

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^5 \div 3^4 = 3$

② $2^3 \div 2^4 = \frac{1}{2}$

③ $3^2 \div 3^2 = 0$

④ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

⑤ $a + a + a = 3a$

해설

$3^2 \div 3^2 = 3^{2-2} = 3^0 = 1$ 이다.

2. $\left(\frac{a^3b^\square}{a^\square b^2}\right)^4 = \frac{b^8}{a^4}$ 에서 $\square$ 안에 공통적으로 들어갈 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{b^8}{a^4} = \left(\frac{b^2}{a}\right)^4 = \left(\frac{a^3b^4}{a^4b^2}\right)^4 = \left(\frac{a^3b^\square}{a^\square b^2}\right)^4$$

3. 다음 식을 계산한 결과가 $\frac{3}{a}$ 이 되는 것은?

① $15a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{2}{5}a^2\right)^2 \div 25a^3$

③ $\frac{3}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{2}a\right)^2$

④ $-4a^2b \div \left(\frac{2}{3}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{9}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{3}{7}a^3\right)$

해설

① $15a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right) = 15a^2b \times \left(\frac{-3}{ab}\right) = -45a$

② $\left(\frac{2}{5}a^2\right)^2 \div 25a^3 = \frac{4a^4}{25} \times \frac{1}{25a^3} = \frac{4a}{625}$

③ $\frac{3}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \times \frac{4}{9a^2} = \frac{1}{3}$

④ $-4a^2b \div \left(\frac{2}{3}ab^2\right) = -4a^2b \times \frac{3}{2ab^2} = \frac{-6a}{b}$

⑤ $\left(-\frac{9}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{3}{7}a^3\right) = \left(-\frac{9a^2}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{3a^3}\right)$
 $= \frac{3}{a}$

4. $\left(\frac{2y}{x}\right)^2 \times x^2y \div \left(-\frac{3}{x}\right) = ax^by^c$ (a, b, c 는 상수) 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -4 ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 4

해설

$$\frac{4y^2}{x^2} \times x^2y \times \left(-\frac{x}{3}\right) = -\frac{4}{3}xy^3 = ax^by^c$$

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = 1, c = 3$$

$$\therefore abc = -4$$

5. $\frac{27}{8} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{xy}{2} \right)^3 \times (-3xy^2)^2 \right\} = -\frac{3}{x^2y^4}$ 일 때, $\square$ 안에
알맞은 식을 고르면?

- ① xy ② x^2y^2 ③ x^3y^3 ④ x^4y^4 ⑤ x^5y^5

해설

$$\frac{27}{8} \times \square \div \left\{ \frac{-x^3y^3}{8} \times 9x^2y^4 \right\} = -\frac{3}{x^2y^4}$$

$$\square = -\frac{3}{x^2y^4} \times \frac{8}{27} \times \frac{-x^3y^3}{8} \times 9x^2y^4$$

$$\therefore \square = x^3y^3$$

6. 다항식 A 에서 $-2x+3y$ 를 더하였더니 $x+5y$ 가 되었다. 이 때, 다항식 A 를 구하면?

① $3x+2y$

② $x-5y$

③ $2x+y-1$

④ $2x+3y$

⑤ $2x+5y$

해설

$$A + (-2x + 3y) = x + 5y \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A &= (x + 5y) - (-2x + 3y) \\ &= x + 5y + 2x - 3y \\ &= 3x + 2y \end{aligned}$$

7. 식 $4 - x^2 - 2\{1 + 3x^2 - 4(2 - 3x)\}$ 를 계산하였을 때, 상수항은?

① -14

② 7

③ 14

④ 18

⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} & 4 - x^2 - 2\{1 + 3x^2 - 4(2 - 3x)\} \\ &= 4 - x^2 - 2(1 + 3x^2 - 8 + 12x) \\ &= 4 - x^2 - 2(3x^2 - 7 + 12x) \\ &= 4 - x^2 - 6x^2 + 14 - 24x \\ &= -7x^2 - 24x + 18 \end{aligned}$$

8. $3x(x-5) + 4x(1-3x) = ax^2 + bx + c$ 일 때, abc 의 값은?

- ① 0 ② -11 ③ -20 ④ 99 ⑤ -99

해설

$$\begin{aligned} a &= -9, \quad b = -11, \quad c = 0 \\ \therefore abc &= (-9) \times (-11) \times 0 = 0 \end{aligned}$$

9. $2(x-3)^2 + (x+2)(3x+1)$ 을 간단히 하면?

① $x^2 - 5x + 20$ ② $5x^2 + 5x + 20$ ③ $5x^2 - 5x - 20$

④ $5x^2 + 5x - 20$ ⑤ $5x^2 - 5x + 20$

해설

$$\begin{aligned} & 2(x-3)^2 + (x+2)(3x+1) \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + (3x^2 + x + 6x + 2) \\ &= 2x^2 - 12x + 18 + 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 5x^2 - 5x + 20 \end{aligned}$$

10. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용할 수 있는 곱셈 공식으로 적절하지 않은 것은?

① $91^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $597^2 \rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $103^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

④ $84 \times 75 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $50.9 \times 49.1 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

해설

④ $84 \times 75 = (80+4)(80-5)$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

11. $(a^2b - a^2) \div a - 2(ab^2 + 6b^2) \div b$ 를 간단히 했을 때, ab 의 계수를 x , a 의 계수를 y 라 할 때, $3x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= ab - a - 2ab - 12b \\ &= -a - ab - 12b\end{aligned}$$

$$\therefore 3x - y = 3 \times (-1) - (-1) = -2$$

12. $\square + \frac{4a^2 + 6ab}{2a} = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식을 구하면?

① $4a + 4b$

② $-4a + 4b$

③ $-4a - 4b$

④ $-2a - 2b$

⑤ $-2a + 2b$

해설

$$\square + \frac{4a^2 + 6ab}{2a} = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b}$$

$$\square = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b} - \frac{4a^2 + 6ab}{2a}$$

$$\square = \frac{-3b^2 - 6^2 a}{3 \ b} - \frac{4^2 a^2 + 6^3 ab}{2 \ a}$$

$$\square = -b - 2a - 2a - 3b$$

$$\therefore \square = -4a - 4b$$

13. $A = \frac{3x-4y+1}{2}$, $B = \frac{-2x+3y+2}{3}$ 일 때, $2A-6B+5$ 를 x, y 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $-x+2y+10$ ② $-x-10y+2$ ③ $7x+2y+10$
④ $7x-10y-3$ ⑤ $7x-10y+2$

해설

A 와 B 를 식 $2A-6B+5$ 에 대입하면

$$2\left(\frac{3x-4y+1}{2}\right) - 6\left(\frac{-2x+3y+2}{3}\right) + 5$$

$$= (3x-4y+1) - 2(-2x+3y+2) + 5$$

$$= 3x-4y+1+4x-6y-4+5$$

$$= 7x-10y+2$$

14. $a = x - 1$ 일 때, $3x + a + 1$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $a + 2$

② $4a - 1$

③ $4a$

④ $4a + 3$

⑤ $4a + 4$

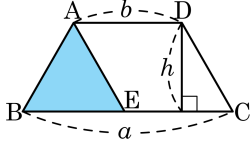
해설

$a = x - 1$ 을 x 로 정리하면 $x = a + 1$

주어진 식에 대입하면

$3(a + 1) + a + 1 = 3a + 3 + a + 1 = 4a + 4$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 밑변의 길이가 a , 윗변의 길이가 b 인 사다리꼴과 평행사변형 AECD에서 색칠한 부분의 $\triangle ABE$ 의 넓이를 S 라 하면 S 를 구하는 식을 구하고, 이 식을 h 에 관하여 풀면?



- ① $h = \frac{S}{2(a-b)}$ ② $h = \frac{S}{a+b}$ ③ $h = \frac{S}{a-2b}$
 ④ $h = \frac{S}{2a-b}$ ⑤ $h = \frac{2S}{a-b}$

해설

□AECD가 평행사변형이므로
 $\overline{AD} = \overline{EC} = b$
 $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = a - b$
 $\triangle ABE = (a - b) \times h \times \frac{1}{2}$
 $S = \frac{(a - b)h}{2}$
 $2S = (a - b)h$
 $\therefore h = \frac{2S}{a - b}$

16. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(-3x^{\square}y^2)^3 = -27x^{12}y^{\square}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

$$x^{3 \times \square} = x^{12}$$

$$\therefore \square = 4$$

$$y^{2 \times 3} = y^{\square}$$

$$\therefore \square = 6$$

17. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$
따라서 19 자리의 자연수이다.

18. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

19. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2} = 3^{3x+6}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6$$

$$\therefore x = -1$$

20. $-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4$ 을 간단히 하면?

① $-6a$

② $6a$

③ $\frac{1}{2}a$

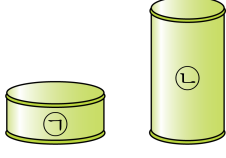
④ $-\frac{1}{2}a$

⑤ $\frac{1}{4}a$

해설

$$-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = a^4 \times \frac{8}{a^3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2}a$$

21. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이)이므로

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore h = \frac{16b}{3}$$

22. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$-3x^2y \times \frac{1}{4x^2y^{2a}} \times \frac{x^by^b}{3^b} = -\frac{x^2}{12y}$$
$$\frac{x^b}{4 \times 3^{b-1}y^{2a-1-b}} = -\frac{x^2}{12y}$$
$$b = 2, 2a - 1 - b = 1 \quad \therefore a = 2$$
$$\therefore a + b = 4$$

23. $x = 2y$ 일 때, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0$, $y \neq 0$)

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{2y}{2y+y} + \frac{y}{2y-y} = \frac{2y}{3y} + \frac{y}{y} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

24. 식 $(a^2 - 2a + 4) - (-3a^2 - 5a + 1)$ 을 간단히 하였을 때, a 의 계수와 상수항의 곱은?

① 21 ② 15 ③ 9 ④ -15 ⑤ -21

해설

$$a^2 - 2a + 4 + 3a^2 + 5a - 1$$

$$= 4a^2 + 3a + 3$$

a 의 계수는 3, 상수항은 3

$$\therefore 3 \times 3 = 9$$

25. $\frac{2x^2-5x+4}{3}$ 에 어떤 식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $\frac{x^2-19x+5}{6}$ 가 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

- ① $\frac{x^2-24x+5}{6}$ ② $\frac{3x^2-2x+5}{6}$ ③ $\frac{7x^2-x+5}{6}$
 ④ $\frac{7x^2-x+9}{6}$ ⑤ $\frac{7x^2-x+11}{6}$

해설

어떤 식을 A 라 하면 $\frac{2x^2-5x+4}{3} - A = \frac{x^2-19x+5}{6}$

$$\begin{aligned} \therefore A &= \frac{2x^2-5x+4}{3} - \frac{x^2-19x+5}{6} \\ &= \frac{4x^2-10x+8}{6} - \frac{x^2-19x+5}{6} \\ &= \frac{3x^2+9x+3}{6} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} &\frac{2x^2-5x+4}{3} + \frac{3x^2+9x+3}{6} \\ &= \frac{4x^2-10x+8}{6} + \frac{3x^2+9x+3}{6} \\ &= \frac{7x^2-x+11}{6} \end{aligned}$$

26. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ &= 2x^2 + x + (a-4)xy - 2ay^2 + (3a+10)y - 15 \\ & 2+1+(a-4)-2a+(3a+10)=5 \\ & 2a+9=5 \\ & \therefore a=-2 \end{aligned}$$

27. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

② $(-3+x)(-3-x) = x^2 - 9$

③ $(-2a+4)(2a+4) = -4a^2 + 16$

④ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

⑤ $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right) = y^2 - \frac{1}{25}$

해설

① $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

② $(-3+x)(-3-x) = 9 - x^2$

③ $(-2a+4)(2a+4) = -4a^2 + 16$

④ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

⑤ $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right) = y^2 - \frac{1}{25}$

28. $(x-a)(2x+5) = 2x^2 - \frac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

① -20

② -15

③ -10

④ -5

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} 2\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2}\right) &= 2x^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 \\ &= 2x^2 - \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$a = \frac{5}{2}, b = 5$$

$$\therefore 2a - b = 5 - 5 = 0$$

29. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+a)(x+5)$ 를 전개한 식이 $x^2+bx-15$ 이다. 이때, 상수 a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

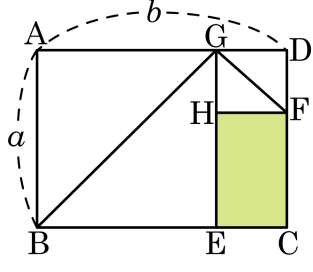
▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$(x+a)(x+5) = x^2 + (a+5)x + 5a$ 가 $x^2 + bx - 15$ 이므로
 $a+5 = b$, $5a = -15$ 이다.
따라서 $a = -3$, $-3+5 = b$, $b = 2$ 이다.

30. 세로의 길이가 a , 가로 길이가 b 인 직사각형 ABCD 를 그림과 같이 AB 를 BE 에, GD 를 GH 에 겹치게 접었을 때, □HECF 의 넓이를 a , b 로 나타내면?



- ① $-2a^2 + 3ab - b^2$ ② $a^2 - 3ab - 2b^2$
 ③ $-2a^2 - ab + 3b^2$ ④ $3a^2 - 2ab - b^2$
 ⑤ $3a^2 + ab - 2b^2$

해설

□ABEG 와 □GHFD 는 정사각형이므로
 □HECF 의 가로 길이는 $(b-a)$ 이고, 세로 길이는 $a-(b-a) = 2a-b$ 이다.
 □HECF 의 넓이를 구하면,
 $(b-a)(2a-b) = 2ab - b^2 - 2a^2 + ab$
 $= -2a^2 + 3ab - b^2$

31. $(3x - 2y + z)(5x + 2y - z)$ 의 전개식에서 xy , yz , zx 각각의 계수의 합은?

① 2

② 10

③ 21

④ 33

⑤ 40

해설

$(3x - 2y + z)(5x + 2y - z)$
 $= \{3x - (2y - z)\}\{5x + (2y - z)\}$
 $2y - z = A$ 로 치환하면
 $(3x - A)(5x + A)$
 $= 15x^2 - 2xA - A^2$
 $A = 2y - z$ 를 대입하면
 $15x^2 - 2x(2y - z) - (2y - z)^2$
 $= 15x^2 - 4xy + 2xz - 4y^2 + 4yz - z^2$
 $\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $-4 + 4 + 2 = 2$

33. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x - y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $-\frac{50}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $-\frac{40}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$$x = -\frac{1}{3}, y = 3 \text{ 을 대입하면}$$

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$

34. $2x - y = 1$ 일 때, 식 $3x^2 + xy - 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면 $ax^2 + bx + c$ 라 한다. 이때, a, b, c 의 값을 차례로 나열하면?

① $a = 3, b = 1, c = -1$

② $a = 3, b = 2, c = -1$

③ $a = 3, b = -1, c = -2$

④ $a = 5, b = 1, c = -1$

⑤ $a = 5, b = -1, c = -2$

해설

$2x - y = 1$ 을 y 로 정리하면 $y = 2x - 1$ 이다.

이것을 $3x^2 + xy - 2$ 에 대입하면

$$3x^2 + xy - 2 = 3x^2 + x(2x - 1) - 2 = 5x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = 5, b = -1, c = -2$$

35. $x : y = 3 : 1$ 일 때, $\frac{x}{x-2y} - \frac{4y}{x+y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x : y = 3 : 1$ 을 풀면 $x = 3y$ 이므로

$x = 3y$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3y}{3y-2y} - \frac{4y}{3y+y} = \frac{3y}{y} - \frac{4y}{4y} = 3 - 1 = 2$$

36. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$m + n = 15$$

37. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

38. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

39. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5 \\ \therefore x = 1$$

40. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \approx 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

42. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?

- ① xy ② $3xy$ ③ $5xy$ ④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} & x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ &= -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ &= 9xy \end{aligned}$$

43. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a + b &= 15 \end{aligned}$$

44. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $x^2 - 36$

㉡ $x^2 - 6$

㉢ $x^2 + 6$

㉣ $x^2 + 36$

㉤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

45. $x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}}$ 일 때, y 를 x 에 관하여 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x + 1$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{y}{y-1}}} = \frac{1}{1 - \frac{y}{y-1}} = \frac{1}{\frac{(y-1)-y}{y-1}} \\ &= \frac{y-1}{-1} = -y+1 \end{aligned}$$

$x = -y + 1$ 에서 y 를 x 에 관하여 풀면 $y = -x + 1$ 이다.

46. $a^{-3} = \frac{1}{2}$ 이고, $\frac{a^{-3}}{a} = pa^q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$a^{-3} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } \frac{1}{a^3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^{-3}}{a} = \frac{\frac{1}{a^3}}{a} = \frac{1}{a^3} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{2} a^{-1} = pa^q$$

$$\therefore p = \frac{1}{2}, q = -1, p + q = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

47. $(1-x)^{19}$ 의 전개식에서, x^2 의 계수가 171일 때, x^{17} 의 계수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -171

해설

$(1-x)^{19}$ 의 전개식에서 항은 20개이고 계수들은 좌우대칭이 된다.

따라서 x^2 의 계수와 x^{17} 의 계수는 절댓값이 같고, 부호만 다르다.

$\therefore -171$

48. 다음 식을 전개하여라.

$$(a+b+1)^2 + (-a-b+1)^2 - (a-b-1)^2 - (a-b+1)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $8ab$

해설

(준식)

$$= (a+b+1)^2 + (a+b-1)^2 - (a-b-1)^2 - (a-b+1)^2$$

$$= \{a+(b+1)\}^2 - \{a-(b+1)\}^2 +$$

$$\{a+(b-1)\}^2 - \{a-(b-1)\}^2$$

$$= 4a(b+1) + 4a(b-1)$$

$$= 4ab + 4a + 4ab - 4a$$

$$= 8ab$$

49. 자연수 x 를 7 로 나누면 4 가 남고, 자연수 y 를 7 로 나누면 5 가 남는다. xy 를 7 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 를 7 로 나누었을 때의 몫을 a , y 를 7 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 7a + 4, y = 7b + 5$$

$$\begin{aligned}\therefore xy &= (7a + 4)(7b + 5) \\ &= 49ab + 35a + 28b + 20 \\ &= 7(7ab + 5a + 4b + 2) + 6\end{aligned}$$

따라서 xy 를 7 로 나눈 나머지는 6 이다.

50. $a^2 - a + 1 = 0$ 일 때, $a^{2009} + \frac{1}{a^{2009}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a^2 - a + 1 = 0$ 이므로 $a^2 = a - 1$,

양변에 a 를 곱하면 $a^3 = a^2 - a = -1$,

양변을 a 로 나누면 $a + \frac{1}{a} = 1$, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 1 - 2 = -1$,

$a^{2009} = (a^3)^{669} \times a^2 = -a^2$,

$\therefore a^{2009} + \frac{1}{a^{2009}} = -\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 1$