

1. 집합 $A = \{\emptyset\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것의 개수는? (단, $\emptyset$ 는 공집합)

㉠ $\emptyset = A$

㉡ $\emptyset \in A$

㉢ $\emptyset \subset A$

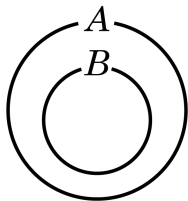
㉣ $\{\emptyset\} \subset A$

- ① 없다. ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$\emptyset$ 는 집합 A 의 원소이므로 $\emptyset \in A$ 이고, $\{\emptyset\} \subset A$ 이다. 또, 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset A$ 이다. 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣의 3개이다.

2. 두 집합 A, B 의 포함관계가 아래 벤 다이어그램으로 나타내어져 있다.



$A = \{1, 3, 5, 7, a\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

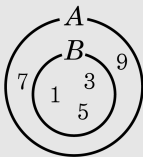
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, a\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$

그런데 $B \subset A$ 이기 때문에, $9 \in A$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.



3. <보기> 집합 사이의 포함 관계 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset A$
- ㉡ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \neq C$
- ㉢ $A \not\subset B, B \subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉣ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \not\subset D$ 이면 $A \not\subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 부분집합의 정의로부터 $A \subset A$ 는 옳다. (참)

㉡ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \neq C$ 인지 알아보면 다음 [그림1]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

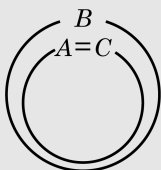


그림 1

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 [그림2]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

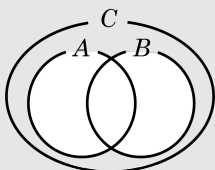


그림 2

㉣ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$

이때, $C \subset A$ 이므로 $A = C \dots \text{㉠}$

또한, $B \subset C, C \subset A$ 이면 $B \subset A$

이때, $A \subset B$ 이므로 $A = B \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡으로부터 $A = B = C$

따라서 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다. (참)

㉤ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B, B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그리고, $C \not\subset D$ 이도록 D 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset D$ 인지 알아보면 다음 [그림3]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

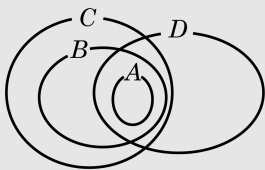


그림 3

4. 두 집합 $A = \{b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{b, c\}$

② $\{a, b, c\}$

③ $\{a, c, e\}$

④ $\{a, b, f\}$

⑤ $\{a, b, c, d, e\}$

해설

③ $\{b, c\} \not\subset \{a, c, e\}$

④ $\{b, c\} \not\subset \{a, b, f\}$

5. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$, $C = \{x|x\text{는 } 20\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup C) \cap B$ 는?

① $\{4, 8, 16\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{1, 2, 6, 8\}$

④ $\{3, 6, 12\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

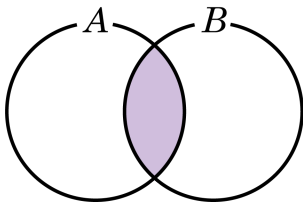
조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

$A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.

집합 B 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 4\}$ 가 된다.

6. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

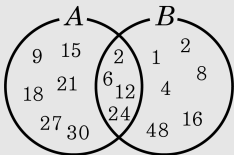
해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은

$3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{2, 5, 8, 9, 10\}$, $B = \{5, 9, 10, 11, 13\}$ 에서 $A \cap X = X$, $B \cup X = B$ 를 만족하는 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A \cap X = X$ 에서 $X \subset A$,

$B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$ 이므로

$X \subset A \cap B = \{5, 9, 10\}$

집합 X 는 $\{5, 9, 10\}$ 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

8. 아래 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합을 바르게 나타낸 것은?

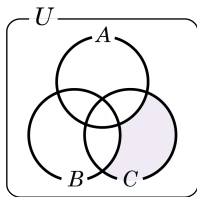
① $(A \cup B) \cap C$

② $(A \cap B)^c \cap C$

③ $(A \cup B)^c \cap C$

④ $(A \cup B)^c \cup C$

⑤ $(A \cup B)^c \cap C^c$



해설

그림을 보면 $C - (A \cup B)$ 임을 알 수 있다.

$$\therefore C - (A \cup B) = C \cap (A \cup B)^c$$

9. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x \mid x \text{는 } 110 \text{ 미만인 } 5 \text{의 배수}\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$ 이므로

$$n(A) = 6, \quad n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

10. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$

㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

㉢ $0 \in \emptyset$

㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$

㉤ $\emptyset \subset \{1\}$

㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야 한다.

㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.

㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.

㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는

$\{2, 4, 6, 8\}$, $\{2, 4, 6, 10\}$, $\{2, 4, 8, 10\}$, $\{2, 6, 8, 10\}$,
 $\{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$X = \{2, 3, 5\}$ 이므로 진부분집합의 개수는 $2^{5-2}-1 = 8-1 = 7$ (개)

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 부분집합이 아닌 것은?

① $\{12\}$

② $\{8, 12\}$

③ $\{12, 16\}$

④ $\{8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 12, 16, 20\}$

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16\}$$

4, 12를 제외한 $\{8, 16\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1개인 부분집합 : $\{8\}, \{16\}$

원소가 2개인 부분집합 : $\{8, 16\}$

이고, 각각의 집합에 원소 12를 넣으면 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이 된다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 보다 크고 } 27 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{13-2-6} = 2^5 = 32 \text{ (개)}$$

15. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^n = 16 \therefore n = 4$$

16. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13, a, a+1\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값을 모두 구하면?

① 2

② 5

③ 6

④ 9

⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $6 \in B$

(i) $a = 6$ 일 때,

$B = \{6, 7, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$

(ii) $a + 1 = 6$ 일 때,

$a = 5$ 이므로 $B = \{5, 6, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$

따라서 $a = 5$ 이다.

17. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의

두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 에 대하여 집합 A 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{4, 5\}$

③ $\{2, 4, 5\}$

④ $\{2, 4, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 5, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 10\}$ 이다.

따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 5, 10\}$ 이다.

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \geq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + 2a \leq 0\}$ 일 때, $B \subset A$ 가 되도록 하는 실수 a 의 범위는?

- ① $a > 0$ ② $a \geq 0$ ③ $a > 1$ ④ $a > 2$ ⑤ $a \geq 2$

해설

(i) $B = \phi$ 일 때,

당연히 $B \subset A$ 이므로

$B = \{x \mid x^2 - 2ax + 2a \leq 0\} = \phi$ 에서

이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $\frac{D}{4} =$

$$a^2 - 2a < 0$$

$$\therefore 0 < a < 2$$

(ii) $B \neq \phi$ 일 때,

이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 의 두 근을

α, β ($\alpha \leq \beta$) 라 하면

$$x^2 - 2ax + 2a \leq 0 \Leftrightarrow (x - \alpha)(x - \beta) \leq 0$$

이 때, $B = \{x \mid \alpha \leq x \leq \beta\} \subset \{x \mid x \geq 1\} = A$ 이므로 $\alpha \geq 1$ 이고 $\beta \geq 1$ 이어야 한다.

따라서, $f(x) = x^2 - 2ax + 2a$ 라 하면

$$\textcircled{㉠} \frac{D}{4} = a^2 - 2a \geq 0 \text{ 에서}$$

$$a \leq 0 \text{ 또는 } a \geq 2$$

$$\textcircled{㉡} f(1) \geq 0 \text{ 에서 } 1 > 0 \text{ 이므로}$$

a 는 모든 실수

$$\textcircled{㉢} (\text{대칭축}) \geq 1 \text{ 에서 } a \geq 1$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢} \text{의 공통범위는 } a \geq 2$$

(i), (ii) 에서 $a > 0$

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

① $3 - 2 = 1$

② 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때,
 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.

④ 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(A \cup B) \supset A$

② $A - B = A \cap B^C$

③ $\emptyset^C = U$

④ $A - B = B - A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

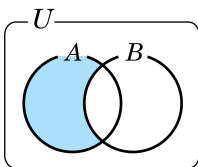
해설

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\} \text{이면}$$

$$A - B = \{1\}, B - A = \{3\}$$

$$\therefore A - B \neq B - A$$

21. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면 ?



- ① $A - B$ 라고 쓰며, A 마이너스 B 라고 읽는다.
- ② A 에도 속하고 B 에도 속하는 원소들로 이루어진 집합이다.
- ③ $A - B = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
- ④ $A - B = B - A$
- ⑤ $A - B = A \cap B^c$

해설

- ① $A - B$ 라고 쓰며, A 차집합 B 라고 읽는다.
- ② A 에는 속하지만 B 에도 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합이다
- ④ $A - B \neq B - A$

22. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cap X = X \text{이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = B \cap X$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 X 의 개수는?

① 2개

② 4개

③ 8개

④ 16개

⑤ 32개

해설

$1 \in X$ 이면 $1 \in (A \cap X)$, $1 \notin (B \cap X)$, $5 \in X$ 이면 $5 \notin (A \cap X)$, $5 \in (B \cap X)$ 이므로 $A \cap X \neq B \cap X$ 이다. 따라서 U 의 원소 중 1과 5는 집합 X 의 원소가 될 수 없고, 나머지 다른 원소들은 X 의 원소가 되거나 되지 않아도 주어진 조건은 성립한다. 즉, 집합 X 는 1과 5를 포함하지 않는 U 의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore X$ 의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

24. 두 집합 $A = \{3, a - 2, 5\}$, $B = \{3, 4, a\}$ 에 대하여 $B - A = \{6\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

해설

$B - A = \{6\}$ 에서

6은 집합 B 의 원소이어야 하므로 $a = 6$ 이다.