

1. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \subset A$

③ $\{4, 5\} \in A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{0, \{2\}\} \subset A$

해설

③ $\{4, 5\} \subset A$

④ $n(A) = 6$

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x|x\text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $n(B) = 10$

② $\{x|x\text{는 } 30 \text{ 이하의 } 6\text{의 배수}\} \supset A$

③ $\{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\} \subset B$

④ $n(A) = n(B)$

⑤ $B - A \neq \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

그러므로 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} = B$ 이다.

② $\{x|x\text{는 } 30 \text{ 이하의 } 6\text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\} \subset A$

③ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\} \supset B$

⑤ $B - A = \emptyset$

3. 집합 $X = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 는 상수 함수이다. $f(2) = 2$ 일 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \cdots + f(19)$ 의 값은 얼마인가?

① 100

② 50

③ 38

④ 20

⑤ 10

해설

$f(x)$ 가 상수함수이므로,

$$f(1) = f(3) = \cdots = f(19) = 2$$

$$\therefore f(1) + f(3) + \cdots + f(19) = 2 \cdot 10 = 20$$

4. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$f(x) = x, \quad g(x) = |x|$$
$$h(x) = x^3, \quad k(x) = \frac{|x+1| - |x-1|}{2}$$

① f

② f, h

③ f, g, h

④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.

$h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

5. 유리식 $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \div \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x}{x+1}$

② $\frac{x}{x-1}$

③ $\frac{x+2}{x-1}$

④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$

⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}\end{aligned}$$

6. 무리식 $\sqrt{x-2}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 값의 범위를 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 2$

해설

$$x - 2 \geq 0 \quad \therefore x \geq 2$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{k | k = xy, x \in A, y \in A\}$ 일 때, 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$A = \{-2, -1, 0, 1\}$ $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\}$ 이다.

$$\therefore B - A = \{2, 4\}$$

$$\therefore 2 + 4 = 6$$

8. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는?

- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
- ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
- ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
- ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
- ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

9. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

10. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

11. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

12. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2
 \end{aligned}$$

13. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

14. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

① 1

② x

③ $-x$

④ $\frac{1}{x}$

⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

15. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

16. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m+n = -1-2 = -3$$

17. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 17$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 의 원소의 개수를 써라.



답:

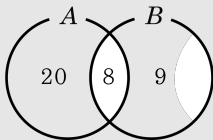
개



정답: 29개

해설

$$\begin{aligned} & n\{(A - B) \cup (B - A)\} \\ &= n\{(A \cup B) - (A \cap B)\} \\ &= n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) \\ &= 28 + 17 - 2 \times 8 = 29 \end{aligned}$$



18. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

해설

$$\left(\frac{3^{1.5}}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3 \times 1.7}{4}\right)^{20} > 1 \quad (3^{1.5} = 3\sqrt{3} \approx 3 \times 1.7)$$

따라서 3^{30} 이 4^{20} 보다 크다.

$$\left(\frac{3^2}{12}\right)^{15} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15} < 1 \text{ 이 결과에서}$$

12^{15} 이 3^{30} 보다 크다는 것을 알 수 있다.

19. 실수 a, b, c, x, y 에 대하여 항상 성립하는 부등식(절대부등식)을 다음 [보기] 중에서 고를 때, 옳은 표현의 개수는?

보기

(가) $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

(나) $x^2 - x + 1 > 0$

(다) $|a + b| \leq |a| + |b|$

(라) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

(마) $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$

(바) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

① 6개

② 5개

③ 4개

④ 3개

⑤ 2개

해설

(라) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (단, $a = b$ 일때 등호성립)

(마) $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$ (단, $a = b = c$ 일때 등호성립)

20. 집합 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일차함수 $f(x) = ax + b$ 의 정의역과 치역이 일치할 때, 두 실수 a 와 b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

1) $a > 0$ 일 때 $f(-1) = -1$, $f(3) = 3$ 을 만족

$$-a + b = -1, 3a + b = 3$$

따라서 $a = 1$, $b = 0$

2) $a < 0$ 일 때 $f(-1) = 3$, $f(3) = -1$

$$-a + b = 3, 3a + b = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 2$

1), 2)에서 $a > 0$ 일 때 $a + b = 1 + 0 = 1$

$$a < 0 \text{일 때 } a + b = -1 + 2 = 1$$

즉 $a + b = 1$

21. $\frac{2x+y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{2z+x}{4}$ 일 때 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{11}$

② $\frac{5}{11}$

③ $\frac{6}{11}$

④ $\frac{8}{11}$

⑤ $\frac{9}{11}$

해설

$$\frac{2x+y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{2z+x}{4} = k \text{ 라 하면}$$

$$2x+y=2k \cdots ①$$

$$2y+z=3k \cdots ②$$

$$2z+x=4k \cdots ③$$

②, ③에서 z 를 소거하면

$$x-4y=-2k \cdots ④$$

$$① \times 4 + ④ \text{ 에서 } x = \frac{2}{3}k, y = \frac{2}{3}k$$

$$\text{이것을 ②에 대입하면 } z = \frac{5}{3}k$$

$$\text{따라서 } x:y:z = \frac{2}{3}k : \frac{2}{3}k : \frac{5}{3}k = 2:2:5$$

$$x=2t, y=2t, z=5t \text{ 라 하면}$$

$$(\text{준식}) = \frac{4t^2 + 10t^2 + 10t^2}{(2t)^2 + (2t)^2 + (5t)^2} = \frac{24t^2}{33t^2} = \frac{8}{11}$$

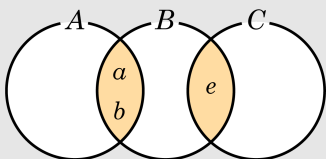
22. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

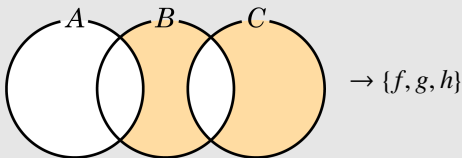
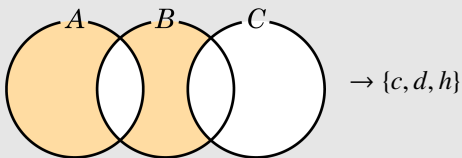
▷ 정답 : $\{a, b, e, h\}$

해설

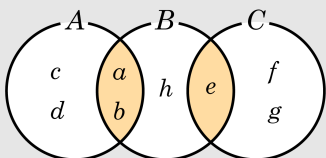
우선 세 조건 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로 $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합 A, B, C 는 다음과 같다.



그러므로 $B = \{a, b, e, h\}$ 이다.

23. $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 에 대하여 $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$ 이고 $f_{n+1}(x) = f_0(f_n(x))$ 일 때, $f_{100}(100)$ 의 값은?

① $-\frac{1}{99}$

② $\frac{99}{100}$

③ $\frac{100}{99}$

④ 99

⑤ 100

해설

$$f_0(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_1(x) = f_0(f_0(x)) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$f_2(x) = f_0(f_1(x)) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = x$$

$n = 2$ 일 때 $f(x) = x$ 이다.

즉 3 번을 주기로 함수가 반복된다는 뜻이다.

$$\text{따라서 } f_{100}(x) = f_{3 \times 33 + 1}(x) = f_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\therefore f_{100}(100) = \frac{100-1}{100} = \frac{99}{100}$$

24. 두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$, $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 충분조건일 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < a < 1$

② $-2 < a < 2$

③ $-2 \leq a \leq 1$

④ $-1 \leq a \leq 1$

⑤ $-2 \leq a \leq 2$

해설

두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$,

$q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여

q 는 p 이기 위한 충분조건이므로

각각의 진리집합을 P, Q 라 하면 $Q \subset P$ 이다.

$x^2 + y^2 = 4$ 는 중심이 원점이고

반지름의 길이가 2인 원이고,

$|x| + |y - a| = 1$ 의 그래프는

$|x| + |y| = 1$ 의 그래프를

y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

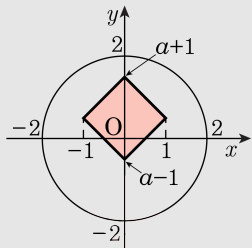
이 때 $P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$

$Q = \{(x, y) \mid |x| + |y - a| \leq 1\}$ 이 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.

따라서 $Q \subset P$ 이라면 다음 그림에서

$$a + 1 \leq 2, a - 1 \geq -2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 1$$



25. 두 지점 A, B를 왕복하는데 A에서 B까지 갈 때에는 시속 a km의 속력으로, B에서 A로 올 때에는 시속 b km의 속력으로 다녀왔다. 다음 중 왕복 평균속력을 나타내는 식을 적은 것은? (단위: km/h)

① $\frac{a+b}{2}$

② $\sqrt{ab}$

③ $\frac{2ab}{a+b}$

④ $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

⑤ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

해설

A에서 B까지의 거리를 l km라 하면

가는데 걸린 시간 : $\frac{l}{a}$

오는데 걸린 시간 : $\frac{l}{b}$

왕복거리 : $2l$

따라서, 왕복평균속력은 $\frac{2l}{\frac{l}{a} + \frac{l}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$