

1. 다음 중 틀린 것은?

①  $\{1, 2\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

②  $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$

③  $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4\}$

④  $\{1, 3, 6\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤  $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

②  $\{0, 2, 4\}$  가  $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합이 아니므로  $\{0, 2, 4\} \not\subset \{2, 4, 6, 8\}$

2. 집합  $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 에 대하여 12를 반드시 포함하고 15를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답:                      개

▷ 정답: 8 개

해설

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

3. 두 집합  $A = \{\text{한국, 브라질, 독일, 터키}\}$ ,  $B = \{\text{이탈리아, 프랑스, 독일, 포르투갈}\}$ 에 대해  $A \cap B$ 는?

① {한국}

② {브라질}

③ {독일}

④ {한국, 독일}

⑤ {독일, 터키, 포르투갈}

해설

$$A \cap B = \{\text{독일}\}$$

4. 다음  안에 들어갈 알맞은 것은?(단,  $A \cap B \neq \emptyset$ )

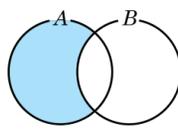
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - \text{$$

- ①  $n(A)$                       ②  $n(B)$                       ③  $n(A \cap B)$   
④  $n(A \cup B)$                 ⑤  $n(\emptyset)$

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

5. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 조건제 시법으로 나타낸 것은?



- ①  $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$       ②  $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \notin B\}$   
③  $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$       ④  $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$   
⑤  $\{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \notin B\}$

**해설**

벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 원소를  $x$  라고 하면 집합  $A$  에는 포함되고 집합  $B$  에는 포함되지 않으므로  $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$  이다.

6. 다음은 수진, 영우, 희망이가 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $B \subset A$  일 때, 두 집합사이의 관계를 표현한 것이다. 바르게 표현한 사람은 누구인지 말하여라.

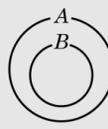
수진 :  $A - B = \emptyset$   
영우 :  $A \cap B = A$   
희망 :  $B - A = \emptyset$

▶ 답 :

▷ 정답 : 희망

해설

$B \subset A$  이면 집합  $A, B$  는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.  
따라서  $B - A = \emptyset, A \cap B = B$  이다.



7.  $x > 0, y > 0$  일 때 두 식  $\sqrt{x} + \sqrt{y}, \sqrt{2(x+y)}$  를 바르게 비교한 것은?

- ①  $\sqrt{x} + \sqrt{y} < \sqrt{2(x+y)}$       ②  $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$   
③  $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{2(x+y)}$       ④  $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2(x+y)}$   
⑤  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2(x+y)}$

해설

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0, \sqrt{2(x+y)} > 0$$

$$\begin{aligned} \text{이 때 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \{\sqrt{2(x+y)}\}^2 \\ &= (x+y+2\sqrt{xy}) - (2x+2y) \\ &= -(x-2\sqrt{xy}+y) \\ &= -(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{이므로 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \leq \{\sqrt{2(x+y)}\}^2 \\ \therefore & (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \leq \sqrt{2(x+y)} \\ & (\text{단, 등호는 } \sqrt{x} = \sqrt{y}, \text{ 즉 } x = y \text{ 일 때 성립}) \end{aligned}$$

8.  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ ,  $f(x) = |2x - 3|$ 으로 주어질 때, 다음 중  $f(X)$ 의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단,  $f(X)$ 는 함수  $f$ 의 치역)

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$f(x) = |2x - 3|$ 에서  
 $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(4) = 5$ ,  $f(5) = 7$  이므로  
 $f(X) = \{1, 3, 5, 7\}$   
 $\therefore 2 \notin f(X)$



10.  $x + y = 3$  일 때,  $xy$  의 최댓값을 구하여라. (단,  $xy > 0$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서  $x = y = \frac{3}{2}$  일 때,  $xy$  의 최댓값  $\frac{9}{4}$

11. 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x)f(y)$  이고  $f$ 가 일대일대응일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌  $x$ 에 대하여  $y = 0$ 을  
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.  
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$  또는  $f(x) = 1$   
만일  $f(x) = 1$ 이면  
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$  이다.  
위는  $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로  
 $f(x) = 1$ 은 부적당  
 $\therefore f(0) = 0$

12. 함수  $f(x) = 2x + 6$ ,  $g(x) = ax - 1$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$ 일 때,  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{5}{6}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \text{㉠}$$

$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

13. 함수  $f(x) = ax + b (a > 0)$  의 역함수  $f^{-1}(x)$  가 이 함수  $f(x)$  와 같을 때, 상수  $a, b$  의 값을 구하면?

①  $a = 1, b = 0$       ②  $a = 1, b = 1$       ③  $a = 2, b = 0$

④  $a = 2, b = 1$       ⑤  $a = 3, b = 0$

해설

$$f^{-1}(x) = f(x) \text{ 에서 } f(f(x)) = x$$

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= af(x) + b \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$$a^2x + ab + b = x$$

$$\therefore a^2 = 1, ab + b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

14.  $2x = 3y$ 일 때,  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은? (단,  $xy \neq 0$ )

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

$$2x = 3y \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k \rightarrow x = 3k, y = 2k$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} = \frac{(3k)^2 - (2k)^2}{(3k)^2 + 3k \times 2k} = \frac{5k^2}{15k^2} = \frac{1}{3}$$

15. 분수함수  $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이  $x = a, y = b$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은  $x = -\frac{b}{a}, y = \frac{c}{a}$ 이므로  
주어진 분수함수의 점근선은  $x = 2, y = -3$ 이다.  
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

16. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수  $y = \frac{x+1}{x-1}$  의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\begin{aligned} \text{I. } y &= \frac{2x-5}{x-2} \\ \text{II. } y &= \frac{2}{x-1} \\ \text{III. } y &= \frac{3x+4}{x+1} \\ \text{IV. } y &= \frac{2x}{x-1} \end{aligned}$$

- ① I, II                      ② I, IV                      ③ II, IV  
 ④ II, III                      ⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때,  $k=2$  이면  
 평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

17.  $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수  $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축으로  $\alpha$ ,  $y$ 축으로  $\beta$ 만큼 평행이동한 것이다.  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,  
이것은  $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축 방향으로 3만큼,  
 $y$ 축 방향으로 5만큼  
평행이동한 그래프의 함수이다.  
즉,  $\alpha = 3, \beta = 5$   
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

18. 두 집합  $A, B$ 가 각각 공집합이 아닐 때, <보기>에서 서로소인 것은 모두 몇 개인가?

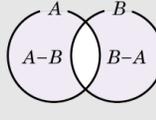
보기

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| ㉠ $A$ 와 $A \cup B$ | ㉡ $A - B$ 와 $B$     |
| ㉢ $B - A$ 와 $A$    | ㉣ $A - B$ 와 $B - A$ |

- ① 없다.    ② 1 개    ③ 2 개    ④ 3 개    ⑤ 4 개

해설

㉡, ㉢, ㉣ 3개이다.



19. 다음 두 조건  $p : |x-2| \leq h$ ,  $q : |x+2| \leq 12$  에 대하여  $p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이 되도록 하는  $h$  의 최댓값은?

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} p : 2-h \leq x \leq 2+h, q : -14 \leq x \leq 10 \\ -14 \leq 2-h \rightarrow h \leq 16 \\ 2+h \leq 10 \rightarrow h \leq 8 \end{aligned}$$

20. 두 함수  $f(x) = 3x - 1$ ,  $g(x) = 4 - 3x$ 에 대하여  $h \circ f = g$ 를 만족하는 일차함수  $h(x)$ 는?

①  $h(x) = \frac{1}{3}(x+1)$

②  $h(x) = 3x - 1$

③  $h(x) = x - 3$

④  $h(x) = 3 - x$

⑤  $h(x) = x + 3$

해설

$(h \circ f)(x) = 4 - 3x$ 에서

$f(x) = t$ 라 하면  $t = 3x - 1$ ,  $3x = t + 1$

$x = \frac{1}{3}(t + 1)$ 을 대입하면

$$h(t) = 4 - 3 \times \frac{1}{3}(t + 1) = 3 - t$$

$$\therefore h(x) = 3 - x$$

21. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수  $f, g$  가 각각  $f(x) = 3x - 4$ ,  $g(x) = 2x - 1$  일 때,  $(f \circ g^{-1})(k) = 2$  를 만족하는 실수  $k$  의 값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$$(f \circ g^{-1})(k) = 2 \text{ 에서 } f(g^{-1}(k)) = 2$$

$$g^{-1}(k) = t \text{ 로 놓으면 } f(t) = 2$$

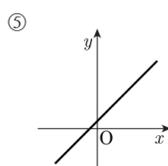
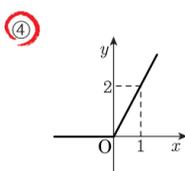
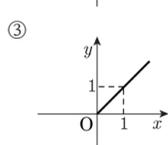
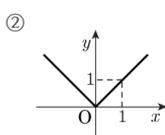
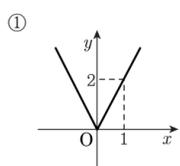
$$3t - 4 = 2$$

$$\therefore t = 2$$

$$\text{따라서 } g^{-1}(k) = 2 \text{ 이므로 } g(2) = k$$

$$\therefore k = g(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$$

22. 다음 중 함수  $y = x + |x|$ 의 그래프는?



**해설**

$y = x + |x|$  에서  
 $x \leq 0$  일 때  $y = x - x = 0$  이고  
 $x > 0$  일 때  $y = x + x = 2x$  이다.  
 따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

23.  $a + \frac{1}{b} = c$ ,  $b + \frac{1}{c} = d$ ,  $c + \frac{1}{d} = a$  일 때,  $ab$ 의 값을 구하면?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{3}{2}$

해설

$c = a + \frac{1}{b}$ 을  $b + \frac{1}{c} = d$ 에 대입하면

$$d = b + \frac{1}{a + \frac{1}{b}} = b + \frac{b}{ab + 1} = \frac{ab^2 + 2b}{ab + 1}$$

$c$ 와  $d$ 를  $a = c + \frac{1}{d}$ 에 대입하면

$$a = a + \frac{1}{b} + \frac{ab + 1}{ab^2 + 2b} \text{ 에서 } \frac{ab + 2 + ab + 1}{ab^2 + 2b} = 0$$

$$\text{즉, } \frac{2ab + 3}{ab^2 + 2b} = 0$$

따라서,  $2ab + 3 = 0$  이고,  $ab = -\frac{3}{2}$  이다.

24.  $a > 1$  이고,  $x = \frac{2a}{a^2 + 1}$  일 때,  $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$  를  $a$  로 나타내면?

- ①  $\frac{5a}{\sqrt{a^2+1}}$       ②  $\frac{4a}{\sqrt{a^2+1}}$       ③  $\frac{2a}{\sqrt{a^2+1}}$   
④  $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$       ⑤  $\frac{7a}{\sqrt{a^2+1}}$

해설

$$x = \frac{2a}{a^2 + 1} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{1 + \frac{2a}{a^2 + 1}} + \sqrt{1 - \frac{2a}{a^2 + 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(a+1)^2}{a^2 + 1}} + \sqrt{\frac{(a-1)^2}{a^2 + 1}}$$

$$= \frac{a+1+a-1}{\sqrt{a^2+1}} (\because a > 1)$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{a^2+1}}$$

25. 함수  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 한다.  $y = g(x)$ 와  $y = x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, B라 할 때 선분 AB의 길이는?

- ①  $\sqrt{6}$     ②  $2\sqrt{6}$     ③  $4\sqrt{2}$     ④  $3\sqrt{3}$     ⑤  $6\sqrt{3}$

해설

$y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 는  $y = x$ 에 대해 대칭이므로  $\begin{cases} y = g(x) \\ y = x \end{cases}$

의 교점은  $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점과 같다.

$$\frac{x+2}{x-1} = x, \quad x+2 = x^2 - x$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0, \quad x = 1 \pm \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$A(1 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}), B(1 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$