

1. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2
 \end{aligned}$$

2. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\
 &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}
 \end{aligned}$$

3. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.

$$\therefore 2 + (-3) = -1$$

4. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3$, $n = 1$

$$m + n = 4$$

5. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

6. 함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는 점 (a, b) 에 대해 대칭인 그래프이다. 이 때 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ -3

⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프가 점 (a, b) 에서

대칭이므로 $x = a$, $y = b$ 를 점근선으로 한다.

$$y = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$$

따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

7. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

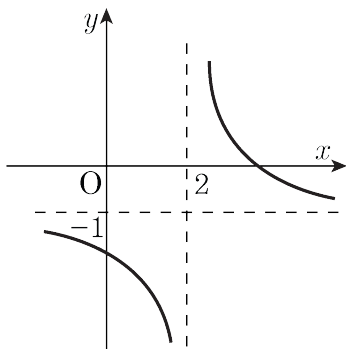
$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

8. 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 무리함수 $y = \sqrt{cx+a} + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하면?



- ① 제1사분면 ② 제2사분면 ③ 제3사분면
④ 제4사분면 ⑤ 제1,2사분면

해설

$y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 점근선은 $x = -a$, $y = c$

그림에서 $-a > 0$, $c < 0$ 이고, $b > 0$

$\therefore a < 0$, $b > 0$, $c < 0 \cdots \textcircled{1}$

한편 $y = \sqrt{cx+a} + b = \sqrt{c\left(x + \frac{a}{c}\right)} + b$ 이므로

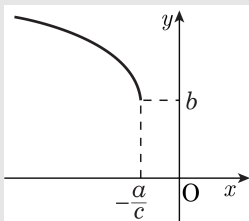
$$c\left(x + \frac{a}{c}\right) \geq 0$$

이때 $c < 0$ 이므로 $x \leq -\frac{a}{c}$

$\textcircled{1}$ 에서 $-\frac{a}{c} < 0$ 이므로 $x < 0$

또 $y = \sqrt{cx+a} + b \geq b$

따라서 그래프는 다음 그림과 같이



제2사분면만을 지난다.

9. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

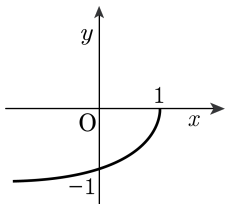
① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1,0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1$, $c = 0$

$$\therefore b = -a, c = 0$$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고
주어진 그래프가 점(0,-1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$, $c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0=0$$

10. 함수 $y = \sqrt{x-3}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 3$

② $y = \sqrt{x+3}$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = x^2 - 3 \ (x \leq 1)$

⑤ $y = x^2 + 3 \ (x \geq 0)$

해설

$y = \sqrt{x-3}$ 의 정의역과 치역은

각각 $x \geq 3$, $y \geq 0$ 이고 양변을 제곱하면

$$y^2 = x - 3, \quad x = y^2 + 3$$

$$\therefore y = x^2 + 3 \ (x \geq 0, \ y \geq 3)$$

11. 분수함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $f(0) = g(0) = -1$

II. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.

III. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

① I

② I, II

③ I, III

④ II, III

⑤ I, II, III

해설

I. $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$

$\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>

II. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로

$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{f(x)}$$

$= g(x)$ -<참>

III. $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$

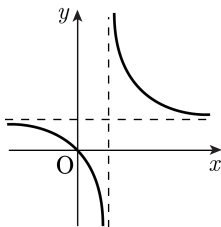
따라서, 점근선은 $x=0, y=1$

$$y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$$

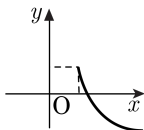
따라서 점근선은 $x=0, y=1$ -<참>

따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

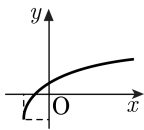
12. 다음 그림은 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



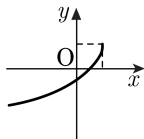
①



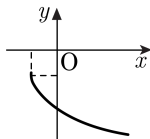
②



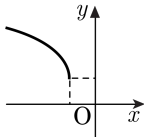
③



④



⑤



해설

점근선이 $x =$ 양수, $y =$ 양수 이므로

$$y = \frac{b}{x+a} + c \text{ 에서 } a < 0, c > 0$$

그리고 원점을 지나므로

$$\frac{b}{a} + c = 0, b = -ac > 0$$

$$\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$$

$$\text{꼭짓점 } \left(-\frac{c}{b}, a\right), \left(-\frac{c}{b} < 0, a < 0\right)$$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

13. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

14. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서
함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\&= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\&= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면

$0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로

주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때

최댓값은 $\frac{1}{2}$,

$t = 2$ 일 때

최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로

구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

