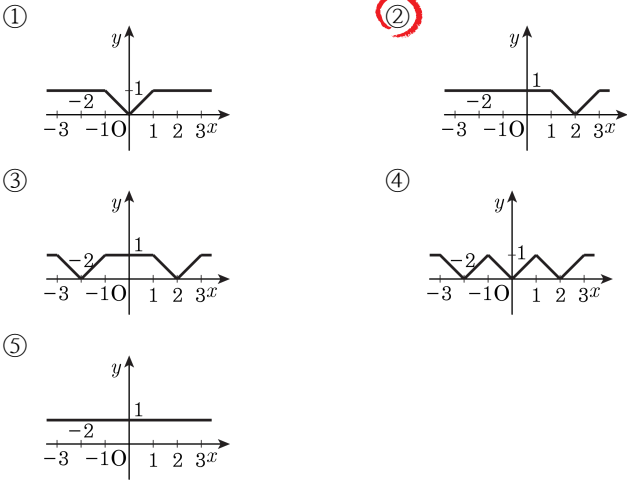


1. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 가 각각 $f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$, $g(x) = x - 2$ 일 때, 합성함수 $f \circ g$ 의 그래프는 ?



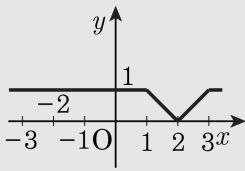
해설

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x - 2 \text{ 에서}$$

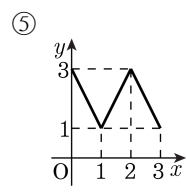
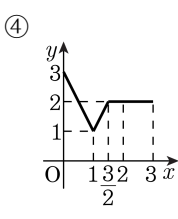
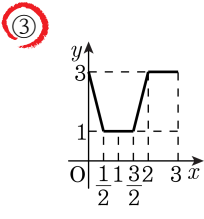
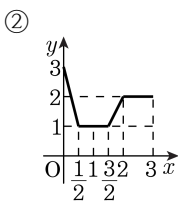
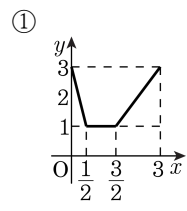
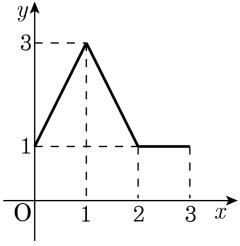
$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & (|x - 2| \geq 1) \\ |x - 2| & (|x - 2| < 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \\ |x - 2| & (1 < x < 3) \end{cases}$$



2. 함수

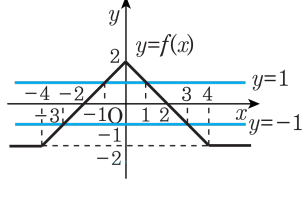
$y = f(x) \ (0 \leq x \leq 3)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 합성함수 $y = (f \circ f)(x) \ (0 \leq x \leq 3)$ 의 그래프는 무엇인가?



해설

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프가 $x = 1$ 에 대하여 대칭이므로
 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프도 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $x = 1$ 에 대하여 대칭이다.
 $y = (f \circ f)(x) = f(f(x))$ 에서
 $f(f(0)) = f(1) = 3$
 $f(f(1)) = f(3) = 1$
 $f(f(2)) = f(1) = 3$
 $f(f(3)) = f(1) = 3$
따라서, $y = (f \circ f)(x)$ 를 그래프로 나타내면 ③과 같다.

3. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하는 모든 x 의 값의 곱은?



- ① -3 ② -1 ③ 3

- ④ 6 ⑤ 9

해설

주어진 그래프로부터 함수 $f(x)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} -2 & (x \leq -4) \\ x + 2 & (-4 < x \leq 0) \\ -x + 2 & (0 < x \leq 4) \\ -2 & (x > 4) \end{cases}$$

한편, $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = 1$ ㉠

㉠ 에서 $f(x) = 1$ 을 만족하는 x 의 값은

$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 1$ 의 교점의 x 좌표이므로

위의 그림에서 $x = -1, x = 1$

따라서, ㉠에서 $f(x) = -1$ 또는 $f(x) = 1$

(i) $f(x) = -1$ 일 때, 이를 만족하는 x 의 값은

$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = -1$ 의 교점의 x 좌표이므로

위의 그림에서 $x = -3$ 또는 $x = 3$

(ii) $f(x) = 1$ 일 때, 이를 만족하는 x 의 값은

$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 1$ 의 교점의 x 좌표이므로

위의 그림에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$

(i), (ii) 로부터 구하는 모든 x 의 값의 곱은

$$(-3) \cdot 3 \cdot (-1) \cdot 1 = 9$$