

1. 사차방정식  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$  에서

$x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x^2+x-6)$$

$$= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1, 2$$

따라서 최대의 근은 2

2. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

### 해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

3.  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  에서  $xy$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $x = y + 1$ 을 ㉡에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

4.  $x+y=1$ ,  $xy=1$  인 두 복소수  $x$ ,  $y$ 에 대하여,  $x^{2008}+y^{2008}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ -1

④ -2

⑤ 0

해설

$x, y$ 는  $t^2 - t + 1 = 0$ 의 두 허근이므로

$$(t+1)(t^2 - t + 1) = 0$$

$$\therefore t^3 + 1 = 0$$

$$\therefore t^3 = -1$$

$x, y$ 는  $t^3 + 1 = 0$ 의 두 허근이므로

$$x^3 = -1, y^3 = -1$$

$$\therefore x^{2008} + y^{2008} = (x^3)^{669} \cdot x + (y^3)^{669} \cdot y$$

$$= -(x+y) = -1$$

5. 다음 방정식을 만족하는 실수  $x, y$ 의 합을 구하여라.

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

▷ 정답 :  $3$

#### 해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서  $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$   
이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$$

이 때,  $x, y$ 가 실수이므로  $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{7},$$

$$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{8}$$

⑧에서  $y = 2x$ 이고, 이것을 ⑦에 대입하면  $x^2 = 1$

따라서,  $x = 1$  일 때  $y = 2$ ,  $x = -1$  일 때  $y = -2$

그러므로  $x, y$ 의 값은  $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서  $x, y$ 의 합은  $-3, 3$

6. 방정식  $2xy - 4x - y = 4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 를 구하면  $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$ ,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

### 해설

주어진 식을 변형하면  $(2x - 1)(y - 2) = 6$

조건에서  $x, y$ 가 양의 정수이므로

$2x - 1, y - 2$ 도 각각 정수이고 특히  $2x - 1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ y - 2 = 6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ y - 2 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

7. 사차방정식  $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 근을  $\alpha$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

먼저 주어진 방정식을  $x^2$ 으로 나누면

$$\text{방정식은 } x^2 - 6x + 11 - \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0 \text{이 된다.}$$

이 식에  $\alpha$ 를 넣어도 성립하므로

$\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 를  $t$ 로 치환하면

$\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 는 3이 된다.

$$\text{따라서 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$$

8. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$  의 합  $x+y$  의 값은?

(단,  $xy \neq 0$ )

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0 \text{ 에서}$$

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u$ ,  $xy=v$  라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$\therefore v=0$  또는  $v=2$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$  이므로  $v=2$  이다.

따라서, ㉠에서  $u=v=2$  이므로

$$x+y=2$$