1. $\dfrac{x-2}{2x^2-5x+3}+\dfrac{3x-1}{2x^2+x-6}+\dfrac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$=\frac{x-2}{(2x-3)(x-1)}+\frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$$

$$=\frac{(x-2)(x+2)+(3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x+1}{(x+2)(x-1)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)}=2$$

2. $\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$ ② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$ ④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

(준식) $=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)$

$+\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}\right)$

$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}=\frac{3}{x(x+3)}$

3. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$의 점근선의 방정식이 $x = a,\ y = b$일 때, $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2,\ y = -3$이다.

$\therefore 2 + (-3) = -1$

4. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3$, $n = 1$

$m + n = 4$

5. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2$ 이고

$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = -2$

$\therefore\ a+b+c = 2+3-2 = 3$

6. 함수 $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는 점 (a,b)에 대해 대칭인 그래프이다. 이때 $a+b$의 값은?

① 1　② 3　③ 6　④ -3　⑤ -1

해설

함수 $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프가 점 (a,b)에서 대칭이므로 $x=a,\ y=b$를 점근선으로 한다.

$y=\dfrac{2(x-1)+1}{x-1}=\dfrac{1}{x-1}+2$

따라서 $a=1,\ b=2$이므로

$\therefore a+b=1+2=3$

7. 함수 $f(x)=\dfrac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x=-2,\ y=4$ 이고, 점 $(3,1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x)=\dfrac{bx+c}{x+d}$ 에 대하여

점근선이 $x=-2$ 이므로 $f(x)=\dfrac{bx+c}{x+2}$

점근선이 $y=4$ 이므로 $f(x)=\dfrac{4x+c}{x+2}$

이것이 점 $(3,\ 1)$ 을 지나므로

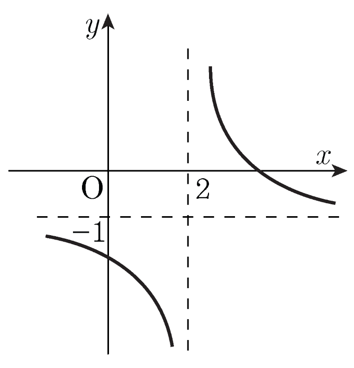
$1=\dfrac{12+c}{3+2}$

$\therefore\ c=-7$

따라서 $f(x)=\dfrac{4x-7}{x+2}$ 이므로

$f(1)=\dfrac{-3}{3}=-1$

8. 분수함수 $y=\dfrac{b}{x+a}+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 무리함수 $y=\sqrt{cx+a}+b$의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하면?



① 제1사분면　② 제2사분면　③ 제3사분면

④ 제4사분면　⑤ 제1, 2사분면

해설

$y=\dfrac{b}{x+a}+c$의 점근선은 $x=-a,\ y=c$

그림에서 $-a>0,\ c<0$이고, $b>0$

$\therefore\ a<0,\ b>0,\ c<0\cdots$ ㉠

한편 $y=\sqrt{cx+a}+b=\sqrt{c\left(x+\dfrac{a}{c}\right)}+b$이므로

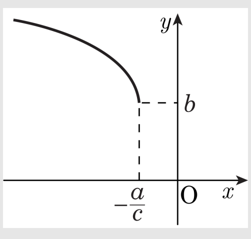
$c\left(x+\dfrac{a}{c}\right)\geq 0$

이때 $c<0$이므로 $x\leq -\dfrac{a}{c}$

㉠에서 $-\dfrac{a}{c}<0$이므로 $x<0$

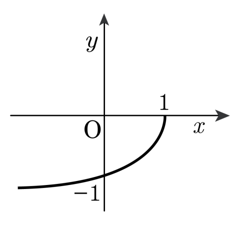
또 $y=\sqrt{cx+a}+b\geq b$

따라서 그래프는 다음 그림과 같이



제2사분면만을 지난다.

9. $y = -\sqrt{ax+b}+c$의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$의 값은?



① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$y = -\sqrt{ax+b}+c = -\sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}+c$

점$(1, 0)$에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1,\ c = 0$

$\therefore b = -a,\ c = 0$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$이고

주어진 그래프가 점$(0, -1)$를 지나므로

$-1 = -\sqrt{-a}$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$\therefore\ a = -1$

따라서 $a = -1,\ b = 1,\ c = 0$이므로

$a+b+c = -1+1+0 = 0$

10. 함수 $y = \sqrt{x-3}$의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 3$
② $y = \sqrt{x+3}$
③ $y = x^2 - 3$
④ $y = x^2 - 3\ (x \le 1)$
⑤ $y = x^2 + 3\ (x \ge 0)$

해설

$y = \sqrt{x-3}$의 정의역과 치역은
각각 $x \ge 3,\ y \ge 0$이고 양변을 제곱하면
$y^2 = x - 3,\ x = y^2 + 3$
$\therefore\ y = x^2 + 3\ (x \ge 0,\ y \ge 3)$

11. 분수함수 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

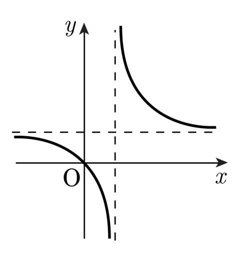
Ⅰ. $f(0)=g(0)=-1$
Ⅱ. $y=f(x)$ 의 그래프와 $y=g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.
Ⅲ. $y=f(x-1)$ 의 그래프와 $y=g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

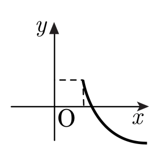
① Ⅰ ② Ⅰ, Ⅱ ③ Ⅰ, Ⅲ
④ Ⅱ, Ⅲ ⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ

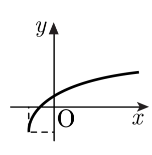
해설

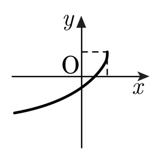
Ⅰ. $f(0)=-1,\ g(0)=\dfrac{1}{f(0)}=-1$
$\therefore f(0)=g(0)=-1$ -<참>
Ⅱ. $y=f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y=f(-x)$ 이므로
$y=f(-x)=\dfrac{-x-1}{-x+1}$
$=\dfrac{x+1}{x-1}$
$=\dfrac{1}{f(x)}$
$=g(x)$ -<참>
Ⅲ. $y=f(x-1)=\dfrac{x-2}{x}=1-\dfrac{2}{x}$
따라서, 점근선은 $x=0, y=1$
$y=g(x+1)=\dfrac{x+2}{x}=1+\dfrac{2}{x}$
따라서 점근선은 $x=0, y=1$ -<참>
따라서 옳은 것은 (Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ) 이다.

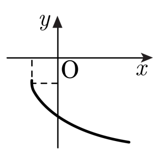
12. 다음 그림은 분수함수 $y = \dfrac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

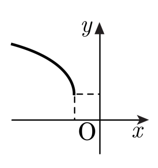


①


②


③


④


⑤


해설

점근선이 $x =$ 양수, $y =$ 양수 이므로

$y = \dfrac{b}{x+a} + c$에서 $a < 0,\ c > 0$

그리고 원점을 지나므로

$\dfrac{b}{a} + c = 0,\ b = -ac > 0$

$\therefore\ y = -\sqrt{bx+c} + a$

꼭짓점 $\left(-\dfrac{c}{b},\ a\right),\ \left(-\dfrac{c}{b} < 0, a < 0\right)$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

13. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$는?

① $\dfrac{1}{f(x)}$　② $-f(x)$　③ $\dfrac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$　⑤ $f(x)$

해설

$f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ 에서

$f(-x)=\dfrac{-x+1}{-x-1}=\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)}=\dfrac{1}{f(x)}$

14. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x}+1$ 일 때, $0 \le x \le 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{5}{4}$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}+1) = \frac{1}{\sqrt{x}+1+1} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면

$0 \le x \le 4$ 에서 $0 \le t \le 2$ 이므로

주어진 함수는 $y = \dfrac{1}{t+2}(0 \le t \le 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때

최댓값은 $\dfrac{1}{2}$,

$t = 2$ 일 때

최솟값은 $\dfrac{1}{4}$ 이므로

구하는 합은 $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$