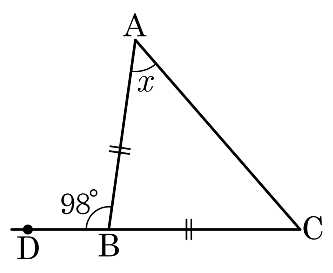
1. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CB}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle\mathrm{ABD} = 98°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



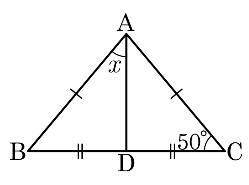
① 45° ② 47° ③ 49° ④ 51° ⑤ 53°

해설

$2 \times \angle x = 98°$

$\therefore \angle x = 49°$

2. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

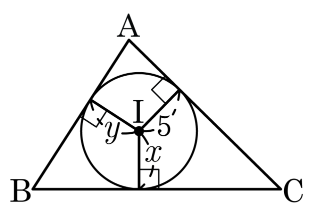


① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\triangle$ABC 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 180° - 2 \times 50° = 80°$
또 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle$BAC 를 이등분하고 $\overline{BC}$ 와 수직 (이등변삼각형의 각의 이등분선의 성질)
따라서 $x = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

3. 다음 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

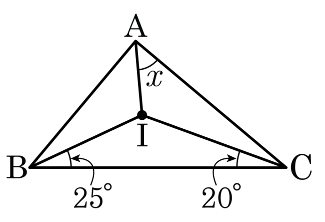
▷ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x = (\quad\quad)^\circ$이다. $(\quad\quad)$안에 알맞은 수를 구하여라.



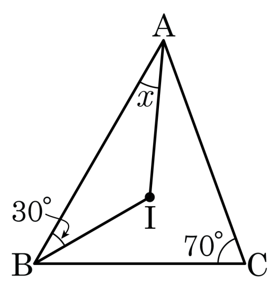
▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = 90^\circ - (25^\circ + 20^\circ) = 45^\circ$
$\therefore \angle x = 45^\circ$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle IBA = 30°$, $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

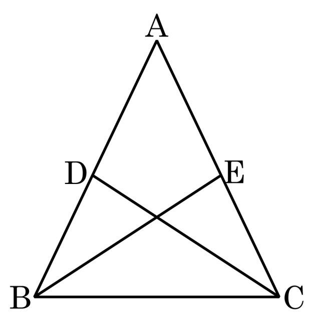
해설

$\angle B = 2 \times 30° = 60°$

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$

$\therefore \angle x = \angle IAB = \frac{1}{2} \times 50° = 25°$

6. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



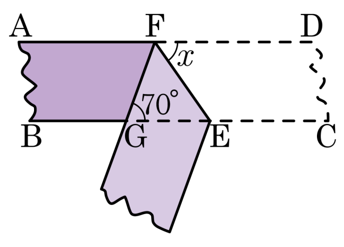
[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \boxed{㉠}$
[결론] $\overline{DC} = \boxed{㉡}$
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \boxed{㉢}$,
$\overline{AE} = \boxed{㉣}$, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{㉤}$ 합동)
$\therefore \overline{DC} = \boxed{㉡}$

① ㉠ : $\overline{AE}$　② ㉡ : $\overline{EB}$　③ ㉢ : $\overline{AC}$
④ ㉣ : $\overline{AD}$　⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$
[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{DC} = \overline{EB}$

7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$의 크기는?

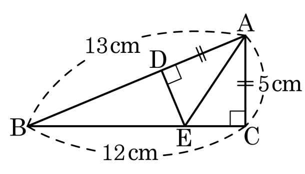


① 70°　② 65°　③ 60°　④ 55°　⑤ 50°

해설

종이 테이프를 접으면
$\angle \mathrm{DFE} = \angle \mathrm{EFG} = \angle x$이고
$\angle \mathrm{DFE} = \angle \mathrm{GEF} = \angle x$ (엇각)
$\triangle \mathrm{EFG}$의 내각의 합은 180°이므로
$\therefore\ \angle x = \dfrac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$

8. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레의 길이는?

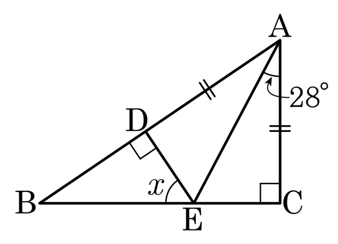


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 18cm ⑤ 20cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로
$\overline{DE} = \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{AC}$ $\therefore \overline{BD} = 8\text{cm}$
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE} + \overline{BE} = \overline{EC} + \overline{BE} = \overline{BC} = 12\text{cm}$ 이므로
$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$= 8 + 12 = 20(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AD}}$, $\angle\mathrm{EAC} = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 54° ② 56° ③ 58° ④ 60° ⑤ 62°

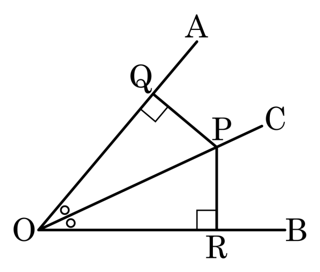
해설

$\triangle\mathrm{AED} \equiv \triangle\mathrm{AEC}$ (RHS 합동)

$\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{AEC} = 62°$

$\therefore \angle x = 180° - (62° + 62°) = 56°$

10. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$

② $\angle OQP = \angle ORP$

③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

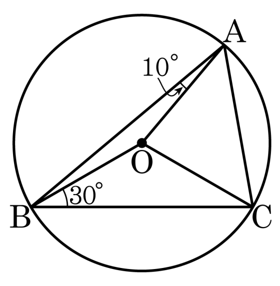
④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것이므로
$\angle OQP = \angle ORP = 90°$ (②)
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
i) $\overline{OP}$ 는 공통
ii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (∵가정)
iii) $\angle QOP = \angle ROP$ (∵가정)
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로
$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)
합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.
또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

11. 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OAB $= 10°$, $\angle$OBC $= 30°$ 일 때, $\angle$OAC 의 크기는?

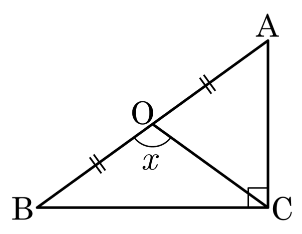


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$,
$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

12. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105°　② 106°　③ 107°　④ 108°　⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

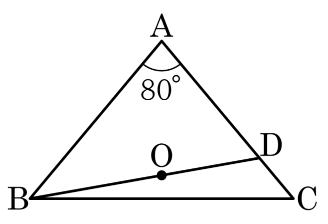
$\angle OCB = \dfrac{2}{2+3} \times 90° = \dfrac{2}{5} \times 90° = 36°$

$\angle OCA = \dfrac{3}{2+3} \times 90° = \dfrac{3}{5} \times 90° = 54°$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

13. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에 대해서 점 B에서 외심 O를 거쳐 변 AC까지 선분 $\overline{BD}$를 그었다. $\angle A = 80°$일 때, $\angle ABD$의 크기는?

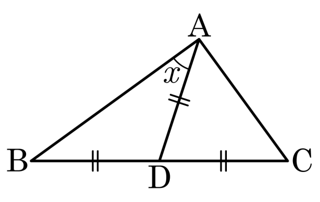


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB$
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50°$
보조선 $\overline{OC}$를 그으면
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160°$
점 O가 외심이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.
$\angle OBC = \angle OCB = 10°$
$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50° - 10° = 40°$

14. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{B} : \angle\mathrm{C} = 2 : 3$이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$가 되도록 점 D를 잡았을 때, $\angle\mathrm{BAD} = (\quad\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

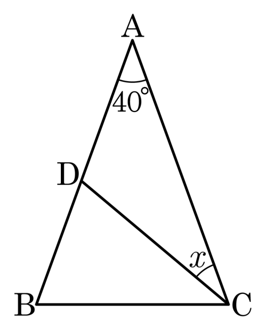
$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{BAD},\ \angle\mathrm{C} = \angle\mathrm{DAC}$이므로

$\angle\mathrm{B} : \angle\mathrm{C} = 2 : 3$에서 $\angle\mathrm{C} = \frac{3}{2}\mathrm{x}$

$x + x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^\circ$

$\therefore\ x = 36^\circ$

15. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

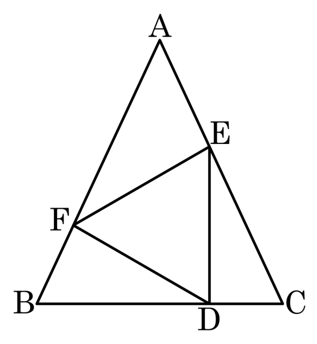
$\angle ABC=\angle ACB=\dfrac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

16. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : 25 $\underline{°}$

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

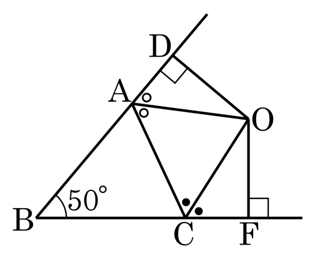
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60°$ $\quad \therefore\ \angle a = 65°$

$\triangle CDE$ 에서

$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°$, $65° + \angle DEC = 90°$

$\therefore\ \angle DEC = 25°$

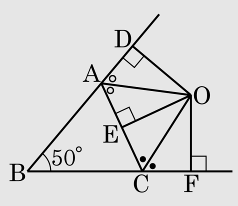
17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

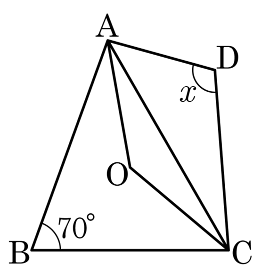
해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$
$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$
$\angle AOE = \angle a$, $\angle COE = \angle b$ 라 하면
$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore$ $\angle a + \angle b = 65°$ $\therefore$ $\angle AOC = 65°$

18. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ADC 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



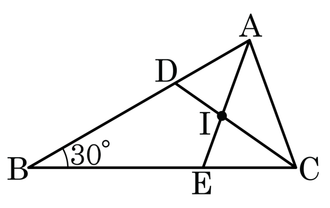
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $110°$

해설

$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$
$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$
□AOCD 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,
$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

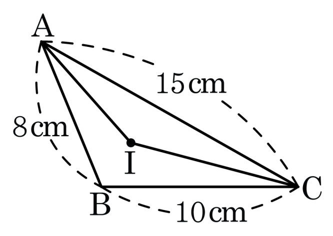
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

$\square$BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1　　② 30 : 17　　③ 32 : 15

④ 33 : 15　　⑤ 36 : 17

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

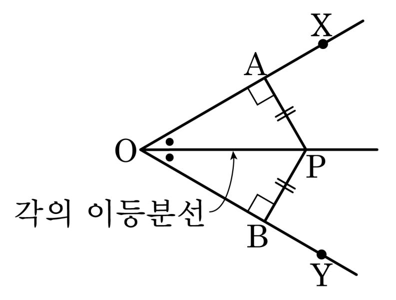
$(\triangle ABC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2}\ r\ (cm^2)$

$(\triangle AIC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}\ r\ (cm^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

21. 다음을 증명할 때 사용된 합동조건을 말하여라.

‘각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.’
다음 그림과 같이 $\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 각각$\overline{AP}$, $\overline{BP}$라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$이다.

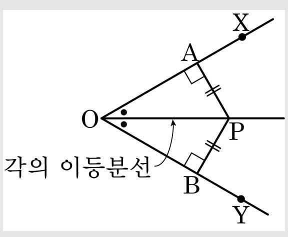


▶ 답 : ______ 합동

▷ 정답 : RHA 합동

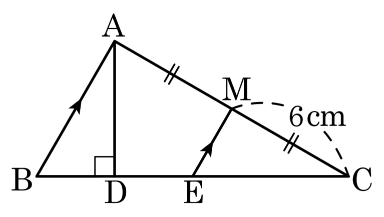
해설

[증명] 다음 그림에서



$\angle AOP = \angle BOP$,
$\angle OAP = \angle OBP = 90°$,
빗변 OP는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{AP} = \overline{BP}$

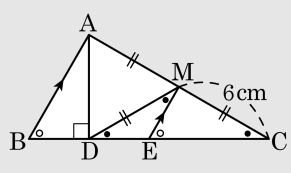
22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 점 D라고 하고, $\overline{AB}$와 평행하면서 빗변 AC의 중점 M을 지나는 선분 ME를 이었다. $\angle B = 2 \times \angle C$, $\overline{CM} = 6\text{cm}$, $\triangle DEM$의 둘레의 길이가 14cm 일 때, 선분 ME의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 4 cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \ \angle DME = \angle C = \angle MDC$

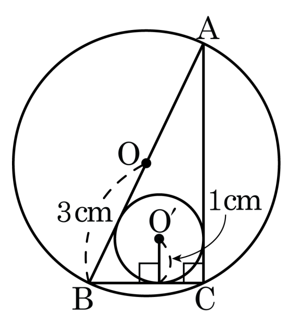
따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{ME}$이므로 $\overline{ME}$의 길이를 x라 하면

$\triangle MDE$의 둘레의 길이는 $2x + 6 = 14$

$\therefore \ \overline{ME} = 4\text{cm}$

23. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하면?

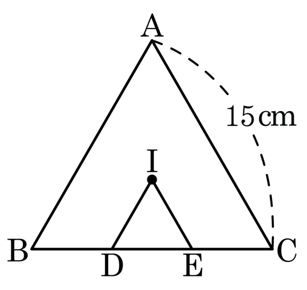


① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AB}$ 가 원 O 의 지름이므로
△ABC 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
△ABC 의 내접원 O′ 과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고,
$\overline{BC} = a(\text{cm})$, $\overline{AC} = b(\text{cm})$ 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\text{cm})$,$\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore$ △ABC의 둘레 $= a + b + 6 = 14$

24. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID}//\overline{AB}, \overline{IE}//\overline{AC}$ 이고, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

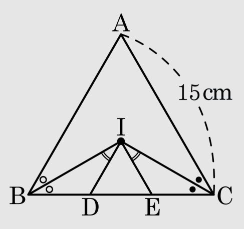
해설

$\overline{BI}, \overline{CI}$ 를 그으면

$\overline{ID}//\overline{AB}, \overline{IE}//\overline{AC}$ 이므로

$\triangle IBD, \triangle IEC$ 는 이등변삼각형이다.

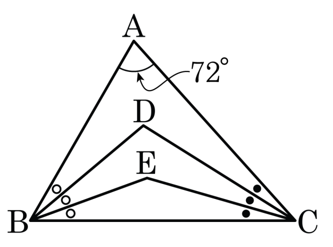
$\angle IDE = \angle IED = 60°$



$\therefore$ $\triangle IDE$ 는 정삼각형이고 $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 5\,(\text{cm})$

$\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는 $5 + 5 + 5 = 15\,(\text{cm})$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle B$, $\angle C$의 삼등분점의 교점을 각각 D, E라 할 때, $\angle BDC$와 $\angle BEC$의 차를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 36°

해설

$\angle B + \angle C = 180° - 72° = 108°$

$\angle EBC + \angle ECB = \frac{1}{3} \times 108° = 36°$

$\angle BEC = 180° - 36° = 144°$

점 E는 $\triangle DBC$의 내심이므로

$\angle BEC = 90° + \frac{1}{2}\angle BDC$

$144° = 90° + \frac{1}{2}\angle BDC$, $\angle BDC = 108°$

$\angle BEC - \angle BDC = 144° - 108° = 36°$