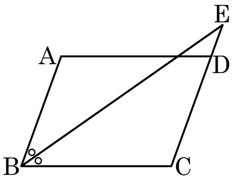
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 는 $\angle\mathrm{ABC}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 7\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{AD}} = 9\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{CE}}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

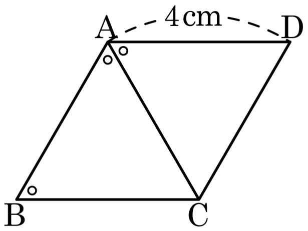
$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{BEC}$ (엇각)

$\angle\mathrm{EBC} = \angle\mathrm{BEC}$ 이므로 $\triangle\mathrm{BEC}$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} = 9(\mathrm{cm})$

2. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 점 C와 만난다. □ABCD가 평행사변형이 되도록 할 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 4 cm

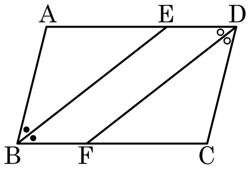
해설

$\angle ACB = \bullet = \angle ACD = \angle ADC$이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle ACD$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB} = 4\text{cm}$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 변 AD , BC 와 만나는 점을 각각 E , F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

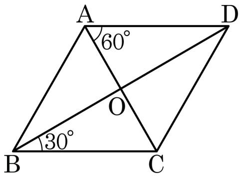


① $\angle B = \angle D$
② $\angle EBF = \angle FDE$
③ $\angle EDF = \angle DFC$
④ $\angle BFD = \angle DEB$
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$

해설

$\triangle AEB$, $\triangle DFC$ 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle ABE = \angle FDC$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$ 이고 □EBFD 는 평행사변형이다.
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$ 에서 $\angle BAE = \angle FCD$ 이지만 $\angle DFB \neq \angle FCD$ 이므로 옳지 않다.

4. 평행사변형ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle DBC = 30°$, $\angle CAD = 60°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $10°$　② $20°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\angle DAC = \angle ACB$(엇각)

$\therefore \angle BOC = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

□ABCD는 마름모이다.

5. 다음 보기에서 '두 대각선의 길이가 서로 같다.' 는 성질을 갖는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

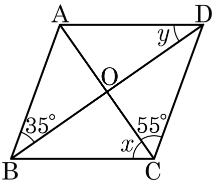
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 서로 같은 도형은 등변사다리꼴과 직사각형과 정사각형이다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 35°$, $\angle ACD = 55°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



① 20° ② 25° ③ 30°

④ 35° ⑤ 40°

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle OAB = \angle OCD = 55°$

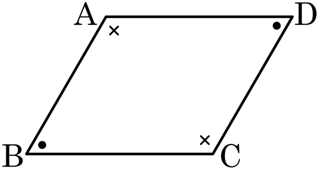
$\triangle ABO$ 에서 $\angle AOB = 180° - (35° + 55°) = 90°$

평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD 는 마름모가 된다.

$\angle x = 55°, \angle y = 35°$

$\therefore \angle x - \angle y = 20°$

7. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서

$\angle A = \angle C = a$

$\angle B = \angle D = b$ 라 하면

$2a + 2b = 360°$

$\therefore\ a + b = 180°$

동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로

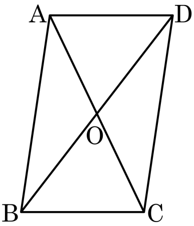
$\therefore\ \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

① 45° ② 60° ③ 90° ④ 180° ⑤ 360°

해설

동측내각의 합이 180°이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

8. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle AOB$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



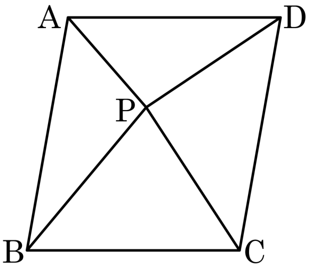
① 8 ② 10 ③ 12

④ 16 ⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle OBC$ 의 넓이는 같으므로
$\triangle ABC = 2 \times \triangle AOB = 16$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 넓이가 36cm^2 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ADP + \triangle BCP$ 의 넓이는?



① 17cm^2　② 18cm^2　③ 20cm^2

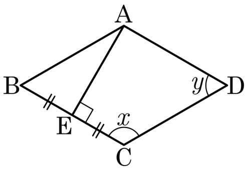
④ 23cm^2　⑤ 30cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle ADP + \triangle BCP$ 이다

$\therefore\ 36 \times \frac{1}{2} = \triangle ADP + \triangle BCP = 18(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에 대하여 $\overline{AE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이고, $\angle C = \angle x$, $\angle D = \angle y$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



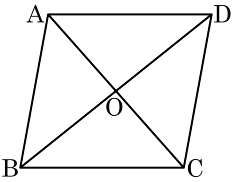
① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$

④ $70°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle x + \angle y = 180°$ 이고, $\angle ABC = \angle y$ 이고, $\overline{AC}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이다. $\triangle AEB \equiv \triangle AEC$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACE = \angle y$ 이므로 $x = 2y$ 이다. 따라서 $3y = 180°, \angle y = 60°$ 이고 $\angle x = 2 \times 60° = 120°, \angle x - \angle y = 120° - 60° = 60°$ 이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

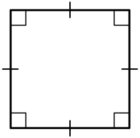
⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

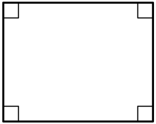
평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직이등분하고 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

12. 다음 중 등변사다리꼴이 <u>아닌</u> 것은?

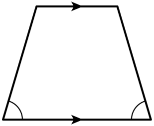
①



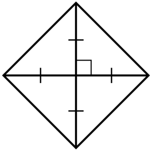
②



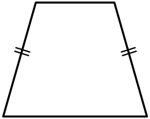
③



④



⑤

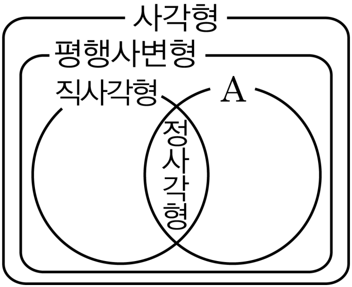


해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.

⑤ 사다리꼴이라는 조건이 나타나 있지 않다.

13. 다음 그림에서 A에 속하는 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 네 변의 길이가 다르다.

③ 두 대각의 크기가 다르다.

④ 한 쌍의 대변의 길이만 같다.

⑤ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

해설

정사각형은 직사각형이면서 마름모이므로 A는 마름모이다.

14. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① 평행사변형은 직사각형이다.

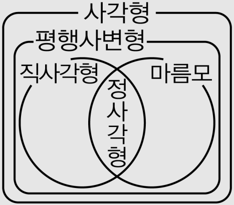
② 평행사변형은 직사각형 또는 마름모이다.

③ 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

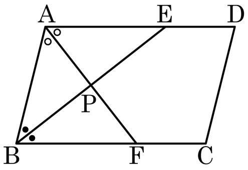
④ 마름모는 평행사변형이면서 직사각형이다.

⑤ 마름모는 직사각형이면서 정사각형이다.

해설



15. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AEB + \angle AFB$ 의 크기는?



① $70°$　② $75°$　③ $80°$

④ $85°$　⑤ $90°$

해설

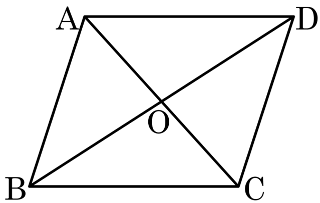
$$\angle A + \angle B = 180°$$

$$\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AEB = 180°$$

$$\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle AFB = 180°$$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle AEB + \angle AFB &= 360° - \frac{3}{2}(\angle A + \angle B) \\ &= 360° - 270° \\ &= 90° \end{aligned}$$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되는 조건을 모두 찾아라.



보기

㉠ $\angle ABO = \angle CDO$	㉡ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$
㉢ $\angle A = \angle B$	㉣ $\overline{OA} = \overline{OB}$
㉤ $\overline{AD} = \overline{BC}$	㉥ $\overline{BD} = \overline{CD}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
㉢ $\angle A = \angle B$, $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A = \angle B = 90°$ → 한 내각이 직각이다.
㉣ $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이면 $\overline{AC} = \overline{BD}$ → 두 대각선의 길이가 서로 같다.

17. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

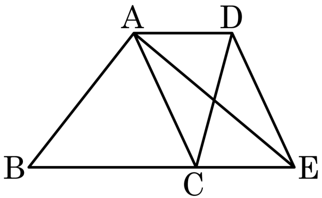
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

18. 다음 그림에서 □ABCD의 넓이는 20cm^2 이고, △ACE의 넓이는 8cm^2 이다. $\overline{AC} \,//\, \overline{DE}$ 일 때, △ABC의 넓이는?



① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2

④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

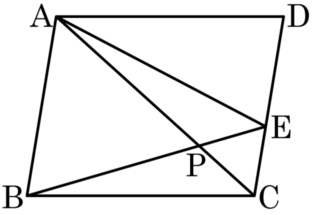
해설

△ACE = △ADE = △ADC = △CED 이고

△ABC = □ABCD − △ACD 이므로

△ABC = $20 - 8 = 12(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC = \triangle ACD$

② $\triangle ACE = \triangle BCE$

③ $\triangle PAE = \triangle PBC$

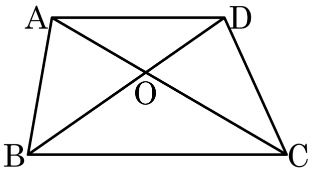
④ $\triangle ABP = \triangle AED + \triangle PCE$

⑤ $\triangle PAB + \triangle PCE = \triangle PAE + \triangle PBC$

해설

① $\overline{AC}$ 가 대각선이므로 $\triangle ABC = \triangle ACD$
② $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle BCE$
③ $\triangle PCE$ 가 공통이므로 ②에서 $\triangle PAE = \triangle PBC$
④ ①과 ③에 의해 $\triangle ABP = \triangle AED + \triangle PCE$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle DCO = 18$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



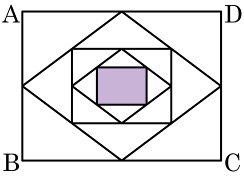
▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$\triangle ABO = \triangle DCO = 18$
또, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 27$
따라서 $\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle BOC = 18 + 27 = 45$

21. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

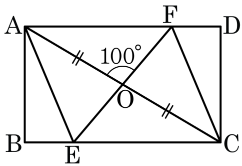
각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$

$\therefore \ x = 160$

22. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle FAO = \angle EAO$
㉡ $\overline{AF} = \overline{CF}$
㉢ $\overline{AF} = \overline{CE}$
㉣ $\overline{AE} = \overline{AO}$
㉤ $\triangle FAO \equiv \triangle ECO$
㉥ $\angle FOC = \angle EOA$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

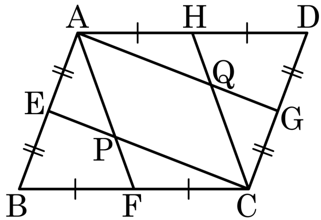
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle AFO$ 와 $\triangle OEC$ 에서, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOF = \angle EOC$, $\angle OAF = \angle OCE$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이다.
또, $\square AECF$ 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle FAO = \angle EAO$ 는 아니다.
㉡. $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이지만 항상 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{AE} = \overline{AO}$는 성립할 필요 없다.

23. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉤, ㉢, ㉠ ③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤, ㉢

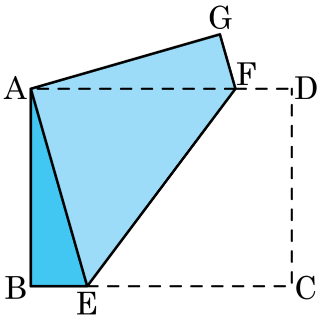
해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)

□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)

□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 점 A 에 겹쳐지도록 접었다.
$\angle BAE = 16°$ 일 때, $\angle AFG$, $\angle AEF$ 의 크기의 합을 구하여라.



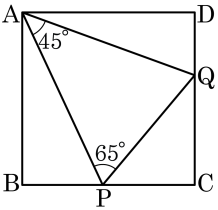
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad°}$

▷ 정답 : $\underline{127°}$

해설

$\angle AEF = \angle FEC = \angle EFA$ 이다. $\angle GAE = 90°$ 이고, $\angle FAE = 90° - 16° = 74°$ 이므로
$\angle AEF = (180° - 74°) \div 2 = 53°$ 이다. $\triangle AFG$ 에서 $\angle AFG = 180° - 16° - 90° = 74°$ 이다.
따라서 $\angle AFG + \angle AEF = 74° + 53° = 127°$ 이다.

25. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다.$\angle APQ = 65°$, $\angle PAQ = 45°$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\triangle ABP$ 를 $\overline{AD}$ 위에 붙이면

$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\overline{AQ}$ 는 공통

$\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$(SAS합동)

$\therefore \angle AQD = 180° - 65° - 45° = 70°$