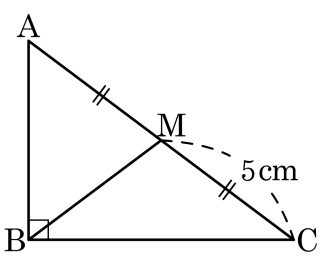
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이고 점 M 이 삼각형의 외심일 때, $\overline{BM}$ 의 길이는?

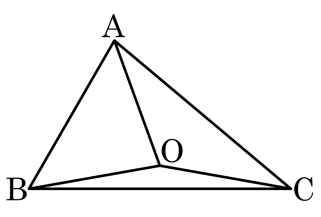


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$ 이다,
따라서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{CM} = \overline{BM} = 5\text{cm}$ 이다.

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



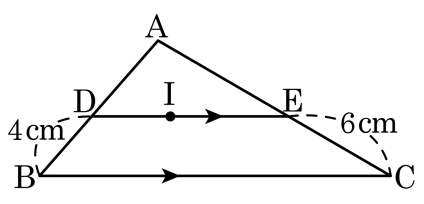
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\angle ABC = 360° \times \frac{3}{(2+3+4)} \times \frac{1}{2} = 60°$

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



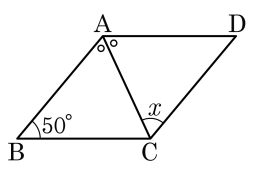
① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



① 60 ② 65 ③ 70

④ 75 ⑤ 80

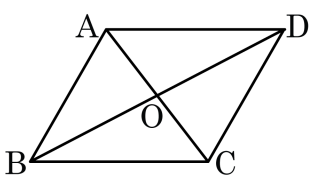
해설

$\angle x = \frac{1}{2}\angle A$ (엇각)

$\angle A = 130^\circ$

$\therefore \angle x = 65^\circ$

5. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

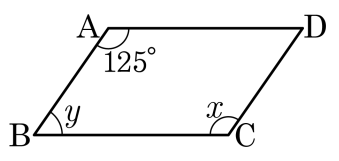


[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ⋯㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
∠OAD = ∠OCB (엇각) ⋯㉡,
∠ODA = $\boxed{}$ (엇각) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설
△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
∠OAD = ∠OCB (엇각), ∠ODA = ∠OBC (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle A = 125°$ 인 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▶ 답 : _____ °

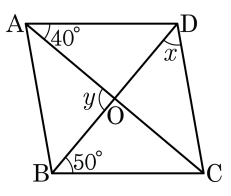
▷ 정답 : $\angle x = 125°$

▷ 정답 : $\angle y = 55°$

해설

$\angle x = 125°$, $\angle y = 180° - 125° = 55°$

7. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAO = 40°$ 이고, $\angle OBC = 50°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



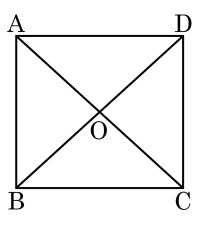
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 140 °

해설

평행사변형이므로 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고, $\angle DAO = \angle OCB = 40°$ 이고, $\angle ADO = \angle OBC = 50°$ 이므로 $\angle AOD = 90°$ 이다.
$\angle AOD = 90°$ 이므로 □ABCD 는 마름모이고 △BCD 는 이등변 삼각형이고, $\angle x = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 50° + 90° = 140°$ 이다.

8. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 <u>아닌</u> 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

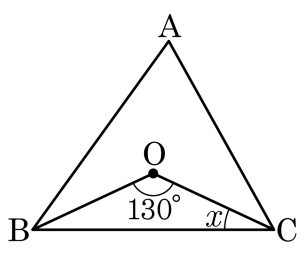
④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

9. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



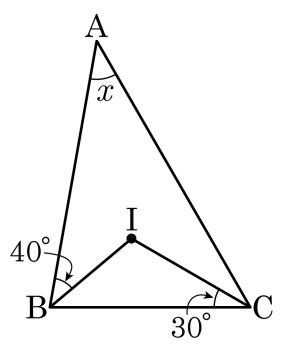
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 25°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $x = 25°$ 이다.

10. $\triangle$ABC에서 점 I 가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

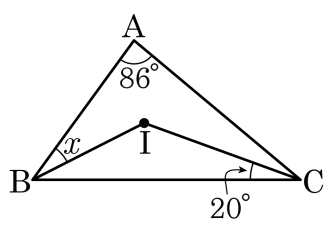


① 20° ② 25° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$일 때, $\angle ABI =$ (　　)°이다. (　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

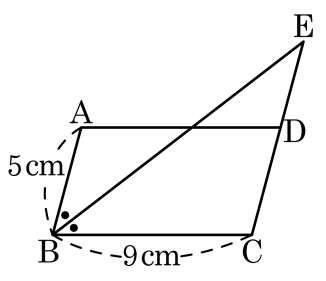
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.

$\therefore\ \angle ABI = 27°$이다.

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

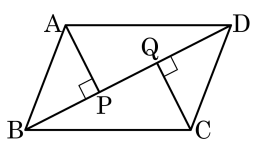
▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BC} = \overline{CE} = 9\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$

13. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

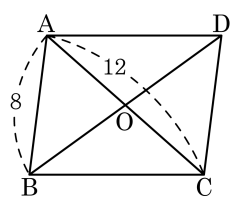


① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$
② $\overline{AP} = \overline{PC}$
③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$
④ $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$
⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①
또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②
①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.
따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

14. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 인 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{CD} = 8$

② $\angle A + \angle D = 180°$

③ $\overline{BD} = 12$

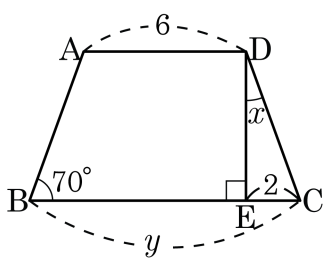
④ $\angle A = 90°$

⑤ $\angle AOD = 90°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{CE} = 2$, $\angle ABC = 70°$일 때, x, y의 값은?



① $x = 15°$, $y = 12$　　② $x = 20°$, $y = 8$

③ $x = 30°$, $y = 8$　　④ $x = 30°$, $y = 10$

⑤ $x = 20°$, $y = 10$

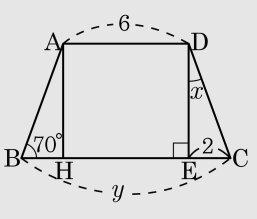
해설

$\angle B + \angle D = 180°$이므로

$\angle D = 180° - 70° = 110°$이다.

$\therefore\ \angle x = 110° - 90° = 20°$

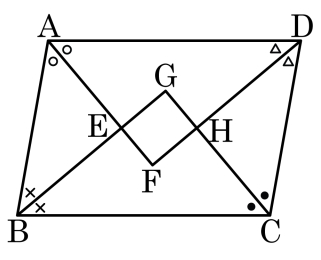
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH \equiv \triangle DCE$는 RHA 합동이므로 $\overline{BH} = \overline{EC}$이다.

$\therefore\ \overline{BC} = 2 + 6 + 2 = 10$

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH를 만들었을 때, □EFHG는 어떤 사각형인가?

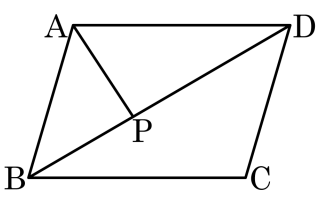


① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$이고, $\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$ 이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$이므로 □EFGH 는 직사각형이다.

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 70cm^2 이고 $\overline{BP} : \overline{PD} = 2 : 3$ 이다. $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 14cm^2
④ 21cm^2 ⑤ 25cm^2

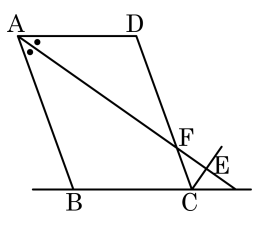
해설

$\triangle ABD = \frac{70}{2} = 35(\text{cm}^2) = \triangle ABP + \triangle ADP$

$2 : 3 = \triangle ABP : \triangle APD$

$\therefore\ \triangle ABP = 35 \times \frac{2}{5} = 14(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 내각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle AEC =$ (　　)° 이다. (　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle BAE = a$

$\angle DCE = b$ 라 하면

$\angle B = 2b$ 이고

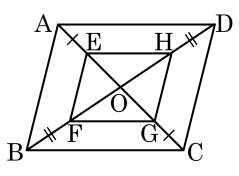
$\angle A + \angle B = 180°$ 이므로

$a + b = 90°$

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAF = \angle CFE = a$

$\therefore \angle AEC = 180° - (a + b) = 90°$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

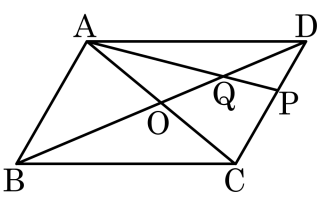
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$
$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$
따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

20. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $140\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{CP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 2$, $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 2$ 일 때, □OCPQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $27\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{CP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 2$

$\triangle\mathrm{ACP} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$

$\square\mathrm{ABCD} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times 140 = 42(\mathrm{cm}^2)$

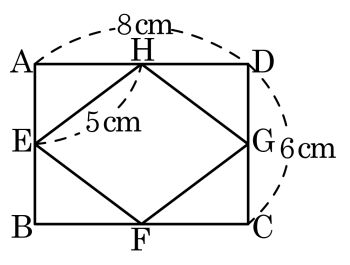
$\triangle\mathrm{OCP} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ACP} = \frac{1}{2} \times 42 = 21(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 2$

$\triangle\mathrm{QOP} = \frac{2}{7}\triangle\mathrm{AOP} = \frac{2}{7} \times 21 = 6(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square\mathrm{OCPQ} = 21 + 6 = 27(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EH}//\overline{FG}$

② $\overline{EF} = 5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

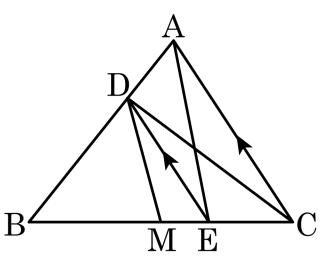
⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

$(6 \times 8) - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) = 48 - 24 = 24(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 한다. $\square ADME$ 의 넓이가 $10cm^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

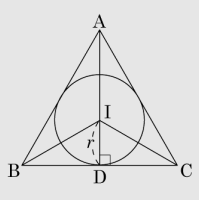
$\overline{DE} // \overline{AC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle DAE = \triangle DEC$ 이므로
$\square ADME = \triangle DME + \triangle DAE = \triangle DME + \triangle DEC = \triangle DMC = 10(cm^2)$
$\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 밑변과 높이가 같아
$\triangle DBM = \triangle DCM = 10(cm^2)$
$\therefore \triangle DBC = 2 \times 10 = 20(cm^2)$

23. $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 14$ 인 삼각형 ABC 의 내심을 I 라 하고 직선 AI 와 선분 BC 와의 교점을 D 라고 할 때, $\frac{\overline{DI}}{\overline{AI}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{10}$

해설



삼각형 ABC 는 이등변삼각형이므로 위의 그림과 같이 선분 AD 와 선분 BC 가 수직으로 만난다.
내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(10 + 10 + 14) = 17r$

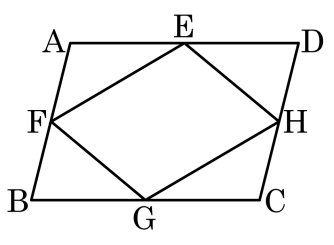
$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times r \times 14 = 7r$

밑변이 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같으므로

$\overline{AD} : \overline{ID} = 17r : 7r = 17 : 7$

$\therefore \frac{\overline{DI}}{\overline{AI}} = \frac{7}{10}$

24. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄷ에 들어갈 것으로 옳은 것을 차례로 나열한 것은?



△AEH 와 △CGF 에서

$\boxed{\text{ㄱ}} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{CF} \cdots$ ㉠

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG} \cdots$ ㉡

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\angle HAE = \boxed{\text{ㄴ}} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 △AEH ≡ △CGF (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{EH} = \overline{FG} \cdots$ ㉣

△EBF와 △GDH에서도 같은 방법으로하면

△EBF ≡ △GDH이므로

$\therefore \overline{EF} = \boxed{\text{ㄷ}} \cdots$ ㉤

㉣, ㉤에 의하여 □EFGH는 평행사변형이다.

① $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{HG}$

② $\overline{AH}, \angle CFG, \overline{HG}$

③ $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{CD}$

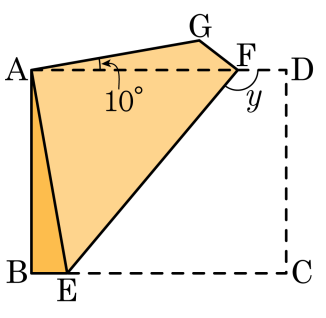
④ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{HG}$

⑤ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{GD}$

해설

$\overline{AH} = \overline{CF}$이고, $\angle HAE = \angle FCG$이다. △EBF ≡ △GDH이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$이다.

25. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C가 A에 오도록 접었다. $\angle GAF = 10°$ 일 때, $\angle x$는?



① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

해설

$\angle GAE = \angle GAF + \angle EAF = 90°$, $\angle BAF = \angle BAE + \angle EAF = 90°$
인데 $\angle EAF$ 는 공통이므로 $\angle GAF = \angle BAE = 10°$
따라서 $\triangle ABE$ 에서
$\angle AEB = 180° - (90° + 10°) = 80°$ 이다.
$\angle FEC = \angle FEA$ (접은각),
$\angle CEF + \angle FEA + \angle AEB = 180°$ 에서 $\angle FEC = 50°$
$\square FDCE$ 에서 $\angle x + 2 \times 90° + 50° = 360°$
$\therefore \angle x = 130°$