

1. 이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 7 만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $-3$  만큼 평행 이동하였더니 최솟값이  $-3$  이 되었다.  
이 때, 상수  $a$  의 값은? (단,  $a < 0$  )

① 0                      ② 1                      ③ -1                      ④ 2                      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\&= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\&= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a\end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 7 만큼,

$y$  축의 방향으로  $-3$  만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이  $-3$  이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

2. 이차함수  $y = x^2 - ax + b$  가  $x = 2$  에서 최솟값 4 를 가질 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$  에서 최솟값이 4 이므로  
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.  
 $y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$   
 $a = 4, b = 8$   
 $\therefore a + b = 12$

3. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  는 한 점  $(-2, -5)$  을 지나고,  $x = m$  일 때 최솟값  $2m$  을 갖는다.  $m$  의 값을 구하면?

①  $-1$       ②  $-2$       ③  $-3$       ④  $-4$       ⑤  $-5$

해설

$y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가  $(m, 2m)$  이므로  
 $y = (x - m)^2 + 2m$  에  $(-2, -5)$  를 대입한다.

$$-5 = (-2 - m)^2 + 2m$$

$$m^2 + 6m + 9 = 0$$

$$(m + 3)^2 = 0$$

따라서  $m = -3$  이다.

4. 이차함수  $y = x^2 + 2ax + 2a$  의 최솟값을  $m$  이라고 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라. (단,  $a$  는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$$

$$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$$

따라서  $m$  의 최댓값은 1 이다.



5. 이차함수  $y = 2x^2 + 4ax - 4a$  의 최솟값을  $m$ 이라고 할 때,  $m$ 의 최댓값을 구하여라. (단,  $a$ 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2x^2 + 4ax - 4a = 2(x + a)^2 - 2a^2 - 4a$$

$$\therefore m = -2a^2 - 4a = -2(a + 1)^2 + 2$$

따라서  $m$ 의 최댓값은 2 이다.

6. 이차함수  $y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$  의 최솟값을  $m$  이라고 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 2ax - 2a - 4 \\ &= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} - 2a - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -\frac{a^2}{2} - 2a - 4 \\ &= -\frac{1}{2}(a+2)^2 - 2 \end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -2$$

7. 이차함수  $y = x^2 + 2kx + 4k$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$$

따라서  $m$  의 최댓값 4이다.

8. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12 cm

해설

반지름  $x$  cm, 호의 길이를  $(24 - 2x)$  cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 (6, 36) 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때,  
부채꼴의 넓이가 쇠뿔값 36 cm<sup>2</sup> 를 가진다.  
따라서 호의 길이는  $24 - 2x = 12$  cm 이다.



9. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서  $a + b = 30$  이다.

10. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의  $t$  초 후의 높이가  $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m      ② 35m      ③ 40m      ④ 45m      ⑤ 50m

해설

높이를  $h$  라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

11. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때,  $x$  초 후의 축구공의 높이를  $y$ m 라고 하면  $y = -x^2 + 6x$  의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 :                      m

▷ 정답 : 9  m

해설

$y = -x^2 + 6x$  에서  $y = -(x - 3)^2 + 9$  이다.  
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

12. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의  $x$  초 후의 지면으로 부터의 높이를  $y$ m 라고 하면  $y = -5x^2 + 40x + 15$  인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 :                      초

▶ 답 :                      m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$  에서  $y = -5(x - 4)^2 + 95$  이다.  
따라서  $x = 4$  일 때,  $y$  는 최댓값 95 를 갖는다.



13. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의  $x$  초 후의 높이를  $y_m$  라고 하면  $y = -5x^2 + 40x$  의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▶ 정답 : 4초

▶ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$  에서  $y = -5(x - 4)^2 + 80$  이다.  
따라서  $x = 4$  일 때,  $y$  는 최댓값 80을 갖는다.

14. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후                      ② 7 초 후                      ③ 8 초 후  
④ 10 초 후                    ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

15. 이차함수  $f(x) = x^2 - (6 + p)x + 4p + 12$  ( $-3 \leq x \leq -1$ ) 의 최솟값이 0 일 때,  $p$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{19}{5}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - (6 + p)x + 4p + 12 \\ &= \left(x - \frac{6 + p}{2}\right)^2 - \frac{p^2 - 4p - 12}{4} \end{aligned}$$

- (1)  $\frac{6 + p}{2} < -3$  , 즉,  $p < -12$  인 경우

$x = -3$  일 때, 최솟값이 0 이므로

$$f(-3) = 7p + 39 = 0$$

$$\therefore p = -\frac{39}{7}$$

그런데  $p < -12$  이므로 주어진 조건을 만족하는  $p$  값은 존재하지 않는다.

- (2)  $-3 \leq \frac{6 + p}{2} \leq -1$  , 즉,  $-12 \leq p \leq -8$  인 경우

$x = \frac{6 + p}{2}$  일 때, 최솟값이 0 이므로

$$f\left(\frac{6 + p}{2}\right) = 0$$

$$p^2 - 4p - 12 = 0$$

$$(p + 2)(p - 6) = 0$$

$$\therefore p = -2 \text{ 또는 } 6$$

그런데  $-12 \leq p \leq -8$  이므로 주어진 조건을 만족하는  $p$  값이 존재하지 않는다.

- (3)  $\frac{6 + p}{2} \geq -1$ , 즉,  $p \geq -8$  인 경우

$x = -1$  일 때, 최솟값이 0 이므로  $f(-1) = 0$

$$\therefore p = -\frac{19}{5}$$

따라서 (1), (2), (3) 에서  $p = -\frac{19}{5}$  이다.

16. 이차함수  $y = -2x^2 + 4mx + m - 1$  의 최댓값을  $M$  이라 할 때,  $M$  의 최솟값은?

- ①  $-\frac{7}{2}$       ②  $-2$       ③  $-\frac{9}{8}$       ④  $3$       ⑤  $\frac{10}{3}$

해설

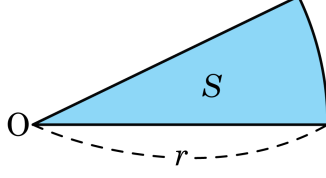
$$y = -2x^2 + 4mx + m - 1 = -2(x - m)^2 + m - 1 + 2m^2$$

$$M = 2m^2 + m - 1 = 2\left(m + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

$M$  은  $m = -\frac{1}{4}$  일 때 최솟값  $-\frac{9}{8}$  를 갖는다.



17. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가  $r$ cm 일 때, 넓이를  $S$ cm<sup>2</sup> 라고 한다.  $S$  가 최대일 때,  $r$  의 값은? (단, 반지름의 길이가  $r$  , 호의 길이가  $l$  인 부채꼴의 넓이는  $\frac{1}{2}lr$  임을 이용하여라.)



- ① 3      ② 6      ③ 7      ④ 9      ⑤ 10

해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을  $r$ cm 이라 하면 호의 길이는  $(12 - 2r)$ cm 이다.

$$\begin{aligned}(\text{부채꼴의 넓이}) &= \frac{1}{2}r(12 - 2r) = -r^2 + 6r \\ &= -(r - 3)^2 + 9\end{aligned}$$

따라서  $r = 3$  일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.