

1. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 17 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② 2^{16} (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x|x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\{x|x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} = B - A$$

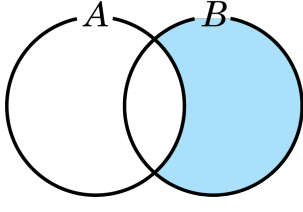
$$A = \{2, 4, 6, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} \text{ 이므로 } B - A = \{1, 3, 5\}$$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

4. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수는?

보기

$$n(A) = 30, n(B) = 18, n(A \cap B) = 6$$



- ① 10 개 ② 12 개 ③ 14 개 ④ 16 개 ⑤ 18 개

해설

색칠한 부분은 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 18 - 6 = 12$ 이다.

5. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

6. 함수 $f(x)$ 는 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?
- ① $f(x) = |x|$

② $f(x) = -x^2$

③ $f(x) = 3x$

④ $f(x) = 2x + 3$

⑤ $f(x) = x^3 + 3x$

해설

- ① $f(a+b) = |a+b|$
 $f(a) + f(b) = |a| + |b|$
이 때 $|a+b| \leq |a| + |b|$

② $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$
 $f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$

③ $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$

④ $f(a+b) = 2(a+b) + 3$
 $f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$

⑤ $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$
 $ = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$
 $f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$
 $ = a^3 + b^3 + 3(a+b)$
 $ = (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$

7. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3(x$ 는 실수) 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$

$\therefore f(2) = 2$

모든 실수 x 에 대하여

$g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.

$\therefore g(4) = -3$

$\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$ 이다.

8. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18 ② 12 ③ -15 ④ -24 ⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

9. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$ 을 계산하면?

- ① $-\frac{1}{a}$ ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{a}$ ⑤ $a-1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a-1}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

10. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

11. 학생 수가 40 명인 희정이네 반 학생들은 교내 백일장에 참가하여 시를 써서 제출한 학생이 22 명, 시와 수필을 모두 써서 제출한 학생이 9 명, 시와 수필을 모두 제출하지 않은 학생이 13 명이었을 때, 수필을 써서 제출한 학생 수는?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$n(U) = 40, n(A) = 22, n(A \cap B) = 9, n((A \cup B)^c) = 13$ 이다.

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 13 = 27$ 이다.

$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) = 27 - 22 + 9 = 14$ 이다.

12. 다음 중 그 역이 거짓인 명제를 찾으세요?

① 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.

② $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.

③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.

④ $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.

⑤ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.

해설

① 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다. (참)

② $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이면 $x + y \leq 0$ 이다. $\Rightarrow$ 반례 :
 $x = -3, y = 5$ (거짓)

③ x 가 3 의 배수가 아니면 x 는 9 의 배수가 아니다. (참)

④ $xz \neq yz$ 이면 $x \neq y$ 이다. (참)

⑤ $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다. (참)

13. 다음에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단, a, b 는 실수)

- $\supsetneq$ $p : A \cup B = B, q : A \subset B$
- $\subseteq$ $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 이고 $b = 0$
- $\subsetneq$ $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\subsetneq$

해설

$\subsetneq$ $p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$
 $\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건

14. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, a, b, x, y 는 실수)
- ① $p : a^2 = ab, q : a = b$
 - ② $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$
 - ③ $p : 0 < x < 1, q : x < 2$
 - ④ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고 $y > 1$
 - ⑤ $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고 $y > 2$

해설

- ① (반례) $a = 0$ 인 경우 필요조건만 성립
- ② (반례) $x = 3$ 인 경우 명제와 역 모두 성립하지 않는다.
- ③ (반례) 충분조건은 성립, 역에서는 $x = -1$ 인 경우가 반례이다.
- ⑤ (반례) $x = 10, y = 1.5$ 인 경우 성립하지 않는다.

15. 세 함수 f, g, h 가 $(g \circ f)(x) = x$, $(h \circ f)(x) = -x + 3$ 일 때, $k \circ g = h$ 를 만족시키는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

- ① $k(x) = -x + 1$ ② $k(x) = -x + 2$ ③ $k(x) = -x + 3$
④ $k(x) = -x + 4$ ⑤ $k(x) = -x + 5$

해설

$k \circ g = h$ 이므로 $(k \circ g) \circ f = h \circ f$
 $k \circ (g \circ f) = h \circ f$
 $k \circ I = h \circ f (\because g \circ f = I, I \text{는 항등함수})$
 $\therefore k = h \circ f (\because k \circ I = I \circ k = k)$
 $\therefore k(x) = (h \circ f)(x) = -x + 3$

16. 집합 $A = \{x \mid x > 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $f \circ g$ 가 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$, $g(x) = \sqrt{2x-1}$ 일 때, $(f \circ (g \circ f))^{-1}(3)$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$(f \circ (g \circ f)^{-1}) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1}) = g^{-1}$$

$\therefore g^{-1}(3) = k$ 라 하면

$$g(k) = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{2k-1} = 3 \Rightarrow k = 5$$

17. $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{37}{13}$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

2를 우변으로 이항하고 정리하면

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{11}{13}$$

역수를 취하면 $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{13}{11} = 1 + \frac{2}{11}$

$\therefore x = 1$

또, $y + \frac{1}{z} = \frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2}$

$\therefore y = 5, z = 2$

따라서 $x + y + z = 8$

18. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 에 대하여

점근선이 $x = -2$ 이므로 $f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$

점근선이 $y = 4$ 이므로 $f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

따라서 $f(x) = \frac{4x-7}{x+2}$ 이므로

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

19. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

20. $a \leq x \leq 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x} + 1$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다. 이때, $m - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y 축의 양의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

$$\therefore a = -11$$

또한, $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$