

1. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

2. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $\sim p \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $p \rightarrow \sim q$

3. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

① 대우, $2k$

② 대우, $4k$

③ 대우, $2k + 1$

④ 역, $2k + 1$

⑤ 역, $4k^2$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

5. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다.
증명과정에 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

- ① $|a| \geq a$
- ② $a \geq b, b \geq c$ 이면 $a \geq c$
- ③ $|a|^2 = a^2$
- ④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$
- ⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

6. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

7. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

8. 명제 ‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4 \geq k$ 이다.’ 는 참이고, ‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + k \leq 1$ 이다.’ 는 거짓일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-4 \leq k \leq -1$

② $1 \leq k \leq 4$

③ $-1 \leq k < 1$

④ $1 < k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 1$

9. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7

② -6

③ -5

④ -4

⑤ -3

10. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 는 각각 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset R$

③ $P^c \subset R^c$

④ $P \subset Q^c$

⑤ $R^c \subset P$

11. 다음은 실수 a, b 에 대하여 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 이 성립함을 증명한 것이다.

(증명) $|a+b| \geq 0, |a|+|b| \geq 0$ 이므로
 $|a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$ 을 증명하면 된다.

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \end{aligned}$$

그런데, (가) 이므로 $2(|ab| - ab) \geq 0$

$$\therefore |a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$$

따라서 $|a+b| \leq |a|+|b|$

여기서, 등호가 성립하는 경우는 (나) 일 때,

즉, $ab \geq 0$ 일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① $|ab| \geq ab, a = b$

② $|ab| \geq ab, |ab| = ab$

③ $|ab| \leq ab, |ab| = ab$

④ $|ab| = ab, a = 0$

⑤ $|ab| = ab, a = b$

12. 다음은 a, b, c 가 실수일 때 $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ 를 증명한 것이다.[가], [나]에 들어갈 내용을 차례대로 나열한 것은?

$$(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)$$

$$([가]) (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} ([나]) 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) \geq 0 \quad (\text{단, 등호는 } a = b = c \text{ 일}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq (ab + bc + ca)$$

때 성립)

① $\frac{1}{2}, >$

② $\frac{1}{2}, \geq$

③ 2, >

④ 2, $\geq$

⑤ 2, =

13. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

14. 전체집합 U 의 임의의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 <보기>의 (가), (나)에 들어갈 것을 순서대로 나열한 것은?

보기

- (1) $A \subset B$ 는 $A - B = \emptyset$ 이 되기 위한 조건이다.
(2) $B = C$ 는 $A \cup B = A \cup C$ 이 되기 위한 조건이다.

① 필요, 필요충분

② 필요, 필요

③ 필요충분, 필요충분

④ 필요충분, 충분

⑤ 충분, 필요충분

15. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, s 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $r \rightarrow q$

② $q \rightarrow \sim p$

③ $s \rightarrow \sim q$

④ $\sim s \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim r \rightarrow p$

16. x, y 는 양수이고 $\frac{2}{x} + \frac{8}{y} = 3$ 일 때, $x + y$ 의 최솟값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10