1. 넓이가 160 인 정사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

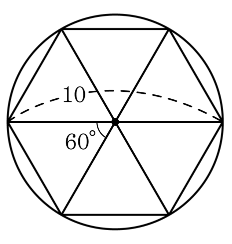
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

넓이가 160 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(4\sqrt{10})^2 + (4\sqrt{10})^2 = x^2$
$x^2 = 320$
그런데, $x > 0$ 이므로
$x = \sqrt{320} = \sqrt{8^2 \times 5} = 8\sqrt{5}$ 이다.

2. 지름이 10인 원 안에, 다음과 같이 정육각형이 내접해 있다. 이때, 정육각형의 넓이는?



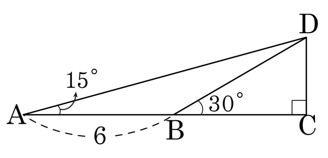
① $\frac{71\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{73\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{75\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{77\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{79\sqrt{3}}{2}$

해설

(정육각형의 넓이) $=$ (정삼각형의 넓이) $\times 6$ 이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 6 = \frac{75\sqrt{3}}{2}$

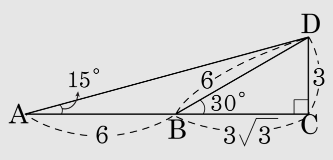
3. 다음 그림에서 $\tan 15°$ 의 값이 $a - b\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

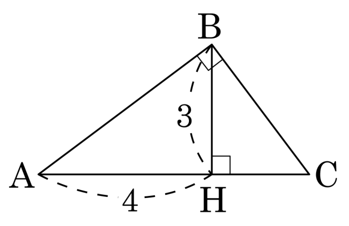


$\tan 15° = \dfrac{3}{6+3\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

$a - b\sqrt{3} = 2 - \sqrt{3},\ a = 2, b = 1$

$\therefore a - b = 2 - 1 = 1$

4. 다음 그림에서 $\cos A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BH} = 3$, $\overline{AH} = 4$ 일 때 , $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



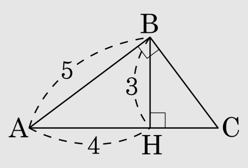
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$

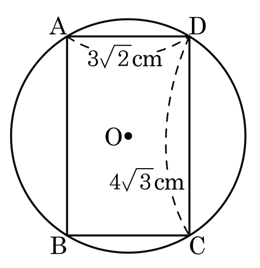
해설

$\cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{5}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$

$\therefore \overline{AC} = \frac{25}{4}$



5. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 가로의 길이가 $3\sqrt{2}$cm , 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① $6\sqrt{6}\pi\,\text{cm}^2$　② $12\sqrt{6}\pi\,\text{cm}^2$　③ $33\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^2$

④ $\frac{33}{2}\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $66\pi\,\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$

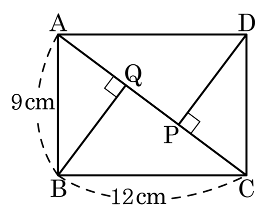
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = \sqrt{66}\,\text{cm}$

이 원의 지름이 $\sqrt{66}\,\text{cm}$ 이므로

반지름은 $\frac{\sqrt{66}}{2}\,\text{cm}$ 이고 이 원의 넓이는

$\frac{\sqrt{66}}{2} \times \frac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \frac{33}{2}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B , D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이를 구하여라.

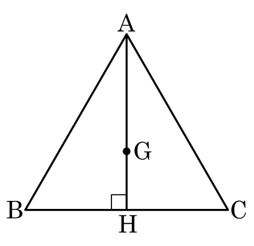


① 5.0 cm　② 5.2 cm　③ 5.4 cm
④ 5.6 cm　⑤ 5.8 cm

해설

피타고라스 정리에 의해
$\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$
$\triangle ABC$ 에서
$\triangle AQB$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AQ}$
$\overline{AQ} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}(\text{cm})$ 이다.

7. 정삼각형 ABC 에서 점 G 는 무게중심이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때 $\overline{AG}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

④ 4 ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

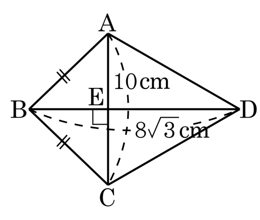
정삼각형의 한 변을 x 라고 하면,

넓이 $= \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2}x$ 이다.

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3}$ 에서 $x = 4$, 높이 $= 2\sqrt{3}$ 이다.

그러므로 $\overline{AG} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 CDA 를 그렸더니 $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{13}\,\text{cm}$　② $\sqrt{14}\,\text{cm}$

③ $2\sqrt{13}\,\text{cm}$　④ $2\sqrt{14}\,\text{cm}$

⑤ $2\sqrt{15}\,\text{cm}$

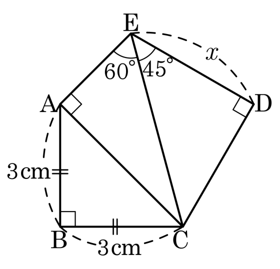
해설

$\overline{DE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$

$\overline{BE} = \overline{DB} - \overline{DE} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13}\,\text{cm}$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle EAC$, $\triangle EDC$ 는 모두 직각삼각형이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = 3\,cm$, $\angle AEC = 60°$, $\angle CED = 45°$ 일 때, $\triangle EDC$ 의 넓이는?



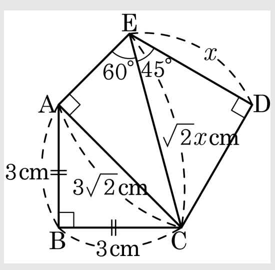
① $3\,cm^2$　　② $4\,cm^2$

③ $6\,cm^2$　　④ $8\,cm^2$

⑤ $10\,cm^2$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 3\sqrt{2}\,cm$
$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{2}x$　　$\triangle AEC$ 에서 $\sqrt{2}x : 3\sqrt{2} = 2 : \sqrt{3}$
$\sqrt{6}x = 6\sqrt{2}$　　$\therefore\ x = 2\sqrt{3}\ (cm)$
따라서 $\triangle EDC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\ (cm^2)$ 이다.



10. 두 점 $\mathrm{A}(2, 2a+1), \mathrm{B}(a-5, 2)$ 사이의 거리가 $\sqrt{85}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

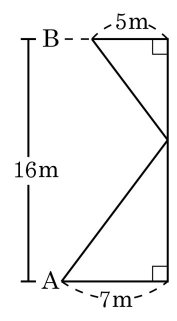
▷ 정답 : $-\frac{7}{5}$

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(a-5-2)^2 + (2-2a-1)^2} =$
$\sqrt{(a-7)^2 + (-2a+1)^2} = \sqrt{85}$
$(a-7)^2 + (2a-1)^2 = 85$
$a^2 - 14a + 49 + 4a^2 - 4a + 1 = 85$
$5a^2 - 18a - 35 = 0$, $(5a+7)(a-5) = 0$
$a = -\frac{7}{5}, 5$

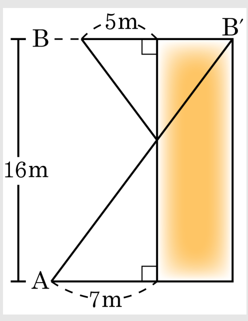
11. 태민이네 학교에서 달리기 대회를 개최하는데 다음 그림과 같이 A 지점을 출발하여 학교 내에 일직선상으로 설치되어있는 벽을 한번 이상 거쳐서 B 지점에 도착하여야 한다. 태민이가 달려야 할 최소 거리는?



① 16 m ② 17 m ③ 18 m
④ 19 m ⑤ 20 m

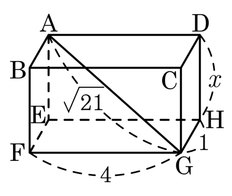
해설

B를 벽에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면



$\overline{AB'}$ 의 길이가 구하는 최소의 거리이다.
∴ 구하는 최소 거리는 $\sqrt{(5+7)^2+16^2}=20(\mathrm{m})$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 직육면체에서 밑면의 가로의 길이가 4, 세로의 길이가 1, 대각선의 길이가 $\sqrt{21}$ 일 때, 직육면체의 높이를 구하여라.



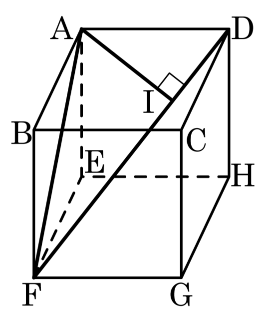
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

대각선의 길이는 $\sqrt{4^2+1^2+x^2}=\sqrt{21}$ 이다.
따라서 $x^2=4$
$x>0$ 이므로 $x=2$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5cm 인 정육면체의 꼭짓점 A 에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{AI}$ 의 길이는?



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ 또는 $\frac{5}{3}\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle ABF$ 에서 $\overline{AF} = 5\sqrt{2}$ 이다.
$\overline{DF}$ 는 정육면체의 대각선이므로 $5\sqrt{3}$ 이다.
$\overline{AD} \times \overline{AF} = \overline{DF} \times \overline{AI}$
$5 \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{3} \times \overline{AI}$
$\overline{AI} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$ (cm)

14. 부피가 $144\sqrt{2}\,\text{cm}^3$ 인 정사면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

① $10\,\text{cm}$ ② $11\,\text{cm}$ ③ $12\,\text{cm}$ ④ $13\,\text{cm}$ ⑤ $14\,\text{cm}$

해설

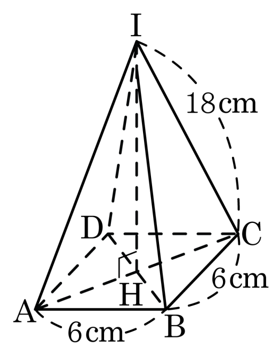
한 모서리의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라고 하면

$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 144\sqrt{2}$

$a^3 = 12 \times 144 = 2^6 3^3 = \left(2^2 \times 3\right)^3$

$\therefore\ a = 12(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 구하여라.



① 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $32\sqrt{34}$cm^3

② 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $34\sqrt{34}$cm^3

③ 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $36\sqrt{34}$cm^3

④ 높이 : $4\sqrt{34}$cm, 부피 : $36\sqrt{34}$cm^3

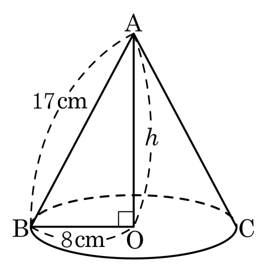
⑤ 높이 : $4\sqrt{34}$cm, 부피 : $38\sqrt{34}$cm^3

해설

$$(\text{높이}) = \sqrt{18^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{324 - 18} = 3\sqrt{34}(\text{cm})$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{34} = 36\sqrt{34}(\text{cm}^3)$$

16. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, 모선의 길이가 $17\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 있다. 원뿔의 높이 h 와 부피 V 를 차례로 구하면?



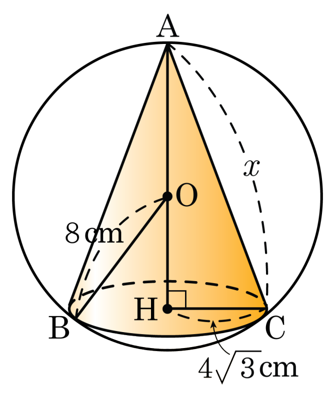
① $13\,\mathrm{cm}$, $\frac{832\pi}{3}\,\mathrm{cm}^3$
② $14\,\mathrm{cm}$, $\frac{896\pi}{3}\,\mathrm{cm}^3$
③ $14\,\mathrm{cm}$, $300\pi\,\mathrm{cm}^3$
④ $15\,\mathrm{cm}$, $300\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $15\,\mathrm{cm}$, $320\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

원뿔의 높이는 $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15(\mathrm{cm})$ 이다.

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 15 = 320\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 구 안에 꼭맞는 원뿔의 밑면의 반지름이 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원뿔의 모선의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle$OHC 에서

$\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4(\mathrm{cm})$

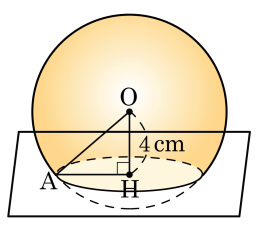
$\overline{\mathrm{AH}} = 8 + 4 = 12(\mathrm{cm})$

$\triangle$AHC 에서

$x = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{144 + 48} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OH}}$의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 가 되도록 하여 구를 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 넓이가 $48\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이었다. 이때 구의 반지름을 구하여라.



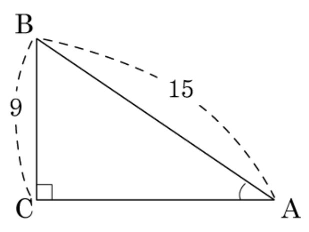
① $6\,\mathrm{cm}$ ② $8\,\mathrm{cm}$ ③ $10\,\mathrm{cm}$

④ $12\,\mathrm{cm}$ ⑤ $16\,\mathrm{cm}$

해설

원의 반지름의 길이를 r라 하면 단면인 원의 넓이가 $\pi r^2 = 48\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $r = 4\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$이다.
$\angle\mathrm{AHO} = 90°$ 이므로
$\triangle\mathrm{AOH}$ 에서 $\overline{\mathrm{OA}}^2 = \overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{OH}}^2$ 이고
$\overline{\mathrm{OA}}$를 R라 하면
$\mathrm{R}^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2$
$\mathrm{R}^2 = 48 + 16 = 64 \therefore \mathrm{R} = 8\,\mathrm{cm}$

19. 다음과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\tan A \times \sin A$ 의 값은?



① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{5}{20}$ ③ $\frac{9}{20}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

$\tan A \times \sin A = \frac{9}{12} \times \frac{9}{15} = \frac{9}{20}$

20. $\tan \mathrm{A} = \sqrt{3}$일 때, $(1+\sin \mathrm{A})(1-\cos \mathrm{A})$의 값은? (단, $0° < \mathrm{A} < 90°$)

① $\dfrac{1+\sqrt{2}}{4}$　② $\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$　③ $\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$
④ $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$　⑤ $\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}$

해설

$\tan \mathrm{A} = \sqrt{3}$일 때, $\mathrm{A} = 60°$

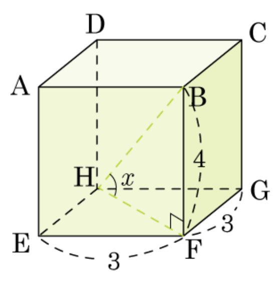
$(1+\sin \mathrm{A})(1-\cos \mathrm{A})$

$= (1+\sin 60°)(1-\cos 60°)$

$= \left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1-\dfrac{1}{2}\right)$

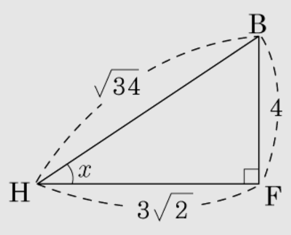
$= \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$

21. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 $\overline{\mathrm{HB}}$ 와 밑면의 대각선 $\overline{\mathrm{HF}}$ 가 이루는 $\angle\mathrm{BHF}$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값은?



① $\dfrac{6\sqrt{17}}{17}$　② $\dfrac{5\sqrt{34}}{17}$　③ $\dfrac{3\sqrt{34}+2\sqrt{17}}{17}$
④ $\dfrac{2\sqrt{34}+3\sqrt{17}}{17}$　⑤ $\dfrac{2\sqrt{34}-3\sqrt{17}}{17}$

해설



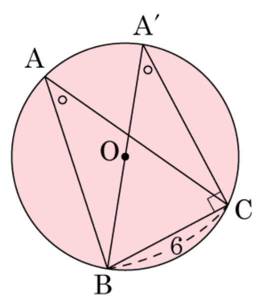
$\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$,
$\overline{\mathrm{BH}^2} = (3\sqrt{2})^2 + 4^2 = \sqrt{34^2}$ 이므로
$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{34}$

$\therefore \sin x = \dfrac{4}{\sqrt{34}} = \dfrac{2\sqrt{34}}{17}$

$\therefore \cos x = \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{34}} = \dfrac{3\sqrt{17}}{17}$

$\sin x + \cos x = \dfrac{2\sqrt{34}}{17} + \dfrac{3\sqrt{17}}{17} = \dfrac{2\sqrt{34}+3\sqrt{17}}{17}$

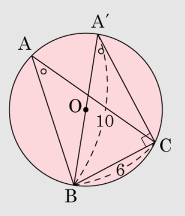
22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 6$ 일 때, $\sin A$ 의 값은?



① $\frac{3}{5}$　　② $\frac{\sqrt{7}}{4}$　　③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{3}{7}\sqrt{7}$　　⑤ $\frac{3}{2}$

해설



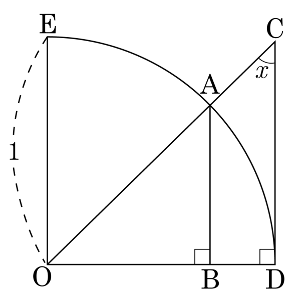
점 B 와 O 를 연결하는 선분이 원주와 만나는 점을 A′ 라 할 때

$\angle A = \angle A'$, $\angle A'CB = 90^\circ$ 이고

$\overline{A'B} = 10$

$\therefore \quad \sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}} = \frac{3}{5}$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\sin x$, $\cos x$ 를 나타내는 선분을 순서대로 나열한 것은?



① $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{OB}}$　② $\overline{\mathrm{OB}}, \overline{\mathrm{AB}}$

③ $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{OD}}$　④ $\overline{\mathrm{OB}}, \overline{\mathrm{CD}}$

⑤ $\overline{\mathrm{OD}}, \overline{\mathrm{CD}}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OCD}$

$\sin x = \sin(\angle\mathrm{OAB}) = \dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}} = \overline{\mathrm{OB}}$,

$\cos x = \cos(\angle\mathrm{OAB}) = \dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OA}}} = \overline{\mathrm{AB}}$

24. $\sin(2x-10°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, x 의 값은? (단, $0° \le x \le 45°$)

① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

$\sin(2x-10°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(0° \le x \le 45°)$ 에서

$\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $2x-10°=60°$

$2x=70°$

$\therefore x=35°$

25. 다음 삼각비의 표를 이용하여 $\sin 15° + \tan 16° - \cos 14°$ 의 값을 구하여라.

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
⋯	⋯	⋯	⋯
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
⋯	⋯	⋯	⋯

▶ 답 :

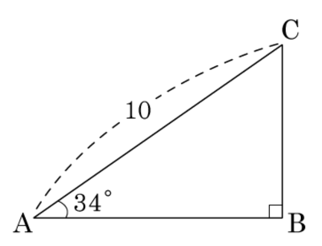
▷ 정답 : -0.4248

해설

$\sin 15° - \cos 14° + \tan 16°$

$= 0.2588 - 0.9703 + 0.2867 = -0.4248$

26. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 삼각비의 표를 보고, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



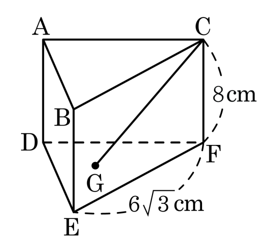
각도	sin	cos	tan
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826

① 5.592 ② 8.29 ③ 13.882
④ 23.882 ⑤ 29.107

해설

$\overline{AB} = 10 \times \sin 56° = 10 \times 0.829 = 8.29$
$\overline{BC} = 10 \times \cos 56° = 10 \times 0.5592 = 5.592$
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $10 + 8.29 + 5.592 = 23.882$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle\mathrm{DEF}$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{\mathrm{CG}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

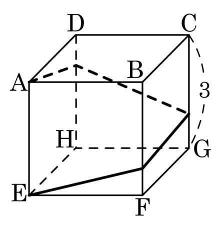
▷ 정답: 10 cm

해설

$$\overline{\mathrm{FG}} = \frac{2}{3} \times (\triangle\mathrm{DEF}\text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3}$$
$$= 6\ (\mathrm{cm})$$

$\triangle\mathrm{CGF}$ 는 $\angle\mathrm{CFG} = 90°$ 인 직각삼각형이므로
$\overline{\mathrm{CG}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\mathrm{cm})$

28. 다음 그림과 같은 정육면체의 한 꼭짓점 E 에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 선 중에서 가장 짧은 선의 길이를 구하여라.

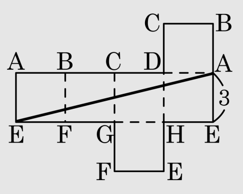


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{17}$

해설

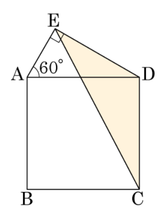
위의 그림에서 점 E 에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 가장 짧은 선은 $\overline{EA}$ 가 된다.



$\overline{EA}^2 = 3^2 + 12^2 = 153$

$\therefore \overline{EA} = 3\sqrt{17}$

29. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle\mathrm{EAD} = 60^\circ$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle\mathrm{EDA} = 30^\circ$

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DC}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

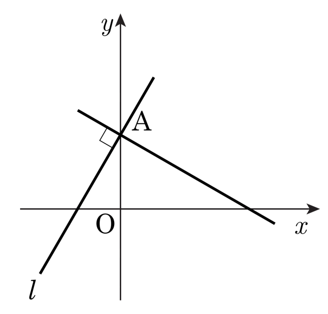
$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}x$

(색칠한 부분의 넓이)$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120^\circ) = 24$

$\frac{3}{8}x^2 = 24$

$\therefore x = 8(\mathrm{cm})$

30. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?



① $y = x + 2$

② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

④ $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

⑤ $y = \sqrt{3}x + 2$

해설

$\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y = \sqrt{3}x + 2$ 이므로 $\tan a° = \sqrt{3}, a° = 60°$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 $150°$ 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y = \tan 150°(x - 0) + 2,\ y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

31. x 에 관한 이차방정식 $2x^2-11x+a=0$ 의 한 근이 $\sin 90° + \cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 14　② 13　③ 12　④ 11　⑤ 10

해설
이차방정식 $2x^2-11x+a=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면, $2\times 2^2-11\times 2+a=0$
$8-22+a=0,\ a=14$

32. $\overline{AB} = 3,\ \overline{BC} = 5,\ \overline{CD} = 6,\ \overline{DA} = 4$ 인 사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 각각 $2\sqrt{10},\ 3\sqrt{5}$ 일 때, 두 대각선의 중점 사이의 거리를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

대각선 $\overline{AC},\ \overline{BD}$ 의 중점을 각각 F, E 라 하고, 보조선 BF 와 DF 를 그으면

$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해

$3^2 + 5^2 = 2(\overline{BF^2} + \overline{AF^2}) \cdots ①$

$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해

$4^2 + 6^2 = 2(\overline{DF^2} + \overline{AF^2}) \cdots ②$

① + ② 을 하면

$3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 2(\overline{BF^2} + \overline{DF^2}) + 4\overline{AF^2}$

$\triangle$BFD 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{BF^2} + \overline{DF^2} = 2(\overline{EF^2} + \overline{DE^2}) \cdots ③$

또, $\overline{AC} = 2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC^2} = 4\overline{AF^2} \cdots ④$

$\overline{BD} = 2\overline{DE}$ 이므로 $\overline{BD}^2 = 4\overline{DE^2} \cdots ⑤$

$3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$

$= 2(\overline{BF^2} + \overline{DF^2}) + 4\overline{AF^2}$

$= 4(\overline{DE^2} + \overline{EF^2}) + 4\overline{AF^2}$ ($\because$ ③)

$= 4\overline{AF^2} + 4\overline{DE^2} + 4\overline{EF^2}$

$= \overline{AC^2} + \overline{BD^2} + 4\overline{EF^2}$ ($\because$ ④, ⑤)

따라서, $86 = (2\sqrt{10})^2 + (3\sqrt{5})^2 + 4\overline{EF^2}$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{1}{2}$ 이다.

33. 원 O 에 내접하는 정팔각형의 넓이가 $32\sqrt{2}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

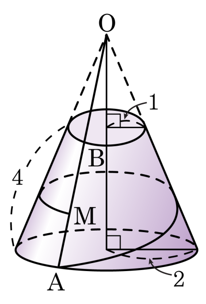
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 중심 O 에서 정팔각형의 이웃하는 두 꼭짓점에 선을 긋고 각각 A, B 라 했을 때,
$\angle AOB = 360° \div 8 = 45°$ 이다.
또 점 A 에서 $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle AOH$ 에서 (반지름의 길이) : $\overline{AH} = \sqrt{2} : 1$
$\therefore \ \overline{AH} = \dfrac{(\text{반지름의 길이})}{\sqrt{2}}$
반지름의 길이를 r 이라 하면,
$\triangle AOB = \dfrac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{AH} = \dfrac{1}{2} \times r \times \dfrac{r}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}r^2$
따라서 정팔각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}r^2 \times 8 = 2\sqrt{2}r^2 = 32\sqrt{2}$ 이므로
$r = 4$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 O 를 꼭짓점 $\overline{OA}$ 를 모선으로 하는 원뿔을 밑면에 평행인 평면으로 잘라서 만든 원뿔대의 윗면과 모선 OA 와의 교점을 B 라 하고 실을 점 A 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 M 까지 가장 짧게 한 바퀴 감았을 때, 윗면의 원둘레 위의 점과 실 위의 점 사이의 거리 중 가장 짧은 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 4$, 원뿔대의 윗면의 반지름은 1, 아랫면의 반지름은 2 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

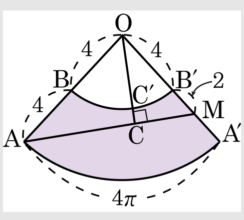
해설

5.0pt$\overset{\frown}{BB'}$: 5.0pt$\overset{\frown}{AA'}$ $= 1 : 2$ 이므로

$\overline{OB} = 4$

$2\pi \times 4 \times \frac{\angle BOB'}{360°} = 2\pi \times 1$ $\therefore$

$\angle BOB' = 90°$



점 O 에서 $\overline{AM}$ 에 내린 수선의 발을 C 라 하고

5.0pt$\overset{\frown}{BB'}$ 와 $\overline{OC}$ 의 교점을 C′ 라 하면 $\overline{CC'}$ 가 구하는 거리가 된다.

$\angle AOA' = 90°$ 이므로

$\overline{AM} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

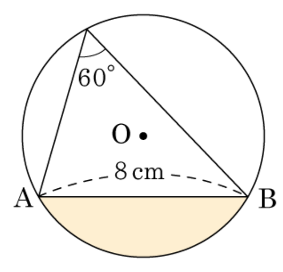
$\triangle OAM$ 의 넓이를 구해 보면

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{OC}$

$\therefore \overline{OC} = \frac{24}{5}$

$\overline{OC'} = 4$ 이므로 $\overline{CC'} = \frac{24}{5} - 4 = \frac{4}{5}$

35. 다음 그림과 같이 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 에 대한 원주각의 크기가 60° 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 8\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 에 대하여 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



① $16\pi - 2\sqrt{3}$ (cm^2)　② $16\pi - \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)
③ $\dfrac{16}{9}\pi - \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)　④ $\dfrac{64}{9}\pi - \dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ (cm^2)
⑤ $\dfrac{4}{9}\pi - \dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ (cm^2)

해설

원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\overline{\mathrm{AC'}}\sin 60^\circ = 8$, $\overline{\mathrm{AC'}} = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm)

$\therefore\ r = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AC'}} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm)

$\angle\mathrm{AOB} = 120^\circ$ 이므로 부채꼴 AOB 의 넓이는 $\dfrac{1}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{64}{9}\pi$

따라서 색칠된 부분의 넓이는

$\dfrac{64}{9}\pi - \dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2\times\sin 120^\circ$

$= \dfrac{64}{9}\pi - \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm^2) 이다.