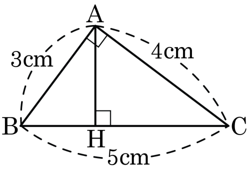
1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{AC} = 4cm$, $\overline{BC} = 5cm$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \frac{16}{5}$

2. 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은 어느 것인가?

① $(1,\ 1),\ (2,\ 3)$ ② $(-3, -2),\ (0,\ 0)$

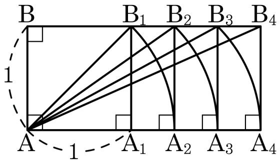
③ $(-2,\ 0),\ (0,\ 5)$ ④ $(2,\ 1),\ (3, -5)$

⑤ $(-4,\ 4),\ (2, -2)$

해설

① $\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2} = \sqrt{5}$
② $\sqrt{(-3-0)^2+(-2-0)^2} = \sqrt{13}$
③ $\sqrt{(-2-0)^2+(0-5)^2} = \sqrt{29}$
④ $\sqrt{(3-2)^2+(-5-1)^2} = \sqrt{37}$
⑤ $\sqrt{(-4-2)^2+(4+2)^2} = \sqrt{72}$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$ 일 때, $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}}$ 의 값을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3

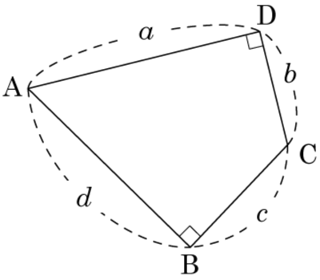
④ 4 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB_4} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

따라서 $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 는 $90°$, $\overline{AD}=a$, $\overline{CD}=b$, $\overline{BC}=c$, $\overline{AB}=d$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 ?



① $a+b=c+d$ ② $a=d$, $b=c$

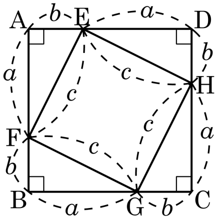
③ $a^2+d^2=b^2+c^2$ ④ $a^2+b^2=c^2+d^2$

⑤ $a-d=b-c$

해설

$\overline{AC}$가 공통변이고 각각 $\triangle ADC$, $\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 $a^2+b^2=c^2+d^2$이 성립한다.

5. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle\mathrm{EHG}=90^\circ$

② $\square\mathrm{EFGH}$ 는 정사각형이다.

③ $\square\mathrm{ABCD}$ 와 $\square\mathrm{EFGH}$ 의 넓이의 비는 $a+b:c$ 이다.

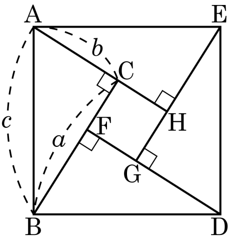
④ $\triangle\mathrm{BGF}\equiv\triangle\mathrm{CHG}$

⑤ $\angle\mathrm{FEA}+\angle\mathrm{GHC}=90^\circ$

해설

$\square\mathrm{ABCD}$ 와 $\square\mathrm{EFGH}$ 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2:c^2$ 이다.

6. 다음은 4 개의 합동인 직각삼각형을 맞대어서 정사각형 ABDE를 만든 것이다. 정사각형 ABDE에서 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이와 □CFGH의 사각형의 종류를 차례대로 말한 것은?



① $a-b$, 마름모

② $b-a$, 마름모

③ $a-b$, 정사각형

④ $b-a$, 정사각형

⑤ $a-b$, 직사각형

해설

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{AC}}=a-b$

□CFGH는 네 변의 길이가 같고, 내각이 모두 $90°$이므로 정사각형이다.

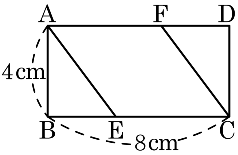
7. 각 변의 길이가 $x-3$, x, $x+4$ 인 직각삼각형이 있다. 빗변의 길이를 옳게 구한 것은?

① $11+2\sqrt{14}$　② $15+\sqrt{14}$　③ $16+2\sqrt{14}$
④ $16+\sqrt{14}$　⑤ $17+2\sqrt{14}$

해설

$x+4$가 빗변의 길이이므로
$(x+4)^2 = x^2+(x-3)^2$
$x^2+8x+16 = x^2+x^2-6x+9$
$x^2-14x-7=0$
$x = 7\pm2\sqrt{14}$
$x-3>0$ 이므로 $x=7+2\sqrt{14}$
빗변의 길이는 $x+4$ 이므로
$x+4 = 7+2\sqrt{14}+4 = 11+2\sqrt{14}$

8. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE}=\overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 22 cm ② 21 cm ③ 20 cm

④ 19 cm ⑤ 18 cm

해설

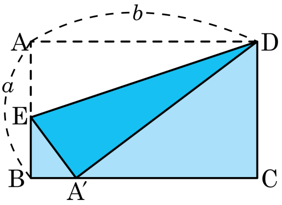
$\overline{AE}=\overline{CE}=x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BE}=(8-x)\,\text{cm}$ 이므로

$x^2=4^2+(8-x)^2 \quad \therefore x=5$

$\therefore$ (□AECF의 둘레) $=5\times4=20(\text{cm})$

9. 직사각형 ABCD 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



① $\triangle AED \equiv \triangle A'ED$

② $\overline{EB} = \overline{BA'}$

③ $\overline{A'C} = \sqrt{b^2 - a^2}$

④ $\overline{DE} = b$

⑤ $\angle AED = \angle CDE$

해설

$\overline{AD} = \overline{A'D}$ 이므로 $\overline{A'C} = \sqrt{b^2 - a^2}$ 이다.

$\angle DAE = \angle DA'E = \angle R$, $\angle ADE = \angle A'DE$, $\overline{DE}$ 는 공통이므로

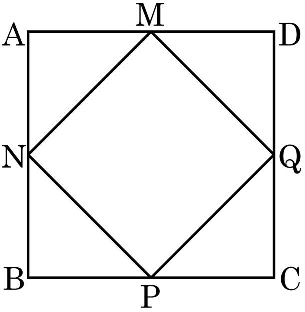
$\triangle AED \equiv \triangle A'ED$(RHA합동)

$\overline{DE} \neq b$, $\overline{EB} \neq \overline{BA'}$ 이다.

$\triangle AED = \triangle CDE$(엇각) 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

10. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점들을 연결하여 정사각형 MNPQ를 그렸다. 정사각형 ABCD 의 넓이가 36cm^2 일 때, $\overline{\text{MN}}$의 길이를 구하여라.



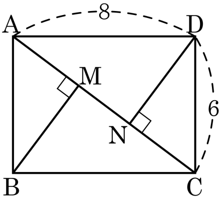
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$ cm

해설

정사각형 ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로 한 변의 길이는 6cm 가 된다.
그러므로 $\overline{\text{AM}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{AN}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{MN}} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① $\dfrac{14\sqrt{5}}{2}$ ② $\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{21}{5}$

④ $\dfrac{14}{5}$ ⑤ $\dfrac{7}{5}$

해설

$\overline{AC} = 10,\ \overline{BM} = \overline{DN}$

$\triangle ABC = 8 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = 10 \times \overline{BM} \times \dfrac{1}{2}$

$\overline{BM} = \dfrac{24}{5}$

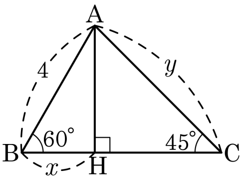
$\triangle ABM$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AM} &= \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{36 - \frac{576}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{900 - 576}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}} \\ &= \frac{18}{5}\end{aligned}$$

$\overline{AM} = \overline{CN}$

$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{MN} &= \overline{AC} - \overline{AM} - \overline{CN} \\ &= 10 - \left(\frac{18}{5}\right) \times 2 \\ &= 10 - \frac{36}{5} \\ &= \frac{14}{5}\end{aligned}$$

12. x, y 가 다음 그림과 같을 때, x^2+y^2 을 구하시오.



① 25　② 26　③ 27

④ 28　⑤ 29

해설

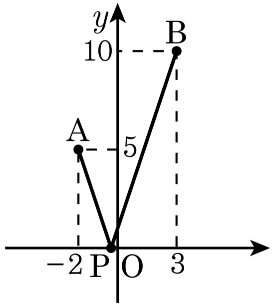
$x : 4 = 1 : 2 \quad \therefore x = 2$

$x : \overline{\mathrm{AH}} = 1 : \sqrt{3}, \quad \overline{\mathrm{AH}} = 2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{AH}} : \mathrm{y} = 1 : \sqrt{2} \quad \therefore \mathrm{y} = 2\sqrt{6}$

$\therefore x^2 + y^2 = 4 + 24 = 28$

13. 다음 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 A$(-2,\ 5)$, B$(3,\ 10)$ 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값을 구하여라.

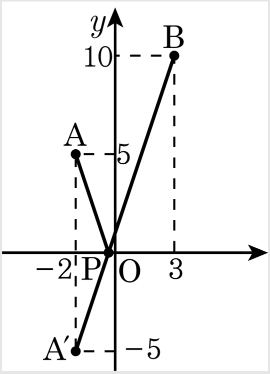


▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{10}$

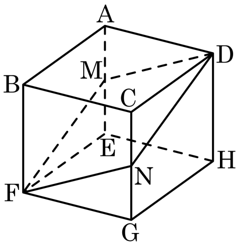
해설

점 A 를 x 축 대칭시킨 점을 A′ 이라 할 때, $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최소값은 $\overline{\mathrm{A'B}}$ 의 길이이다.



$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{\mathrm{A'B}} &= \sqrt{\{3-(-2)\}^2+\{10-(-5)\}^2} \\ &= \sqrt{25+225} \\ &= 5\sqrt{10}\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체에서 $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이는?



① $16\sqrt{2}$　② $32\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{6}$　④ $16\sqrt{6}$　⑤ 32

해설

사각형 MFND는 마름모이다. $\overline{MN} = \overline{AC} = 8$이고, $\overline{DF}$ 는 정육면체의 대각선의 길이이므로

$\overline{DF} = \sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

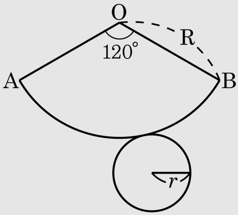
마름모의 넓이 공식에 의해

$\square\mathrm{MFND} = 4\sqrt{6} \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{6}$ 이다.

15. 호 AB 의 길이는 4π 이고 중심각의 크기가 $120°$ 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피를 구하면?

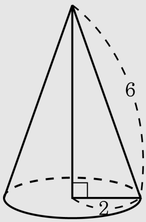
① $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$ ② $\frac{10\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$ ③ $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$
④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $16\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$

해설



호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\text{m})$ 이다.

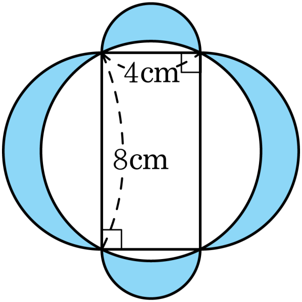
부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi \text{R} \times \frac{120°}{360°} = 2\pi \text{R} \times \frac{1}{3} = 4\pi$ 이므로 부채꼴의 반지름의 길이 $\text{R} = 6(\text{cm})$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

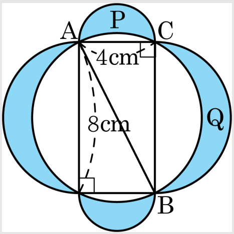
16. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 32 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

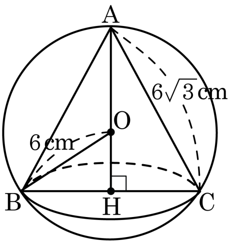


색칠한 부분 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$ 의 넓이는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.

$\therefore \quad 4\times 8=32(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\text{cm}^3$ ② $84\pi\,\text{cm}^3$

③ $87\pi\,\text{cm}^3$ ④ $90\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $93\pi\,\text{cm}^3$

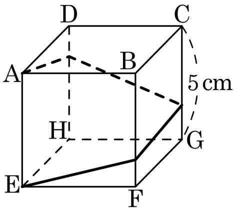
해설

$\triangle$OBH 에서 $\overline{BH}^2 = 6^2 - \overline{OH}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle$ABH 에서 $\overline{BH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{OH})^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{OH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{OH})^2$
$12\overline{OH} = 36 \quad \therefore \overline{OH} = 3\,(\text{cm})$

㉠에서 $\overline{BH}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore\ \overline{BH} = 3\sqrt{3}\ (\text{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6+3) = 81\pi\ (\text{cm}^3)$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 정육면체의 한 꼭짓점 E에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 선 중에서 가장 짧은 선의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm

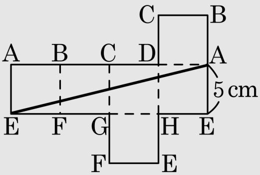
▷ **정답 :** $5\sqrt{17}$ cm

해설

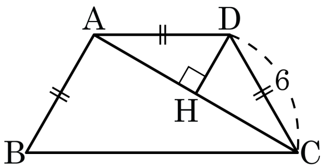
위의 그림에서 점 E에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 가장 짧은 선은 $\overline{EA}$ 가 된다.

$\overline{EA}^2 = 5^2 + 20^2 = 25 + 400 = 425$

$\therefore\ \overline{EA} = 5\sqrt{17}\,(\text{cm})$



19. 다음 등변사다리꼴 ABCD 에서 $2\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DC}=6$ 이다. 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.

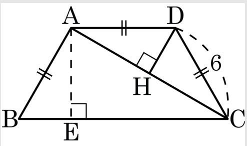


▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle$ABE 는 직각삼각형이므로

$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2-\overline{BE}^2=6^2-3^2=27$,

$\therefore\ \overline{AE}=3\sqrt{3}$

$\triangle$AEC 에서

$\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+\overline{EC}^2=(3\sqrt{3})^2+9^2=108$,

$\therefore\ \overline{AC}=6\sqrt{3}$

$\triangle$DHC 에서

$\overline{DH}^2=\overline{DC}^2-\overline{HC}^2=6^2-(3\sqrt{3})^2=9$,

$\therefore\ \overline{DH}=3$

20. 삼각형 ABC 의 변 BC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AB}=4,\ \overline{AC}=3,\ \overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}=2$ 일 때, $\overline{AD}^2+\overline{AE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}$ 이므로

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADC$ 에서 각각 중선 정리를 이용하면

(1) $\triangle ABE$ 에서

$\overline{AB^2}+\overline{AE^2}=2\left(\overline{AD^2}+\overline{BD^2}\right)$

$\therefore\ 2\overline{AD^2}-\overline{AE^2}=8\cdots①$

(2) $\triangle ADC$ 에서

$\overline{AD^2}+\overline{AC^2}=2(\overline{AE^2}+\overline{DE^2})$

$\therefore\ 2\overline{AE^2}-\overline{AD^2}=1\cdots②$

따라서 ① + ②를 하면 $\overline{AD^2}+\overline{AE^2}=9$ 이다.