

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 30$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = n(A) + 20 - 7$$

$$\therefore n(A) = 17$$

2. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{y|y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 다음과 같이 정의한다. 이 때, f 의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x > 0) \\ -x^2+1 & (x \leq 0) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$$

$$f(0) = 1$$

$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

따라서 치역은 $\{-3, 0, 1, 3, 4\}$ 이므로

$$\text{모든 원소의 합은 } (-3) + 0 + 1 + 3 + 4 = 5$$

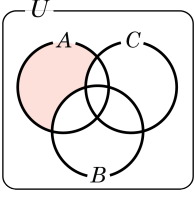
3. 집합 $A = \{a, \{b, c\}, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $\{a, b, c\} \subset A$
- ② $\{b, c\} \subset A$
- ③ $\{a, c\} \in A$
- ④ $\{\{b, c\}, c\} \in A$
- ⑤ $\emptyset \subset A$

해설

- ① $\{a\{b, c\}\} \subset A$
- ② $\{b, c\} \in A$
- ③ $\{a, c\} \subset A$
- ④ $\{\{b, c\}c\} \subset A$

4. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단, U 는 전체집합, X^c 는 X 의 여집합을 나타낸다.)



- ① $A \cap (B \cup C)^c$ ② $A \cup (B \cup C)^c$
③ $A \cap (B^c \cap C)^c$ ④ $A \cap (B^c \cap C^c)^c$
⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

해설

각각 벤다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은 $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고 $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

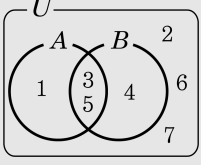
5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 3, 4, 5\})^c = \{2, 6, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 6 + 7 = 15$ 이다.



6. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y}$ 이라하면

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

따라서 $\therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

7. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

8. 함수 $y = x^2 - 2x$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 2x$ ($x \geq 1$)

② $y = x^2 - 2x$ ($x \leq 1$)

③ $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)

④ $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

⑤ $y = \sqrt{-x+1} + 1$ ($x \leq 1$)

해설

$$y = x^2 - 2x \text{에서 } x^2 - 2x + 1 = y + 1$$

$$(x-1)^2 = y+1, x-1 = \sqrt{y+1} \quad (\because x \geq 1)$$

$$\therefore x = \sqrt{y+1} + 1$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 쓰면 } y = \sqrt{x+1} + 1$$

이 때, 원래의 함수

$$y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \quad (x \geq 1) \text{의 치역}$$

$\{y | y \geq -1\}$ 이

역함수 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 의 정의역이 되므로

구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

9. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ 을 간단히 하면 ?

- ① $\frac{4}{x-3}$ ② $\frac{1}{x+4}$ ③ $\frac{2}{x+2}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1
 \end{aligned}$$

10. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 역함수가 그 자신이 되도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

11. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 인 것은?

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 6\}$
- ② $A = \emptyset, B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ③ $A = \{3, 4, 5\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾으면
④ $A = B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 5\}$ 에 대하여

$(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$$(A \cup B)^c = \{4\}, (A - B)^c = \{2, 4, 5\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{4\} \subset X \subset \{2, 4, 5\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$

② $A - B = A \cup B^c$

③ $A \cap (A \cap B)^c = B - A$

④ $(A - B)^c - B = A \cup B$

⑤ $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$

해설

① $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

② $A - B = A \cap B^c$

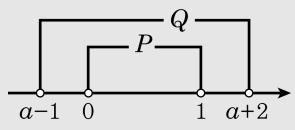
③ $A \cap (A \cap B)^c = A \cap (A^c \cup B^c)$
 $= (A \cap A^c) \cup (A \cap B^c)$
 $= \emptyset \cup (A - B) = A - B$

④ $(A - B)^c - B = (A \cap B^c)^c \cap B^c$
 $= (A^c \cup B) \cap B^c$
 $= (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c)$
 $= (A \cup B)^c \cup \emptyset$
 $= (A \cup B)^c$

14. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
 ④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설



$p : 0 < x \leq 1$, $q : a - 1 < x < a + 2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a - 1 \leq 0$, $a + 2 > 1$

$a \leq 1$, $a > -1$

$\therefore -1 < a \leq 1$

15. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 $(6a + \frac{1}{a})(24a + \frac{1}{a})$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$(6a + \frac{1}{a})(24a + \frac{1}{a}) = 144a^2 + \frac{1}{a^2} + 30 \geq 2\sqrt{144a^2 \times \frac{1}{a^2}} + 30 = 30 + 24 = 54$$

16. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 $f(1) = b$ 인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$f(1) = b$ 인 함수 f 는 다음과 같다
따라서, 구하는 함수 f 는 4 개이다.

X

Y

1

2

3

a

b

→

X

Y

1

2

3

a

b

→

X

Y

1

2

3

a

b

→

X

Y

1

2

3

a

b

→

17. 두 함수 $f(x) = -x + 4$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(k) = 2$ 를 만족하는 상수 k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(3x + 2) \\ &= -(3x + 2) + 4 = -3x + 2 \text{ 이므로} \\ (f \circ g)(k) &= 2 \text{에서 } -3k + 2 = 2 \\ \therefore k &= 0\end{aligned}$$

18. 함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 (1,2)를 지나고 $x = 3, y = 1$ 을 점근선으로 할 때, 상수 a, b, c 에 대해서 $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점근선이 $x = 3, y = 1$ 이므로
 $a = -3, b = 1$ 이다.

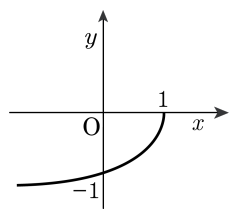
그리고 점 (1,2)를 지나므로,

$$2 = \frac{1+c}{1-3}, c = -5$$

$$\therefore a - b - c = 1$$

19. $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b}+c = -\sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}+c$$

점(1, 0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1, c = 0$

$\therefore b = -a, c = 0$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고
주어진 그래프가 점(0, -1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1, b = 1, c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0 = 0$$

20. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ 에 대하여

$(f \circ g)(a) = \frac{1}{2}$ 일 때, $(g \circ f)(4a)$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

해설

$$(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(\sqrt{a}) = \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} = \frac{1}{2}, \quad 2\sqrt{a} = 1 + \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = 1 \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (g \circ f)(4a) &= (g \circ f)(4) = g(f(4)) = g\left(\frac{4}{5}\right) \\ &= \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$