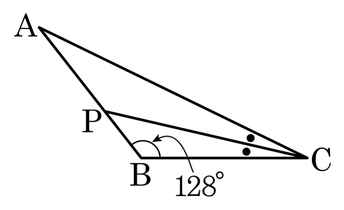
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B = 128°$ 이고 $\angle BCP = \angle ACP$ 일 때, $\angle CPB$ 의 크기는?



① 39° ② 40° ③ 41° ④ 42° ⑤ 43°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

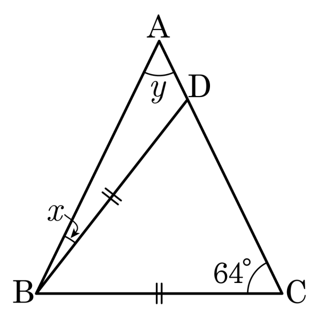
$\angle BCA = \frac{1}{2}(180° - 128°) = 26°$

또 $\angle BCP = \angle ACP$ 이므로

$\angle BCP = \angle ACP = \frac{1}{2} \times 26° = 13°$

$\therefore \angle CPB = 26° + 13° = 39°$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BD}$이고 $\angle C = 64°$일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?

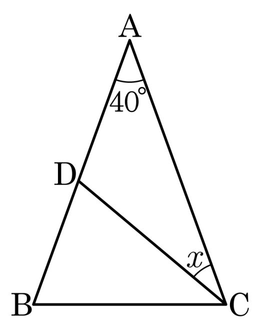


① 61° ② 62° ③ 63° ④ 64° ⑤ 65°

해설

$\triangle BCD$는 $\overline{BC} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDC = 64°$
$\therefore \angle x + \angle y = 64°$

3. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

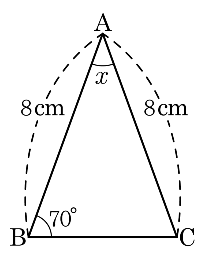
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

4. 다음과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\mathrm{cm}$일 때, $\angle x$의 크기는?

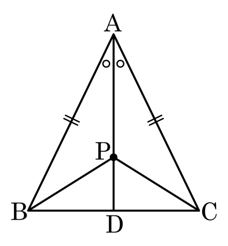


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 70°$
따라서 $x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P에 대하여 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{AB}=\overline{BC}$　② $\overline{AC}=\overline{BC}$

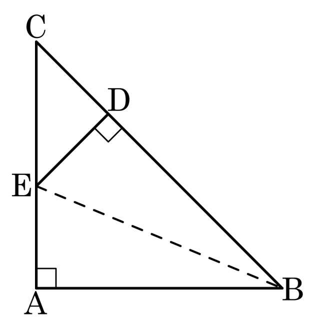
③ $\overline{BP}=\overline{BD}$　④ $\overline{AP}=\overline{BP}$

⑤ $\triangle PDB \equiv \triangle PDC$

해설

⑤ $\overline{PD}$는 공통, $\angle PDB=\angle PDC=90°$,
$\overline{BD}=\overline{CD}$이므로 SAS 합동이다.

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$　　② $\angle DBE = \angle ABE$

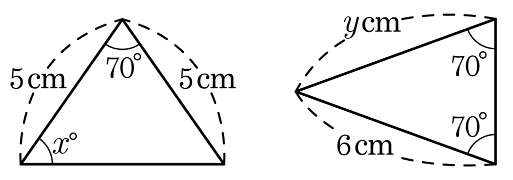
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$　　④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

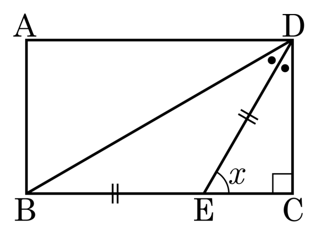
7. 다음 그림에서 $x+y$가 속한 범위는?



① 61 ~ 65 ② 66 ~ 70 ③ 71 ~ 75
④ 76 ~ 80 ⑤ 81 ~ 85

해설
두 삼각형은 모두 이등변삼각형이므로
$\angle x = 55°$, $y = 6(\text{cm})$
$\therefore\ x + y = 55 + 6 = 61$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DE}}$, $\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CDE}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

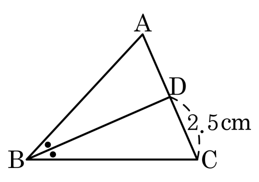
해설

$\angle\mathrm{BDE} = \angle a$ 라고 하면 $\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CDE} = \angle a$ 이고, $\angle x = 2\angle a$
$\triangle\mathrm{CDE}$ 의 내각의 합을 이용하면

$$\begin{aligned} 180° &= \angle\mathrm{CDE} + \angle\mathrm{DEC} + \angle\mathrm{ECD} \\ &= \angle a + 2\angle a + 90° \\ &= 3\angle a + 90° \end{aligned}$$

$\therefore \angle a = 30°$
한편 $\angle x = 2\angle a$ 이므로
$\therefore \angle x = 60°$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변 삼각형이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 4.2cm ② 4.4cm ③ 4.6cm

④ 4.8cm ⑤ 5cm

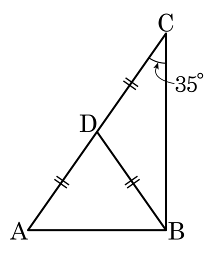
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD}\perp\overline{AC}$, $\overline{CD}=\overline{AD}$

따라서 $\overline{AC}=2.5+2.5=5(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle C = 35°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는 ?

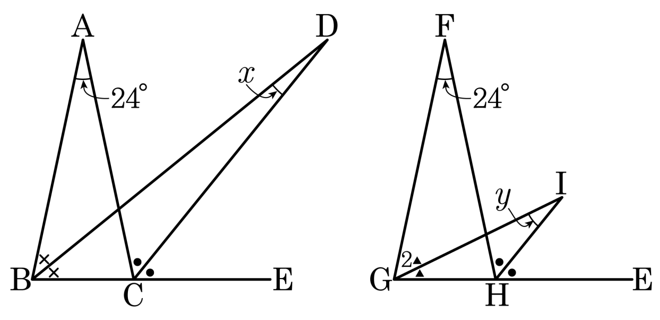


① $75°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $105°$

해설

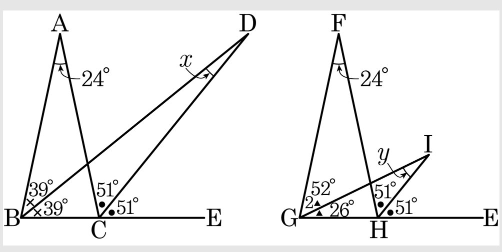
$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle CBD = 35°$
또 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이고
$\angle ADB = 35° + 35° = 70°$ 이므로
$\angle DAB = \angle DBA = 55°$
$\therefore \angle ABC = 35° + 55° = 90°$

11. $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고,$\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 $2:1$ 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A = \angle F = 24°$ 일 때, x와 y의 차는?



① 13°　② 14°　③ 15°　④ 16°　⑤ 17°

해설

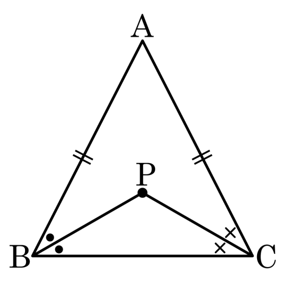


삼각형의 내각의 합은 180° 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y의 차는 $\angle DBC - \angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y의 차는 $39° - 26° = 13°$ 이다.

12. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \boxed{(가)}$
$\angle PBC = \boxed{(나)}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{(나)}\angle ACB$
$\therefore \boxed{(다)}$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{(라)}$ 이다.
따라서 $\boxed{(마)}$ 는 이등변삼각형이다.

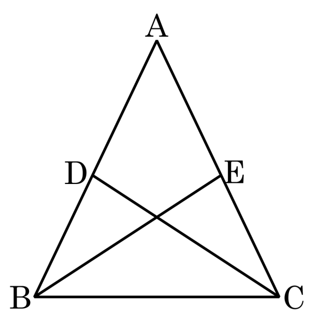
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $\angle ACB$
② (나) 2
③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = (\angle ACB)$
$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $(\overline{PB} = \overline{PC}$)이다.
따라서 ($\triangle PBC$)는 이등변삼각형이다.

13. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



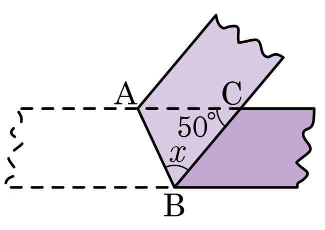
[가정] △ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \boxed{㉠}$
[결론] $\overline{DC} = \boxed{㉡}$
[증명] △ABE 와 △ACD 에서
$\overline{AB} = \boxed{㉢}$,
$\overline{AE} = \boxed{㉣}$, ∠A 는 공통이므로
△ABE ≡ △ACD ($\boxed{㉤}$ 합동)
∴ $\overline{DC} = \boxed{㉡}$

① ㉠ : $\overline{AE}$　　② ㉡ : $\overline{EB}$　　③ ㉢ : $\overline{AC}$
④ ㉣ : $\overline{AD}$　　⑤ ㉤ : ASA

해설

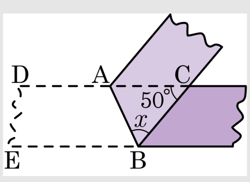
[가정] △ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$
[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$
[증명] △ABE 와 △ACD 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, ∠A 는 공통이므로
△ABE ≡ △ACD (SAS 합동)
∴ $\overline{DC} = \overline{EB}$

14. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



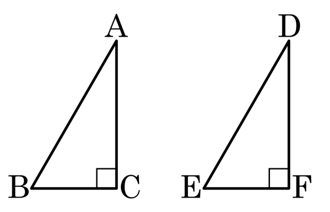
① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)
$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$
$\angle x = 65°$

15. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

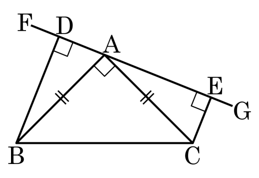


① $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
③ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$
④ $\angle B = \angle E$, $\angle A = \angle D$
⑤ $\angle B = \angle E$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\angle BAC = 90°$, $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = 7$, $\overline{CE} = 3$)



① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 7$ 이고,

사다리꼴 EDBC 의 넓이는

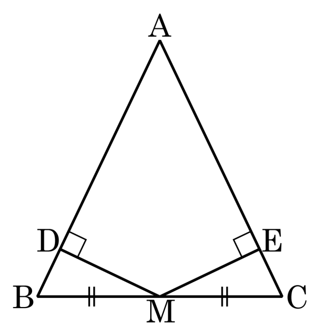
$\frac{1}{2}(\overline{DB} + \overline{EC}) \times \overline{ED} = \frac{1}{2}(7+3) \times (3+7) = 50$ 이다.

$\triangle BAD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \square EDBC - \triangle BAD - \triangle ACE$

$= 50 - \frac{21}{2} - \frac{21}{2} = 29$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BMD = \angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

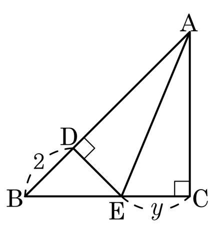
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = 2$이다. y 의 값은?

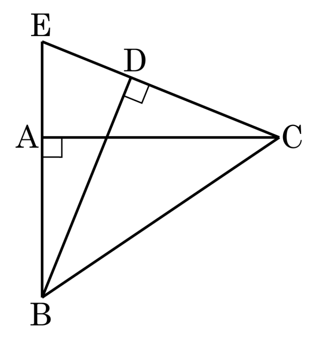


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$이므로 $\angle A = \angle B = 45°$
따라서 $\angle B = 45°$이다.
$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동)이고 $\angle B = \angle BED$이므로 $y = \overline{DE} = \overline{BD} = 2$

19. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34°$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



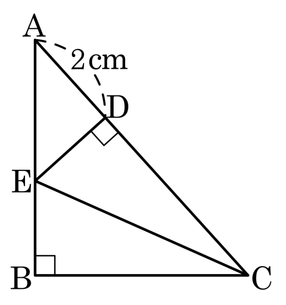
▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 68 °

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90°$,
$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)
$\angle ABC = 90° - 34° = 56°$, $\angle DBC = \angle ACB = 34°$
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56° - 34° = 22°$
$\triangle EBD$ 에서
$\angle E + \angle ABD = 90°$
$\therefore \angle E = 90° - 22° = 68°$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}, \overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



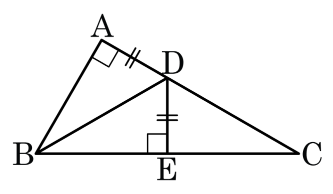
▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 2 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = 45°$
$\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이고
$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$(RHS 합동) 이므로
$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\ (\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형의 변 $\overline{AC}$ 위의 한 점 D 에서 변 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 E 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이면, $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선임을 증명할 때, 이용되는 합동 조건은?

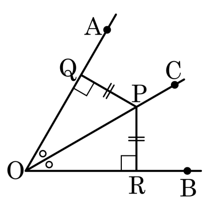


① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle A = \angle E = 90°$
$\overline{AD} = \overline{ED}$
$\overline{BD}$ 는 공통
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ (RHS 합동)
$\therefore \angle ABD = \angle DBE$

22. 다음 그림은 「한 점 P 에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ}=\overline{PR}$　② $\overline{OP}$ 는 공통

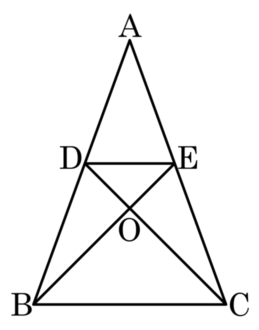
③ $\angle PQO=\angle PRO$　④ $\angle QOP=\angle ROP$

⑤ $\triangle POQ\equiv\triangle POR$

해설

④는 보이려는 것이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ii) $\overline{PQ}=\overline{PR}$ (①)
iii) $\angle PQO=\angle PRO=90°$ (③)
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle POQ\equiv\triangle POR$
(RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP=\angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{DB} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 일 때, $\triangle OBC$ 는 어떤 삼각형인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\triangle DBE \equiv \triangle ECD$ (SSS 합동)

$\angle ADC = \angle AEB$, $\overline{BE} = \overline{DC}$

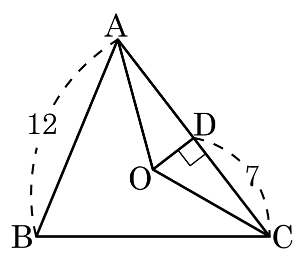
$\angle DBE = \angle ECD$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ACD$

$\therefore$ 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

$\therefore$ 삼각형 OBC 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형

24. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{AD}$의 길이는?

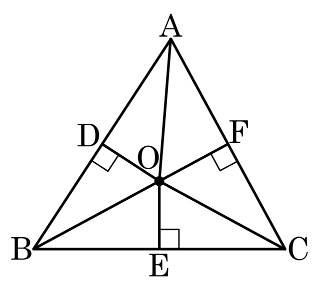


① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

외심에서 각 변에 내린 수선의 발은 각 변을 수직이등분하므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$이다.
따라서 $\overline{AD} = 7$이다.

25. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

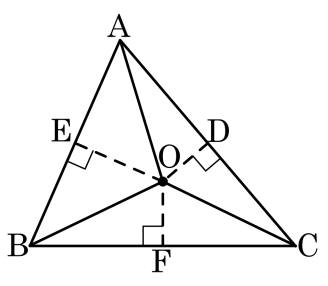


① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$
② $\overline{AF} = \overline{CF}$
③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
④ $\angle DAO = \angle DBO$
⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

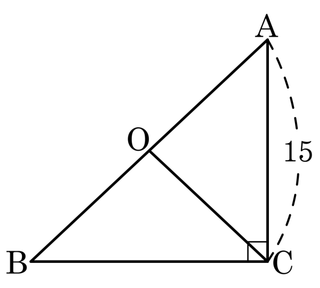
26. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① △OBE ≡ △OBF
② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE
④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설
△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

27. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



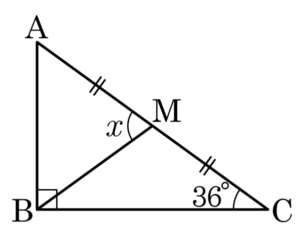
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

28. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle \mathrm{ACB} = 36°$ 일 때 $\angle \mathrm{AMB}$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

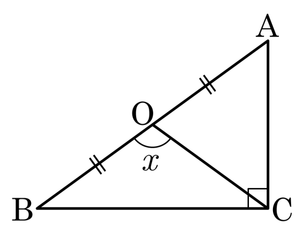
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle \mathrm{BMC}$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle \mathrm{MCB} = \angle \mathrm{MBC} = 36°$

$\angle \mathrm{AMB} = \angle \mathrm{MCB} + \angle \mathrm{MBC} = 36° + 36° = 72°$

29. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

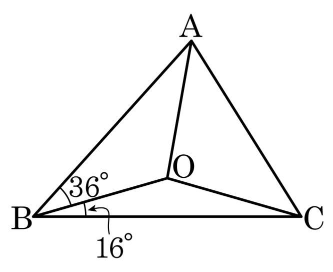


① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.
$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로
$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90° = \frac{2}{5} \times 90° = 36°$
$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90° = \frac{3}{5} \times 90° = 54°$
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고
삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

30. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle$OAC 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

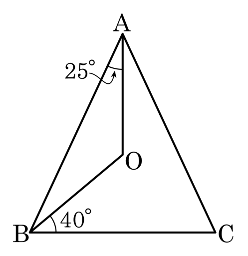
▷ 정답 : 38°

해설

$\angle \mathrm{OAC} + \angle \mathrm{OBA} + \angle \mathrm{OCB} = 90°$

$\angle \mathrm{OAC} = 90° - (36° + 16°) = 38°$

31. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$

④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

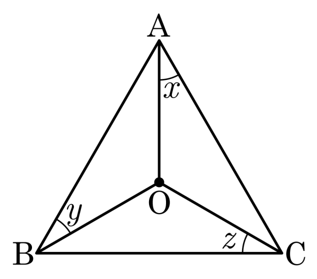
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

32. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $x+\ y+\ z$ 의 크기는?

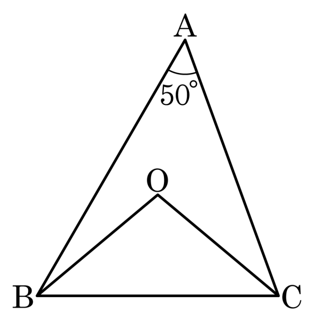


① $30°$　② $60°$　③ $90°$　④ $120°$　⑤ $130°$

해설

$\angle$OAC $=$ $\angle$OCA
$\angle$OCB $=$ $\angle$OBC
$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA
즉, $\triangle$ABC 의 내각의 합은 $2x+2y+2z=180°$ 이므로
$x+y+z=90°$ 이다.

33. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



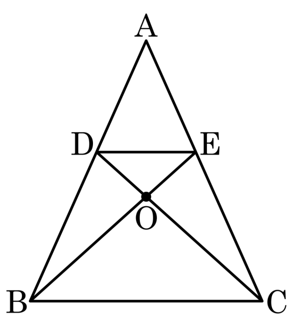
① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

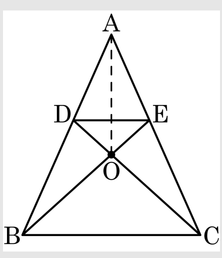
34. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DEB = \angle DBE = x$, $\angle ECD = \angle EDC = y$

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OAC = \angle OCA = y$

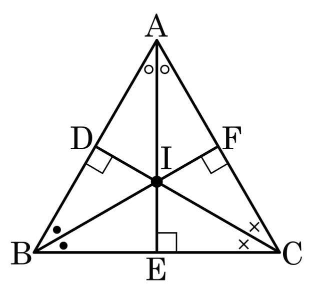
한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$\angle DOE = \angle BOC$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180°$, $x + y = \angle A = 60°$

$\therefore\ \angle BOC = 2\angle A = 120°$

35. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



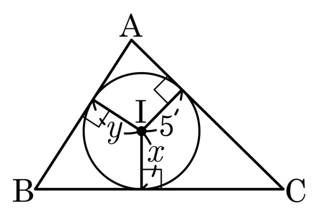
$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \cdots$①
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \cdots$㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore\ \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$　② $\overline{IE}$　③ $\overline{IC}$　④ $\overline{IB}$　⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

36. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

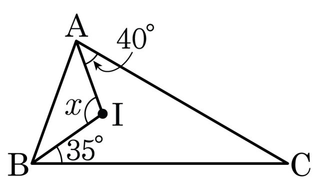
▷ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

37. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

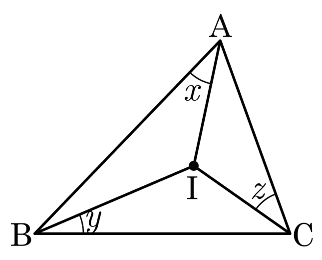


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

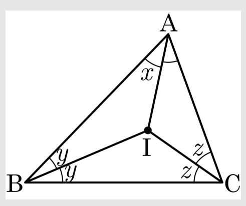
38. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\qquad)^{\circ}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

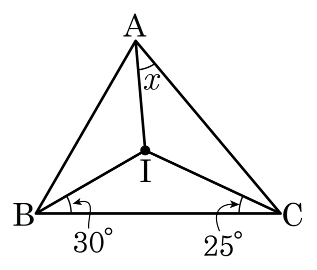
해설



$2(x + y + z) = 180^{\circ}$

$\therefore\ x + y + z = 90^{\circ}$

39. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



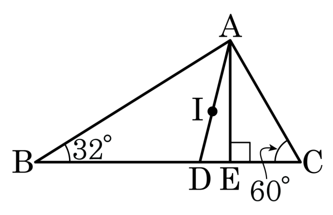
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

40. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____________ °

▷ 정답 : 14°

해설

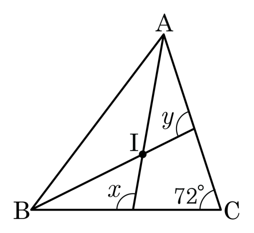
$\angle A = 180° - (32° + 60°) = 88°$

$\angle DAC = \dfrac{1}{2} \times 88° = 44°$

$\angle EAC = 30°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 44° - 30° = 14°$

41. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

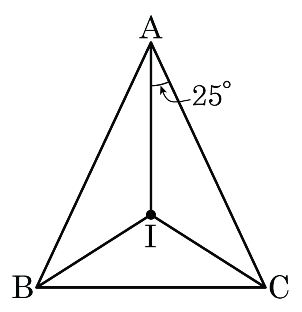


① $190°$ ② $191°$ ③ $192°$ ④ $194°$ ⑤ $198°$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 54°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72°) + (\angle b + 72°) = \angle a + \angle b + 144° = 198°$

42. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25^{\circ}$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\angle A$이다.

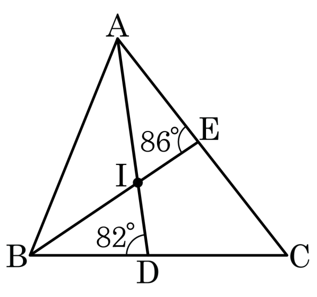
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle CAI = 25^{\circ}$이면 $\angle BAI = 25^{\circ}$이다.

$\angle A = \angle BAC = 50^{\circ}$

$\therefore\ \angle BIC = 90^{\circ} + \frac{1}{2} \times 50^{\circ} = 115^{\circ}$

43. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ADB = 82°$, $\angle AEB = 86°$일 때, $\angle C = (\quad\quad)°$의 크기를 구하여라.



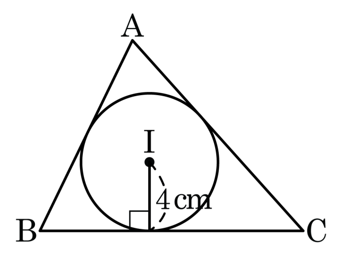
▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad}°$

▷ 정답: $\underline{52°}$

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$라 하면, $\triangle ABE$에서
$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots ㉠$
$\triangle ADB$에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots ㉡$
㉠, ㉡에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$
$\triangle ABC$에서 $60° + 68° + \angle C = 180°$이다.
$\therefore \angle C = 52°$

44. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $40\mathrm{cm}^2$ 이다. 이 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$ 의 값을 구하면?



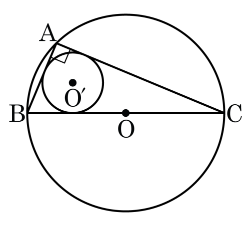
① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 4\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC} = 20\mathrm{cm}$ 이다.

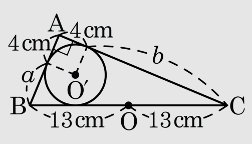
45. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 120 cm^2

해설



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times$

$4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4$

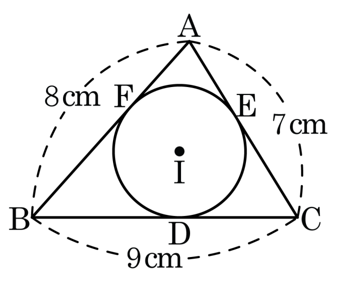
$= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52$

$= 2(\angle a + b) + 68$

$= 2 \times 26 + 68$

$= 120(\mathrm{cm}^2)$

46. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 각각 내접원의 접점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

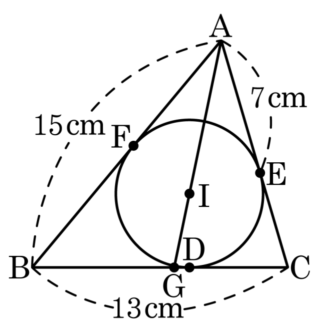
$\overline{BD} = x$ 라 하면, $\overline{BD} = \overline{BF} = x$ 이고, $\overline{CD} = 9 - x = \overline{CE}$,

$\overline{AF} = 8 - x = \overline{AE}$

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC} = 8 - x + 9 - x = 7$ 이므로 $17 - 2x = 7, 10 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 5(\text{cm})$

47. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15cm$, $\overline{AE} = 7cm$, $\overline{BC} = 13cm$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

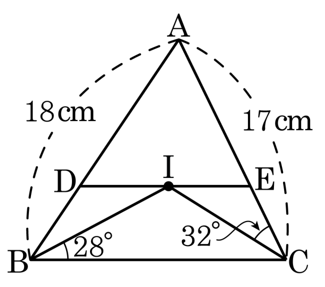
▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.
$\overline{AE} = \overline{AF} = 7cm$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8cm$
$\overline{BF} = \overline{BD} = 8cm$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5cm$
$\overline{CE} = \overline{CD} = 5cm$
$\therefore \overline{AC} = 12cm$
또한, $\overline{GD} = xcm$ 라 하면 $\overline{BD} = 8cm$, $\overline{DC} = 5cm$ 이므로
$\overline{BG} = 8 - x(cm)$, $\overline{GC} = x + 5(cm)$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$
$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$
$\therefore x = \frac{7}{9}$
따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}cm$ 이다.

48. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

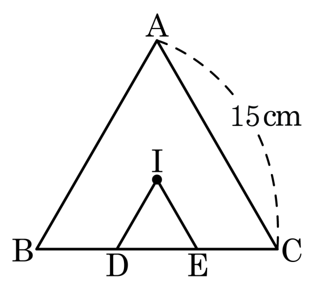
④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.
④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

49. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID} // \overline{AB}, \overline{IE} // \overline{AC}$ 이고, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

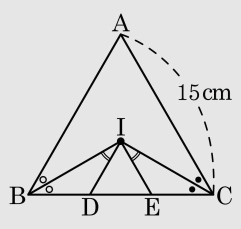
해설

$\overline{BI}, \overline{CI}$ 를 그으면

$\overline{ID} // \overline{AB}, \overline{IE} // \overline{AC}$ 이므로

$\triangle IBD, \triangle IEC$ 는 이등변삼각형이다.

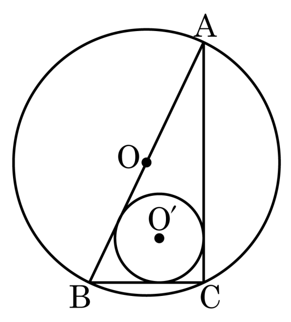
$\angle IDE = \angle IED = 60°$



$\therefore \triangle IDE$ 는 정삼각형이고 $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 5\,(\text{cm})$

$\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는 $5 + 5 + 5 = 15\,(\text{cm})$

50. 다음 그림에서 원 O 와 O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 외접원의 넓이가 $9\pi\,\mathrm{cm}^2$, 내접원의 넓이가 $1\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

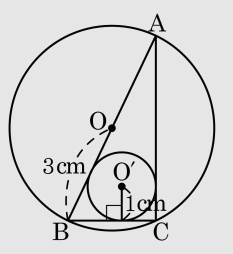


▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

△ABC 의 외심 O 가 선분 AB 위에 있으므로 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.



그림과 같이 내심 O′ 에서 △ABC 의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자.
이 때, 두 원의 넓이를 이용하여 외접원의 반지름의 길이는 3 cm, 내접원의 반지름의 길이는 1 cm 이므로
$\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 1\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}} = a\,\mathrm{cm}$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AC}} = a + 1(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{BO}} = 6\,\mathrm{cm}$ 이므로
$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BF}} = 6 - a(\mathrm{cm})$
따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 $\overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} = (a + 1) + 6 + (6 - a) + 1 = 14(\mathrm{cm})$ 이다.