

1. 다음 보기는 제주도의 숙박시설들의 모임이다. 호텔의 모임을 A , 콘도의 모임을 B , 펜션의 모임을 C 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

호텔 : 으뜸 호텔, 오페 호텔
콘도 : 카나 콘도, 자연 파크 리조트
펜션 : 지중해 펜션, 삼다도 펜션, 차구도 펜션, 월령 코지

- ① 오페 호텔 $\in A$ ② 카나 콘도 $\notin A$
③ 으뜸 호텔 $\notin A$ ④ 삼다도 펜션 $\in C$
⑤ 월령 코지 $\notin B$

해설

으뜸 호텔 $\in A$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = 15$, $n(B) = 37$, $n(U) = 60$ 을 만족할 때 $n(A^c \cap B)$ 의 값은?

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$n(A^c \cap B) = n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 37 - 15 = 22$$

5. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

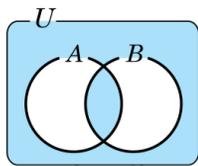
- ① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$
- ② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$
- ③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$
- ④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- ⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

- i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b, a = b, a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.
 - ii) $a > b, b > c$ 이면 $a > c$
 - iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$
 - iv) $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$
 - v) $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$
- 따라서 참인 것은 ④이다.

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



- ① $A^c \cap B^c$
- ② $(A - B)^c$
- ③ $(A - B) \cup (B - A)$
- ④ $U - (A \cap B)$
- ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

7. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2 + 2^2 + 3^2) \{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\}$
 $\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$
 $(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로
 $0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14이다.

8. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$
 $g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

10. 함수 $f(x) = |x - 2| - 1| + k$ 에 대하여 $f(-1) = 5$ 를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(-1) = 5 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = |-1 - 2| - 1| + k = 2 + k = 5$$

따라서 $k = 3$ 이므로

$$\therefore f(5) = |5 - 2| - 1| + 3 = 5$$

11. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$m + n = 4$$

12. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=4$$

$$\therefore 2+3+4=9$$

13. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3, \beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

14. $f : (x, y) \rightarrow (x-2, y+1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x+2}+1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x-2}-1$

② $y = \sqrt{-x-4}+2$

③ $y = -\sqrt{x}-2$

④ $y = -\sqrt{x}+2$

⑤ $y = -\sqrt{x-2}$

해설

$y = \sqrt{-x+2}+1$ 은 f 에 의하여
 $y-1 = \sqrt{-(x+2)+2}+1$
 $\therefore y = \sqrt{-x}+2$
다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)}+2$
 $\therefore y = -\sqrt{x}-2$

15. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

▶ 답:

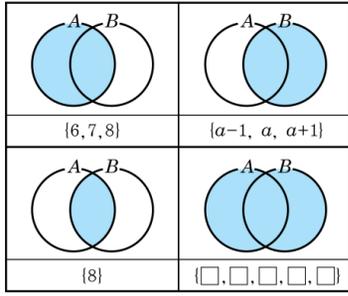
▷ 정답: 2

해설

$$n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\emptyset\}) = 1$$

$$n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$$

17. 다음은 두 집합 A, B 의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 원소를 집합으로 표현한 것이다, \square 안에 알맞은 수를 써넣어라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 6

▷ 정답: 7

▷ 정답: 8

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

해설

벤 다이어그램의 색칠한 부분은 차례대로 $A, B, A \cap B, A \cup B$ 를 나타낸다.

$A \cap B = \{8\}$ 이므로 $\{8\} \subset \{a-1, a, a+1\}$ 이다.

i) $a-1=8$ 인 경우, $B = \{8, 9, 10\}$

ii) $a=8$ 인 경우, $B = \{7, 8, 9\}$

iii) $a+1=8$ 인 경우, $B = \{6, 7, 8\}$

그런데 ii), iii)의 경우는 $A \cap B = \{8\}$ 을 만족하지 않는다.

따라서 $a=9, B = \{8, 9, 10\}$ 이고, $A \cup B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

18. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참이 되는 것은?

- ① $q \rightarrow p$ ② $r \rightarrow \sim p$ ③ $\sim p \rightarrow r$
④ $\sim r \rightarrow \sim p$ ⑤ $\sim q \rightarrow r$

해설

$p \rightarrow q (T), \sim q \rightarrow \sim p (T), r \rightarrow \sim q(T), q \rightarrow \sim r(T)$
 $\therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r$
따라서 $p \rightarrow \sim r(T), r \rightarrow \sim p(T)$

19. $a > b$, $x > y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(a + b)(x + y) > 2(ax + by)$

② $(a + b)(x + y) < 2(ax + by)$

③ $(a + b)(x + y) \geq 2(ax + by)$

④ $(a + b)(x + y) \leq 2(ax + by)$

⑤ $(a + b)(x + y) = 2(ax + by)$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b)(x + y) - 2(ax + by) \\ &= ay + bx - ax - by \\ &= a(y - x) - b(y - x) \\ &= (a - b)(y - x) \end{aligned}$$

그런데 $a - b > 0$, $y - x < 0$

$$\therefore (a + b)(x + y) < 2(ax + by)$$

20. 다음은 실수 a, b, c 가 모두 양수일 때, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \geq 0$ 임을 보이는 과정이다. [㉔] 안에 들어갈 알맞은 식은?

$$\begin{aligned}
 & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\
 &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\
 &= \frac{1}{2}(a+b+c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \\
 &= \frac{1}{2}(a+b+c)(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) \\
 &= \frac{1}{2}(a+b+c) \text{ [㉔]} \geq 0
 \end{aligned}$$

- ① $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$
 ② $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$
 ③ $(a+b)^2 - (b+c)^2 - (c+a)^2$
 ④ $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$
 ⑤ $(a-b)^2 - (b-c)^2 - (c-a)^2$

해설

$$\begin{aligned}
 \text{① } & \{(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)\} \\
 &= (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2
 \end{aligned}$$

21. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로
 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

22. 세 집합 A, B, C 가 $A \cup B = C, B \cap C = C$ 를 만족할 때, 다음 중 두 집합 A, B 사이의 관계로 옳은 것은?

① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = \emptyset$ ③ $A^c \cup B^c = \emptyset$

④ $B - A = \emptyset$ ⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A \cup B = C$ 에서 $A \subset C, B \subset C \dots \textcircled{1}$

$B \cap C = C$ 에서 $C \subset B \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $B = C$

따라서 $A \subset C, B = C$ 이므로 $A \subset B$

$\therefore A - B = \emptyset$

23. 함수 $f(x)$ 가 임의의 x, y 에 대하여 $f(x) \cdot f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 를 만족시킬 때 $2f(0) + f(2)$ 의 값은? (단, $f(1) = 1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$f(x) \cdot f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 는 임의의 x, y 에 대하여 항상 성립하므로

$$x = 1, y = 0 \text{ 일 때 } f(1) \cdot f(0) = f(1) + f(1)$$

$$\therefore f(0) = 2 \quad (\because f(1) = 1)$$

$$x = 1, y = 1 \text{ 일 때 } f(1) \cdot f(1) = f(2) + f(0) \text{ 에서 } 1 = f(2) + 2$$

$$\therefore f(2) = -1$$

$$\therefore 2f(0) + f(2) = 4 - 1 = 3$$

24. 일차 이하의 다항함수 $y = f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

- I. $f(0) \leq f(1)$
- II. $f(2) \geq f(3)$
- III. $f(1) = 1$

이 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

< 보기 >

- ㉠ $f(2) = 1$
- ㉡ $f(3) = 3f(1)$
- ㉢ $f(-1) > f(1)$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

일차 이하의 다항함수 중
조건 I, II 를 만족하는함수는
상수함수이므로 조건 III에 의하여 $f(x) = 1$ 이다.
따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

25. 두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = -x + 2$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$g^{-1}(x) = -x + 2$$

$$g^{-1}(f(x)) = g^{-1}(3x - 1) = -(3x - 1) + 2 \\ = -3x + 3$$

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \text{ 이므로}$$

$$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) \\ = (g^{-1} \circ f)(1) \\ = g^{-1}(f(1)) = 0$$