.

14. 다음 표에 적당한 수를 넣어 각 행과 각 열이 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 12개의 빈 칸에 들어갈 수들의 총합을 구하여라.

1			7
10			34

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

다음 표와 같이 빈 칸에 문자를 대응시키자.

1	a	b	7
c	d	e	f
g	h	i	j
10	k	l	34

각 행과 열이 각각 등차수열을 이루므로

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

$$k + l = 10 + 34 = 44$$

$$c + g = 1 + 10 = 11$$

$$f + j = 7 + 34 = 41$$

$$\text{또, } (d + e) + (h + i) = (c + f) + (g + j)$$

$$= (c + g) + (f + j) = 11 + 41 = 52$$

이므로 구하는 총합은

$$8 + 44 + 11 + 41 + 52 = 156$$

15. 두 수 $\frac{1}{7}$ 과 $\frac{1}{3}$ 의 사이에 세 개의 수 x, y, z 를 넣어 다섯 개의 수 $\frac{1}{7}, x, y, z, \frac{1}{3}$ 이 이 순서로 조화수열을 이루도록 할 때, $60(x+y+z)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$\frac{1}{7}, x, y, z, \frac{1}{3}$ 이 조화수열을 이루려면 $7, \frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}, 3$ 이 등차수열을 이루어야 하므로

$$\frac{1}{x} = 6, \frac{1}{y} = 5, \frac{1}{z} = 4$$

$$\therefore x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{5}, z = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 60(x+y+z) = 60\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 60 \cdot \frac{37}{60} = 37$$

16. 등차수열 $30, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, -10$ 의 합이 210이 되도록 공차 d 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

첫째항이 30, 끝항이 -10 이고 항수가 $n+2$ 인 등차수열의 합이 210이므로

$$\frac{(n+2)\{30+(-10)\}}{2} = 210$$

$$n+2=21 \quad \therefore n=19$$

따라서 끝항은 주어진 수열의 제 21 항이므로

$$-10 = 30 + (21-1)d \quad \therefore d = -2$$

17. 100 이상 200 이하의 자연수 중에서 3 또는 5의 배수인 것들의 총합을 S 라 할 때, $\frac{S}{150}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$$\begin{aligned} S &= (3\text{의 배수의 총합}) + (5\text{의 배수의 총합}) - (15\text{의 배수의 총합}) \\ &= (102 + 105 + 108 + \cdots + 198) + (100 + 105 + 110 + \cdots + 200) - (105 + 120 + 135 + \cdots + 195) \\ &= \frac{33(102 + 198)}{2} + \frac{21(100 + 200)}{2} \\ &\quad - \frac{7(105 + 195)}{2} \\ &= 47 \cdot 150 \\ \therefore \frac{1}{150} S &= 47 \end{aligned}$$

18. 첫째항이 100이고, 공차가 -3 인 등차수열은 첫째항부터 몇 째항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34번째 항

해설

$$\begin{aligned}a_n &= 100 + (n - 1) \cdot (-3) \\&= -3n + 103 > 0 \\n &< 34.333 \cdots \\\therefore n &= 34 \text{ 일 때 최대}\end{aligned}$$

19. 1부터 9까지 번호가 적힌 9개의 공이 있다. 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로, 대각선 방향에 놓여 있는 공에 적힌 수들의 합이 각각 15가 되도록 3×3 격자판 위에 빈칸 없이 공을 배열하였다. 위와 같은 방법으로 5부터 40까지 번호가 적힌 36개의 공을 가로, 세로, 대각선 방향에 놓여있는 공에 적힌 수들의 합이 각각 m 이 되도록 $n \times n$ 격자판 위에 빈 칸 없이 모두 배열할 때, $m = n$ 의 값은?

4	9	2
3	5	7
8	1	6

- ① 137 ② 139 ③ 141 ④ 143 ⑤ 145

해설

5부터 40까지 모두 36개 이므로 $n = 6$

$$m = \frac{5 + 6 + \cdots + 40}{6} = 135$$

$$\therefore m + n = 141$$

20. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\log_2 a_n &= 2 + (n - 1) \cdot 3 \\ &= 3n - 1\end{aligned}$$

$$a_n = 2^{3n-1}$$

$\frac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

21. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 = 96$, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 120$ 일 때, 첫째항부터 제 7항까지의 합은?

① 127 ② 136 ③ 148 ④ 156 ⑤ 164

해설

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 + a_2 = 96 \text{에서 } a + ar = 96 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 120 \text{에서 } 96 + a_3 + a_4 = 120$$

즉, $a_3 + a_4 = 24$ 이므로

$$\begin{aligned} a_3 + a_4 &= ar^2 + ar^3 = r^2(a + ar) \\ &= 96r^2 = 24 \end{aligned}$$

$$r^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore r = \frac{1}{2} (\because r > 0)$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{3}{2}a = 96 \quad \therefore a = 64$$

따라서 첫째항부터 제7항까지의 합은

$$\frac{64 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^7 \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = 128 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^7 \right\} = 128 - 1 = 127$$

22. 수열 8, 4, 2, $\frac{1}{2}, \dots$ 에서 처음으로 $\frac{1}{1000}$ 보다 작게 되는 항은 제 몇 항인가?

① 제11 항

② 제12 항

③ 제13 항

④ 제14 항

⑤ 제15 항

해설

첫째항이 8, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로 일반항은

$$a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$$

이때, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} < \frac{1}{1000}$ 에서 $2^{10} = 1024$ 이므로

$$n - 4 = 10 \quad \therefore n = 14$$

23. 100 만원을 월이율 2%, 1 개월마다의 복리로 빌릴 때, 1 년 후에는 얼마를 갚아야 하는가? (단, $1.02^{12} = 1.2682$)

- ① 1258200 원 ② 1268200 원 ③ 1278200 원
④ 1288200 원 ⑤ 1298200 원

해설

$$\begin{aligned} &100 \text{ 만} \times 1.02^{12} \\ &= 100 \text{ 만} \times 1.2682 \\ &= 1268200 (\text{원}) \end{aligned}$$

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\log_2(S_n + k) = n - 1$ 을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\log_2(S_n + k) = n - 1 \text{ 에서 } S_n + k = 2^{n-1}$$

$$\therefore S_n = 2^{n-1} - k$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 1 - k$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때,}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (2^{n-1} - k) - (2^{n-2} - k)$$

$$= 2^{n-1} - 2^{n-2}$$

$$= (2 - 1)2^{n-2} = 2^{n-2}$$

이 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되려면 $S_1 = a_1$ 을 만족

$$\text{해야 하므로 } 1 - k = 2^{-1} \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$