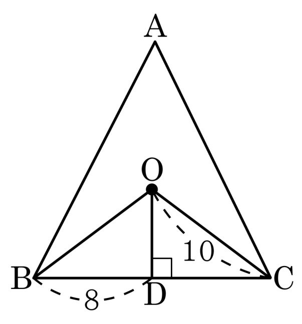
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

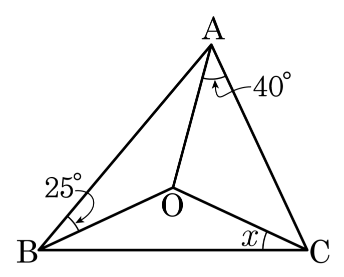


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.$\angle CAO = 40°$, $\angle ABO = 25°$일 때, $\angle BCO$의 크기는?

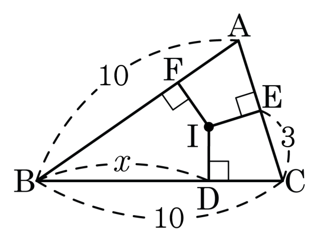


① 22° ② 35° ③ 20° ④ 30° ⑤ 25°

해설

$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90°$
$\therefore \angle x = 25°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



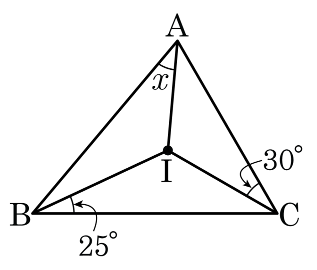
▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$이다.
$\overline{BC} = x + \overline{CD}$
$\therefore\ x = 10 - 3 = 7$

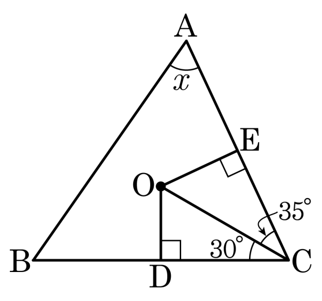
4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 세 각의 이등분선의 교점을 I 라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$ 이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설
점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle x + 30° + 25° = 90°$
$\therefore \angle x = 35°$

5. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?

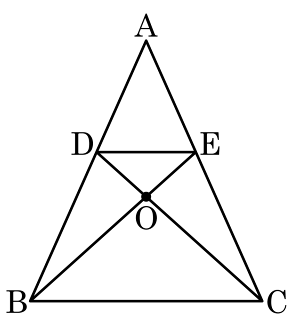


① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$
$\angle OBA = \angle OAB$
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots$ ㉠
$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots$ ㉡
$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots$ ㉢
$\angle C = 30° + 35° \cdots$ ㉣
㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$
$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

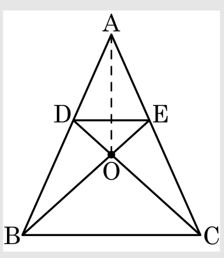
6. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DEB = \angle DBE = x$, $\angle ECD = \angle EDC = y$

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OAC = \angle OCA = y$

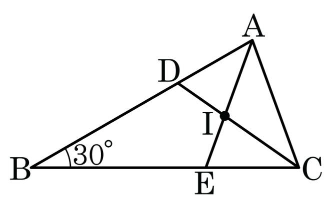
한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$\angle DOE = \angle BOC$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180^\circ$, $x + y = \angle A = 60^\circ$

$\therefore\ \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이다. $\angle\mathrm{B} = 30°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADI} + \angle\mathrm{CEI}$ 의 크기는?

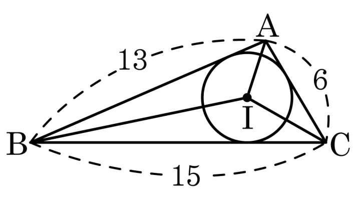


① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle\mathrm{AIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{ABC} = 105°$
$\angle\mathrm{AIC} = \angle\mathrm{DIE} = 105°$.
□BEID 에서 $\angle\mathrm{BDI} + \angle\mathrm{DIE} + \angle\mathrm{IEB} + \angle\mathrm{EBD} = 360°$.
$\angle\mathrm{BDI} + \angle\mathrm{BEI} = 360° - 30° - 105° = 225°$.
$\angle\mathrm{BDI} + \angle\mathrm{IDA} + \angle\mathrm{BEI} + \angle\mathrm{IEC} = 360°$, $\angle\mathrm{ADI} + \angle\mathrm{CEI} = 360° - 225° = 135°$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 13$, $\overline{\mathrm{BC}} = 15$, $\overline{\mathrm{CA}} = 6$ 이다. $\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

(△AIB 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

(△BIC 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

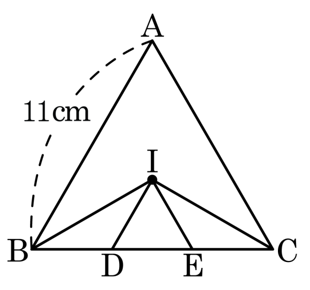
(△CIA 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA $= \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB}=11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?

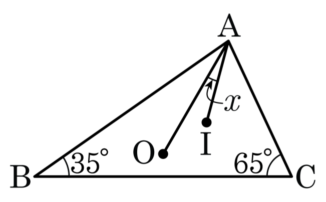


① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI=\angle IBD$ 이고 $\angle ABI=\angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD=\angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD}=\overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI=\angle ICE$ 이고 $\angle ACI=\angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE=\angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE}=\overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BC}=11(\text{cm})$ 이다.

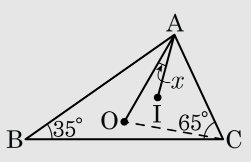
10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

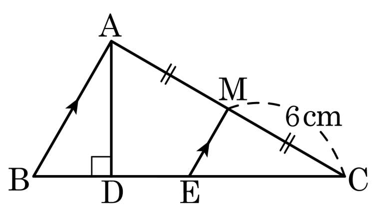


i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

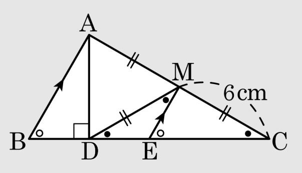
11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 점 D라고 하고, $\overline{AB}$와 평행하면서 빗변 AC의 중점 M을 지나는 선분 ME를 이었다. $\angle B = 2 \times \angle C$, $\overline{CM} = 6\text{cm}$, $\triangle DEM$의 둘레의 길이가 14cm일 때, 선분 ME의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore\ \angle DME = \angle C = \angle MDC$

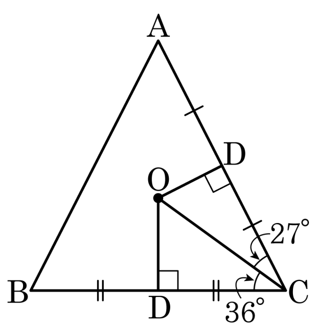
따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{ME}$이므로 $\overline{ME}$의 길이를 x라 하면

$\triangle MDE$의 둘레의 길이는 $2x + 6 = 14$

$\therefore\ \overline{ME} = 4\text{cm}$

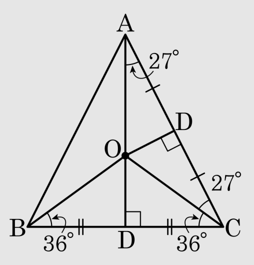
12. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 54°

해설



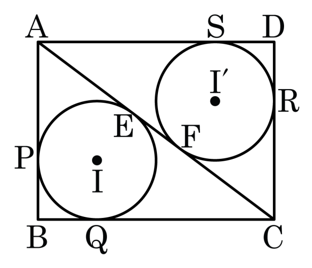
$\angle OAD = \angle OCD = 27^{\circ}, \angle OBC = \angle OCB = 36^{\circ}$

또, $\angle OAB = \angle OBA$ 이므로,

$\angle OAB = \dfrac{1}{2}\left\{180^{\circ} - 2(36^{\circ} + 27^{\circ})\right\} = 27^{\circ}$

$\therefore \angle A = 27^{\circ} + 27^{\circ} = 54^{\circ}$

13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내접원 I, I′ 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(6 - x) + (10 - x) = 8 \quad \therefore x = 4(\text{cm})$

$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF} = 10 - (4 + 4) = 2(\text{cm})$