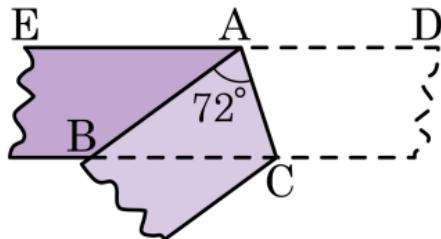


1. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

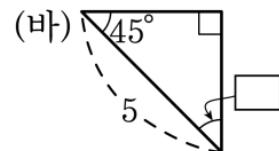
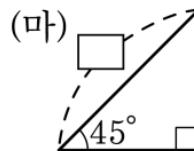
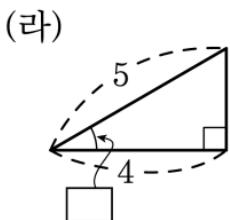
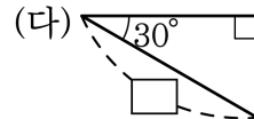
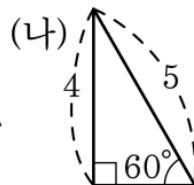
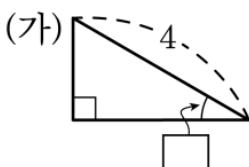
해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이다.

따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

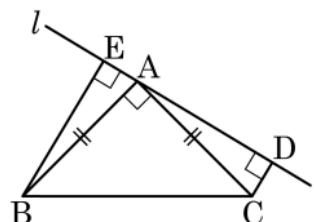


- ① (가) 30° ② (다) 4 ③ (라) 60°
④ (마) 5 ⑤ (바) 55°

해설

- ③ (라) 30°
⑤ (바) 45°

3. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A를 지나는 직선 l에 점 B,C에서 각각 내린 수선의 발을 E,D라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\overline{BE} = 4$, $\overline{CD} = 1$ 일 때, \overline{ED} 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle BAE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle AEB = \angle ADC = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle EAB + \angle CAD = 90^\circ \text{ 이므로}$$

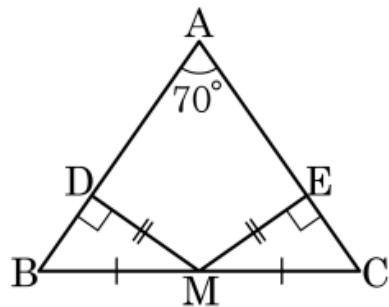
$$\angle EAB = \angle ACD \cdots \textcircled{3}$$

따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의해서 $\triangle BAE \cong \triangle ACD$

$$\overline{BE} = \overline{AD} = 4, \overline{CD} = \overline{AE} = 1 \text{ 이 성립하므로 } \overline{ED} = 5$$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 70^\circ$, 변 BC의 중점 M에서 \overline{AB} 와 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다. $\angle BMD$ 의 크기는?

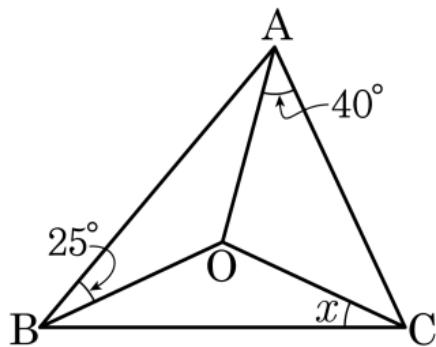
- ① 35° ② 30° ③ 25°
④ 20° ⑤ 15°



해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 는 RHS 합동조건에 의해 합동이 된다.
따라서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 는 같게 되고 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이 되어
 $\angle B$ 와 $\angle C$ 는 55° 가 된다.
따라서 $\angle BMD$ 는 35° 이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle CAO = 40^\circ$, $\angle ABO = 25^\circ$ 일 때, $\angle BCO$ 의 크기는?



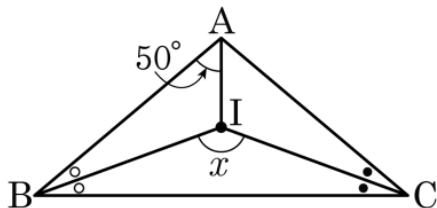
- ① 22° ② 35° ③ 20° ④ 30° ⑤ 25°

해설

$$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 내각의 이등분선의 교점이다.
 $\angle IAB = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$ 이므로 $\angle BAC = 100^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle BAC + 2\bullet + 2x = 180^\circ \text{이다.}$$

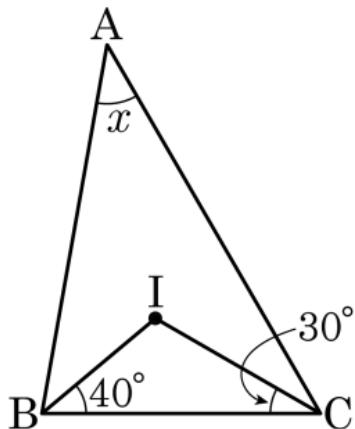
$$\therefore \bullet + x = 40^\circ$$

$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle x + \bullet + x = 180^\circ \text{이다.}$$

$$\therefore \angle x = 140^\circ$$

7. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

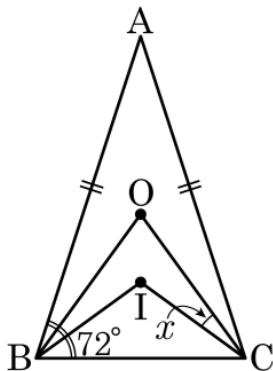


- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) \times 2 = 40^\circ$$

8. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기= () $^\circ$ 이다. 빈칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ \text{이므로 } \angle BOC = 2\angle BAC = 72^\circ$$

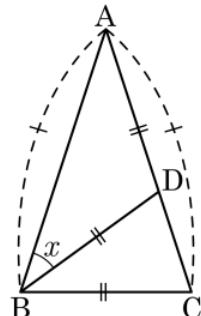
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times \angle BAC = 108^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 36°

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$

$\overline{BD} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$

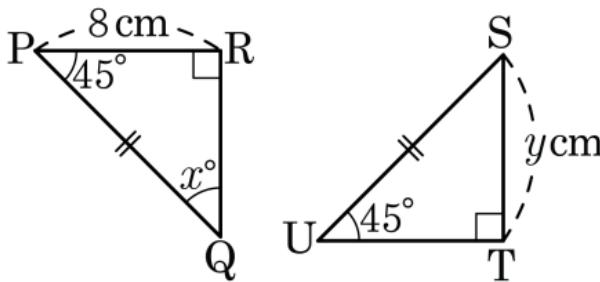
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$

$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$ 이므로

$$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180^\circ$$

따라서 $5\angle x = 180^\circ$, $\angle x = 36^\circ$ 이다.

10. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x - y$ 의 값은?



- ① 35 ② 37 ③ 40 ④ 45 ⑤ 48

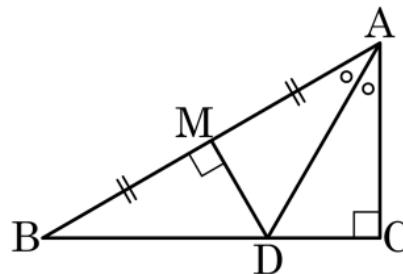
해설

$\triangle PRQ, \triangle STU$ 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$$\angle x = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ, \overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y\text{ cm}$$

$$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$$

11. $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선과 \overline{BC} 의 교점을 D 라 하고, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 15° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 90°

해설

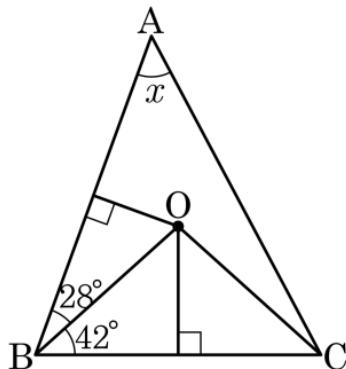
$\triangle AMD \cong \triangle BMD$ (SAS합동)

$\angle MBD = \angle x$ 라고 하면 $\angle ADC = 2\angle x$

$\triangle ADC$ 에서, $3\angle x + 90^\circ = 180^\circ$, $\angle x = 30^\circ$

$\therefore \angle A = 60^\circ$

12. 다음 그림에서 점 O 가 \overline{AB} , \overline{BC} 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

$\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 48°

해설

보조선 \overline{OA} 를 그으면

$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = 28^\circ$

$\triangle OBC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle OCB = 42^\circ$

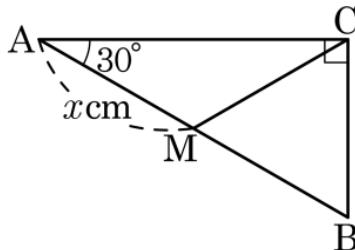
$\therefore \angle BOC = 96^\circ$, $\angle AOB = 124^\circ$, $\angle AOC = 140^\circ$

$\angle OAC = \angle OCA$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 20^\circ$

따라서 $x = 28^\circ + 20^\circ = 48^\circ$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\angle A = 30^\circ$ 이고, $\triangle BMC$ 의 둘레의 길이가 18cm 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6cm

해설

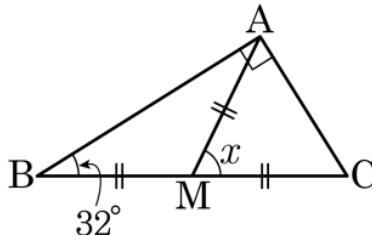
$\angle A = 30^\circ$ 이면 $\angle B = 60^\circ$ 이다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로, $\triangle BMC$ 는 정삼각형이다.

따라서 한 변의 길이는 6cm 이므로 $\overline{BM} = 6\text{cm}$

$$\therefore x = 6(\text{cm})$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 빗변의 중점을 M이라 하자. $\angle ABC = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

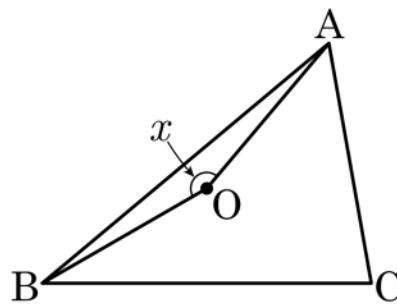
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)

$$\angle MBA = \angle MAB = 32^\circ$$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로
 $\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



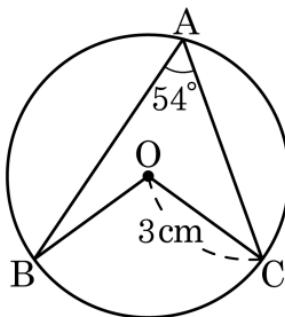
▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}}$

▷ 정답: 160°

해설

$$\begin{aligned}\angle C &= 180^\circ \times \frac{4}{2+3+4} = 80^\circ \\ \therefore \angle x &= 2\angle C = 160^\circ\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm인 원 O에서 $\angle BAC = 54^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 6.3π cm²

해설

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

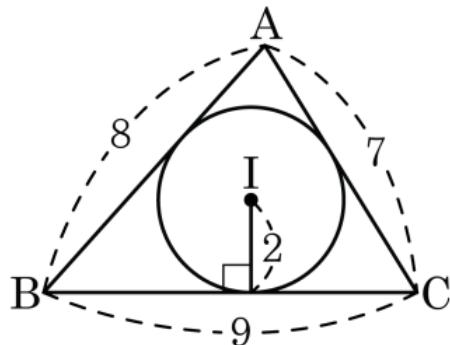
$$\angle BOC = 2\angle A = 108^\circ$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252^\circ}{360^\circ}$$

$$= 6.3\pi(\text{cm}^2)$$

17. 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



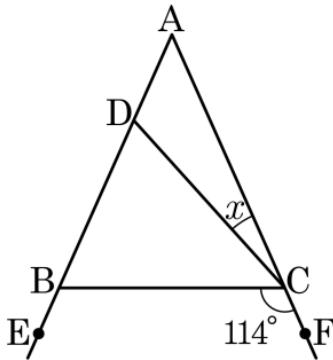
▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (8 + 9 + 7) = 24 \text{ 이다.}$$

18. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 18° ② 24° ③ 30° ④ 36° ⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$ 에서

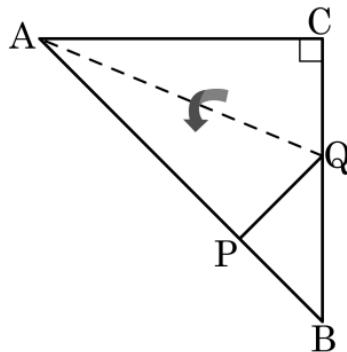
$$\angle ABC = \angle BCA = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$

$\triangle CDB$ 에서

$$\angle BCD = 180^\circ - (2 \times 66^\circ) = 48^\circ$$

따라서 $\angle x = 66^\circ - 48^\circ = 18^\circ$ 이다.

19. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 않은 것은?



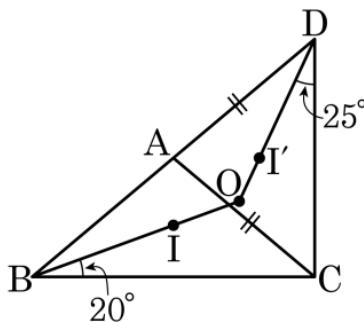
- ① $\triangle APQ \cong \triangle ACQ$ ② $\overline{AP} = \overline{AC}$
③ $\angle PAQ = \angle CAQ$ ④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$
⑤ $\angle APQ = 90^\circ$

해설

종이를 접은 모양이므로

$\triangle APQ \cong \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90^\circ$

20. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20^\circ$, $\angle I'DC = 25^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 \overline{BI} 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 \overline{BD} 위의 점이다.)



▶ 답 : 40°

▷ 정답 : 40°

해설

점 I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20^\circ$

즉, $\angle ABC = 40^\circ$

점 I' 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25^\circ$

즉, $\angle CDA = 50^\circ$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

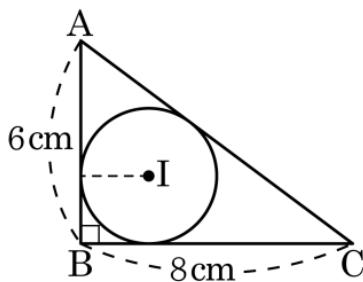
$\angle ACD = \angle CDA = 50^\circ$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle CAB = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$

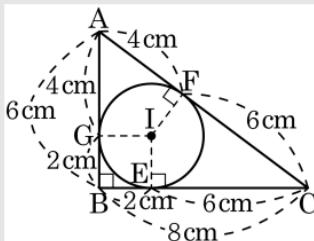
$$\begin{aligned}\therefore \angle ACB &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle CAB) \\ &= 180^\circ - (40^\circ + 100^\circ) \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



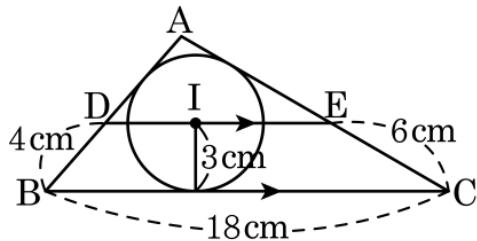
- ① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

22. 내접원의 반지름이 3cm인 $\triangle ABC$ 의 내심 I를 지나고 변 BC에 평행한 직선이 변 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 42 cm^2

해설

\overline{BI} 를 그으면 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angleIBC$

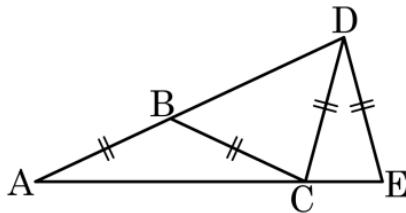
또한, $\overline{DI} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angleIBC = \angleDIB$ (엇각) $\therefore \angleDBI = \angleDIB$

같은 방법으로 \overline{CI} 를 그으면 $\angleECI = \angleEIC$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

사각형 DBCE에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ADE = 80^\circ$ 이고 점 B, C는 각각 \overline{AD} , \overline{AE} 위에 있다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{2cm}}$ $^\circ$

▷ 정답 : 25°

해설

$\angle A$ 의 크기를 x 라고 하면

$$\angle BAC = \angle BCA = x, \angle CBD = \angle CDB =$$

$$2x, \angle DCE = \angle DEC = 3x$$

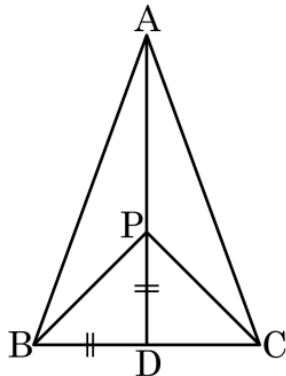
$\triangle ADE$ 에서

$$\angle DAE + \angle DEA + 80^\circ = 180^\circ$$

$$x + 3x = 100^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서

$\overline{PB} = \overline{PC}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로

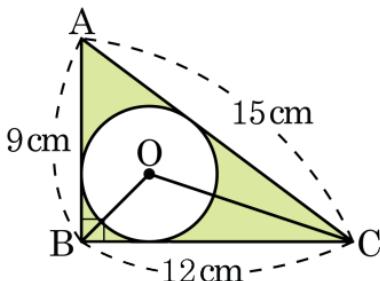
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SAS) 합동

따라서 $\angle ADB = \angle ADC$

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$

$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 6 (\text{cm})$

25. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



- ① $(54 - 6\pi) \text{ cm}^2$ ② $(54 - 7\pi) \text{ cm}^2$
③ $(54 - 8\pi) \text{ cm}^2$ ④ $\textcircled{④} (54 - 9\pi) \text{ cm}^2$
⑤ $(54 - 10\pi) \text{ cm}^2$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\frac{1}{2}r \times (9 + 15 + 12) = \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$\therefore r = 3(\text{cm})$$

\therefore (색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 - 3^2 \times \pi = 54 - 9\pi (\text{cm}^2)$$