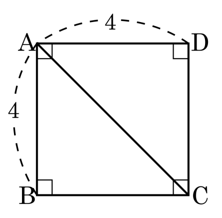
1. 다음 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=6$

해설

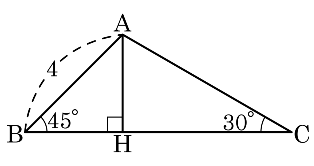
피타고라스 정리를 적용하여

$x^2 = 4^2 + 4^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 4\sqrt{2}$

따라서 $a=4$, $b=2$ 이므로 $a+b=6$ 이다.

2. 다음 그림의 $\overline{AB} = 4$, $\angle B = 45°$, $\angle C = 30°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{2}$　② $4\sqrt{6}$　③ $2\sqrt{2} + \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

④ $2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$　⑤ $8\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{BH} : 4$, $\overline{BH} = 2\sqrt{2} = \overline{AH}$

$1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{2} : \overline{CH}$, $\overline{CH} = 2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

3. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-4,\ 7)$, $\mathrm{B}(-5,\ 1)$ 사이의 거리를 구하여라.

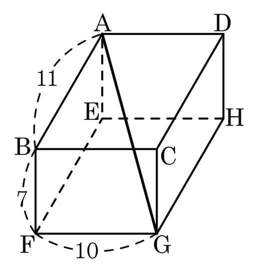
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{37}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}} &= \sqrt{\{-4-(-5)\}^2+(7-1)^2} \\ &= \sqrt{1+36} = \sqrt{37}\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG 의 길이를 구하여라.

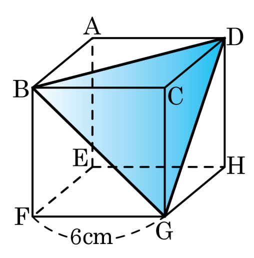


① $3\sqrt{3}$　② $6\sqrt{15}$　③ $3\sqrt{30}$　④ $15\sqrt{2}$　⑤ $6\sqrt{5}$

해설

$$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{7^2 + 10^2 + 11^2} = \sqrt{49 + 100 + 121} = 3\sqrt{30}$$

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체를 세 꼭짓점 B, G, D를 지나는 평면으로 자를 때, $\triangle$BGD 의 넓이를 구하면 ?



① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$　② $18\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

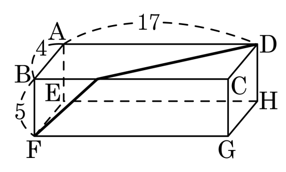
$\overline{\text{BD}} = \overline{\text{BG}} = \overline{\text{DG}}$ 이므로

$\triangle$BGD는 정삼각형이다.

$\overline{\text{BD}} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로

$$\triangle\text{BGD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(6\sqrt{2}\right)^2 = 18\sqrt{3}\left(\text{cm}^2\right)$$

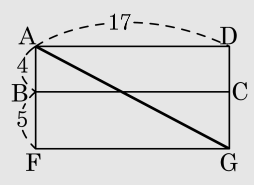
6. 다음 직육면체의 꼭짓점 D 에서 모서리 $\overline{BC}$ 를 거쳐 점 F 에 이르는 최단거리를 구하여라.



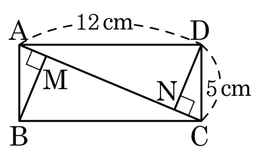
① $\sqrt{130}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{370}\,\text{cm}$ ③ $37\sqrt{10}\,\text{cm}$
④ $\dfrac{37\sqrt{10}}{2}\,\text{cm}$ ⑤ $130\sqrt{2}\,\text{cm}$

해설

$\overline{FD} = \sqrt{17^2 + (4+5)^2} = \sqrt{370}(\text{cm})$



7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 있다. 점 B와 점 D에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{119}{13}$ cm

해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2+5^2} = 13(cm)$, $\overline{BM} = \overline{DN}$

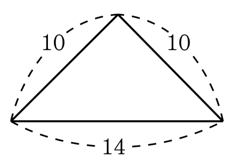
$12 \times 5 \times \frac{1}{2} = 13 \times \overline{BM} \times \frac{1}{2}$

$\overline{BM} = \frac{60}{13}cm$, $\overline{AM} = \overline{CN}$

$$\overline{AM} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{60}{13}\right)^2}$$
$$= \sqrt{25 - \frac{3600}{169}}$$
$$= \sqrt{\frac{4225-3600}{169}} = \sqrt{\frac{625}{169}}$$
$$= \frac{25}{13}(cm)$$

$$\therefore\ \overline{MN} = 13 - \left(\frac{25}{13}\right) \times 2 = 13 - \frac{50}{13}$$
$$= \frac{169-50}{13} = \frac{119}{13}(cm)$$

8. 다음 이등변삼각형의 넓이를 구하면?



① 4 ② 8 ③ $2\sqrt{30}$

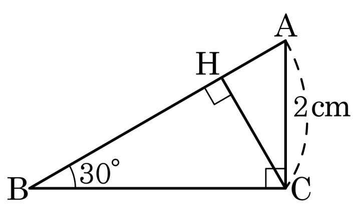
④ $7\sqrt{51}$ ⑤ 12

해설

높이 $= \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{51}$,

넓이 $= 14 \times \sqrt{51} \times \frac{1}{2} = 7\sqrt{51}$

9. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$이고 $\angle B = 30°$일 때 $\overline{CH}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{3}$ cm

해설

삼각형 ABC에서 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3} : 1$

$\overline{AB} = 4(\mathrm{cm})$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH}$이므로

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{CH}$

$\overline{CH} = \sqrt{3}(\mathrm{cm})$

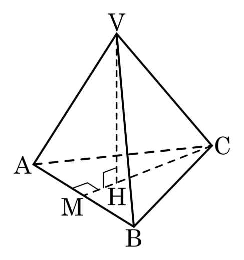
10. 좌표평면 위에서 점 A(2, 3) 과 원점에 대하여 대칭인 점을 점 B 라고 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하면?

① $\sqrt{13}$　② $2\sqrt{13}$　③ $3\sqrt{13}$　④ $4\sqrt{13}$　⑤ $5\sqrt{13}$

해설

$\mathrm{A}(2, 3), \mathrm{B}(-2, -3)$
$\therefore\ \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$

11. 다음 그림과 같이 부피가 $2\sqrt{6}$ 인 정사면체 V – ABC 에서 높이 $\overline{\mathrm{VH}}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

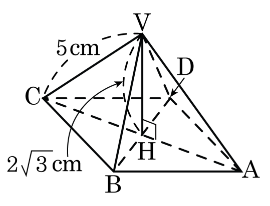
모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

높이 : $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 2\sqrt{6},\ a^3 = 24\sqrt{3} \quad \therefore a = 2\sqrt{3}$

따라서 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2}$ 이다.

12. 다음 정사각뿔은 옆 모서리의 길이가 5 cm , 높이가 $2\sqrt{3}$ cm 이다. 밑면의 한 변의 길이 x 와 부피를 차례로 구하면?



① $\sqrt{23}$ cm, $\dfrac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^3 ② $\sqrt{23}$ cm, $\dfrac{53\sqrt{3}}{3}$ cm^3

③ $\sqrt{26}$ cm, $\dfrac{53\sqrt{3}}{3}$ cm^3 ④ $\sqrt{26}$ cm, $\dfrac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^3

⑤ $\sqrt{29}$ cm, $\dfrac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^3

해설

$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{25-12} = \sqrt{13}$

$\overline{AC} = 2\sqrt{13}$

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$이므로

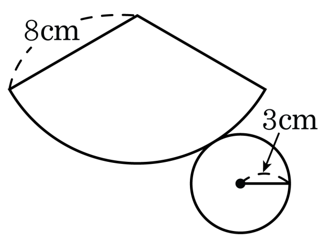
밑면의 한 변의 길이를 x 라 하면

$x^2 + x^2 = 52,\ 2x^2 = 52$

$x^2 = 26,\ \therefore\ x = \sqrt{26}(\mathrm{cm})$

부피 : $\sqrt{26} \times \sqrt{26} \times 2\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{52\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

13. 다음 전개도로 만든 원뿔의 높이와 부피를 구한 것으로 알맞은 것은?



① $2\sqrt{55}\,\mathrm{cm},\ 2\sqrt{55}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　② $\sqrt{3}\,\mathrm{cm},\ 3\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $\sqrt{50}\,\mathrm{cm},\ \sqrt{55}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　④ $\sqrt{35}\,\mathrm{cm},\ 3\sqrt{35}\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $\sqrt{55}\,\mathrm{cm},\ 3\sqrt{55}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

높이 : $\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{64-9}=\sqrt{55}\,(\mathrm{cm})$

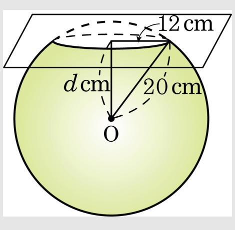
부피 : $9\pi\times\sqrt{55}\times\frac{1}{3}=3\sqrt{55}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

14. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

평면과 구의 중심과의 거리를 $d\,\text{cm}$라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore d = 16(\text{cm})$



15. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 $4:3$ 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6:\sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d는 최소의 자연수)

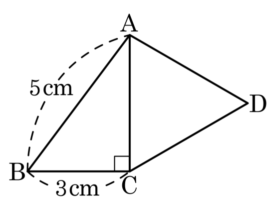
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 $4:3$ 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.
새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}x$ 라고 하면
피타고라스 정리에 따라
$(6x)^2+(\sqrt{14}x)^2=20^2$
$50x^2=400$
$x>0$ 이므로 $x=2\sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$(인치)
세로의 길이는 $\sqrt{14}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{7}$(인치)
이므로 $a+b+c+d=25$ 이다.

16. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?



① $4\,\mathrm{cm}^2$　　② $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　　④ $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

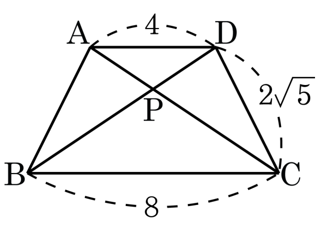
⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\triangle$ACD 의 넓이 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.

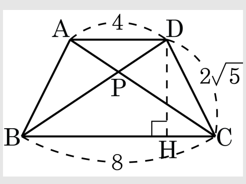


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{32}{3}$

해설

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라하면



$\overline{DH} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{20-4} = \sqrt{16} = 4$

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 4 = 24$

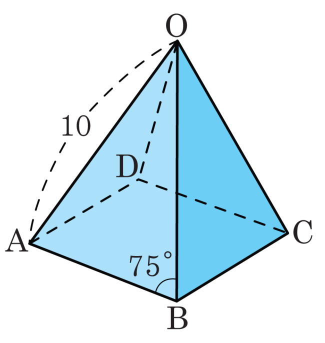
$\triangle CPB$ 와 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle CBP : \triangle APD = 4 : 1$

$\triangle APD$ 의 넓이를 a 라 하면

$\triangle ABP = 2a, \triangle DPC = 2a, \triangle PBC = 4a$

$\therefore \triangle PBC = \square ABCD \times \frac{4}{9} = 24 \times \frac{4}{9} = \frac{32}{3}$

18. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB 의 무게중심에서 삼각형 OCD 의 무게중심까지 겉면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

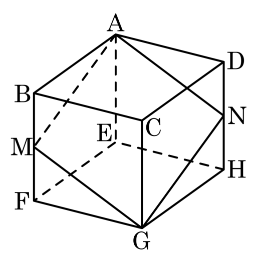
▷ 정답 : $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75°$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이고, 삼각형 OAB 의 무게중심을 P, 삼각형 OCD 의 무게중심을 Q 라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60°$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O 에서 P 까지의 거리이다.

$\therefore \ \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$

19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?



① $32\,\mathrm{cm}^2$ ② $64\,\mathrm{cm}^2$

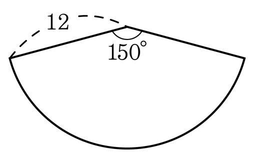
③ $32\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $64\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $64\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{MG}} = \overline{\mathrm{GN}} = \overline{\mathrm{AN}} = \sqrt{8^2+4^2} = 4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로
□AMGN은 마름모이다.
$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{8^2+8^2+8^2} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{MN}} // \overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$
$\therefore$ □AMGN$= 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{6}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고 중심각의 크기가 $150°$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{119}$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면
(부채꼴의 호의 길이) = (밑면의 둘레의 길이)
이므로
$2\pi \times 12 \times \frac{150°}{360°} = 2\pi \times r \qquad \therefore\ r = 5$
(원뿔의 높이) = $\sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$