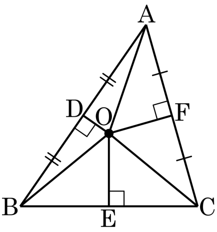
1. 다음 그림을 보고, 다음 중 크기가 같은 것끼리 묶은 것이 아닌 것은?



① $\overline{AO} = \overline{OC}$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\angle OEB = \angle OEC$

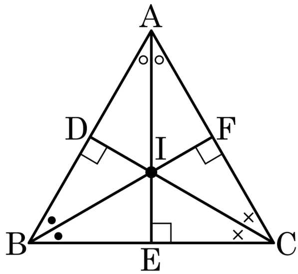
④ $\angle OBE = \angle OCE$

⑤ $\angle DOB = \angle FOC$

해설

$\angle DOB = \angle DOA$ 이고 $\angle FOC = \angle FOA$ 이다.

2. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서

$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,

$\overline{\mathrm{IB}}$는 공통변,

$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD이므로

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{\mathrm{ID}} = \boxed{} \cdots$ ㉠

같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동)이므로

$\therefore$ $\boxed{} = \overline{\mathrm{IF}} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\therefore$ $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$

$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서

$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\mathrm{AI}}$는 공통 변, $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$

이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)

대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI이므로 $\overline{\mathrm{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\mathrm{IA}}$ ② $\overline{\mathrm{IE}}$ ③ $\overline{\mathrm{IC}}$ ④ $\overline{\mathrm{IB}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{AF}}$

해설

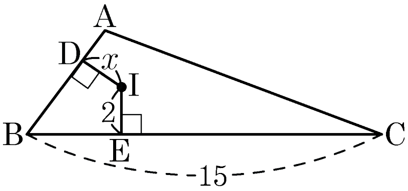
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동)이므로

$\overline{\mathrm{ID}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)

이므로 $\overline{\mathrm{IE}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IF}}$의 길이가 같다.

따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\mathrm{IE}}$가 들어간다.

3. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



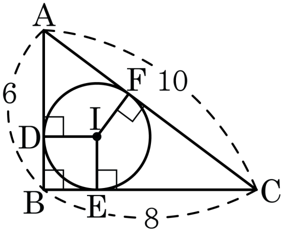
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{\mathrm{IE}} = 2$ 이다.

4. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=8$, $\overline{\mathrm{AC}}=10$)



① 1　② 1.5　③ 2　④ 2.5　⑤ 3

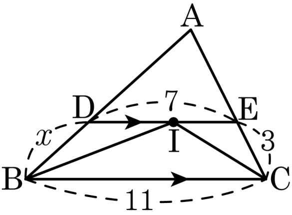
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle\mathrm{ABI}+\triangle\mathrm{BCI}+\triangle\mathrm{ACI}=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$,

$\frac{1}{2}\times(6+8+10)\times r=24 \therefore r=2$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, x 의 길이는?



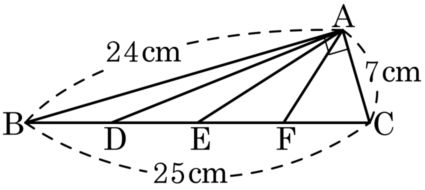
① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$7 = 3 + x$ 이다. 따라서 $x = 4$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

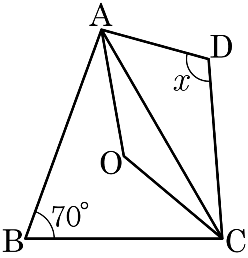
▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\text{cm})$$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 110 °

해설

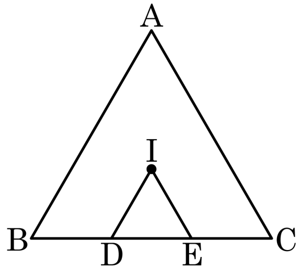
$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$

$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

$\square AOCD$ 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,

$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110°$

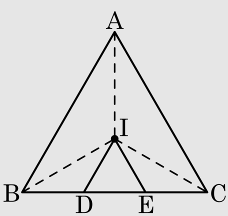
8. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30°$

따라서 $\overline{AB} // \overline{DI}$, $\overline{AC} // \overline{EI}$

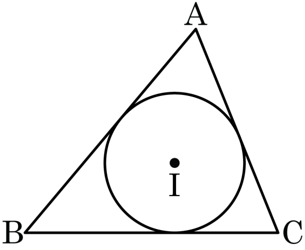
$\angle DIB = \angle ABI = 30°$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30°$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 120°$ 이므로

$\angle DIE = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 16π cm^2

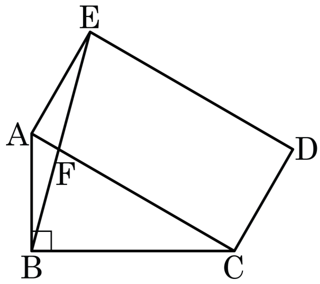
해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$

반지름의 길이는 4cm 이다.

따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

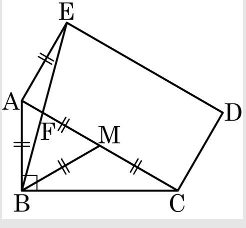
10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad}°$

▷ **정답 :** $\underline{15°}$

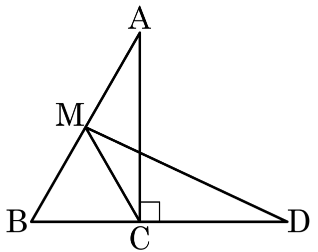
해설



직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로
$\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.

$\therefore\ \angle AEB = \dfrac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 선분 AB 의 중점에 점 M 를 잡고, 선분 BC 의 연장선과 점 M 에서 그은 직선이 만나는 점을 D 라 한다. $\angle A = 30°$, $\angle CDM = 25°$ 일 때, $\angle CMD$ 의 크기를 구하여라.



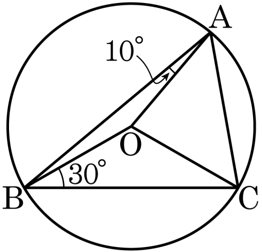
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 35 °

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이고 M 은 선분 AB 의 중점이므로
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ ($\because$ 외심)
따라서 $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$
$\angle B = 90° - 30° = 60° = \angle BCM$
$\angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$ 이므로
$\angle CMD = 60° - 25° = 35°$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

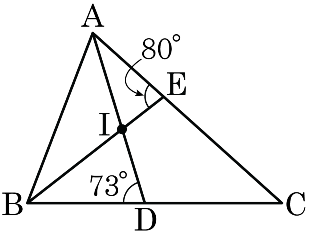
해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$

$\therefore\ \angle OAC = 90° - (30° + 10°) = 50°$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle AEB = 80°$, $\angle ADB = 73°$이다. $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 42°

해설

$\angle C = \angle x,\ \angle AIB = \angle EID = \frac{1}{2}\angle x + 90°,$

$\angle CEI = 180° - 80° = 100°,$

$\angle CDI = 180° - 73° = 107°$

$\square IECD$에서 $100° + 107° + \angle x + \frac{1}{2}\angle x + 90° = 360°$

$\therefore\ \angle x = 42°$