

1. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 3$ 인 일차함수 $y = ax + b$ 의 함숫값의 범위가 $4 \leq y \leq 10$ 일 때, a, b 의 값을 각각 차례대로 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$a > 0$ 이므로 $f(1) = 4, f(3) = 10$ 이다.

$$a + b = 4$$

$$3a + b = 10$$

$$\therefore a = 3, b = 1$$

2. 일차함수 $y = -2x + 4$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행 이동한 그래프의 y 절편을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ 8 ⑤ -2

해설

일차함수 $y = -2x + 4$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행 이동한 함수는 $y = -2x + 2$ 이므로 이 함수의 y 절편은 $y = -2 \times 0 + 2 = 2$ 이다.

3. 좌표평면 위에 있는 세 점 A(3, 2), B(-2, -3), C(2, a) 가 같은 직선 위에 있을 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A, B, C가 같은 직선 위에 있으려면

$\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 같아야 한다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{(-3)-2}{(-2)-3} = \frac{-5}{-5} = 1$ 이고,

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{a-(-3)}{2-(-2)} = \frac{a+3}{4} = 1$ 이다.

$\therefore a = 1$

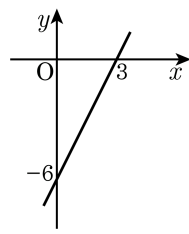
4. $a < 0$, $b < 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면 ③ 제 3사분면
④ 제 4사분면 ⑤ 없다.

해설

$a < 0$, $b < 0$ 이므로 그래프는
왼쪽 위를 향하고 음의 y 절편 값을 갖는다.
그러므로 제 1사분면을 지나지 않는다.

5. 일차방정식 $mx + ny - 6 = 0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\frac{m}{n}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

일차방정식 $mx + ny - 6 = 0$ 에 두 점 $(3, 0)$, $(0, -6)$ 을 대입하면
 $3m - 6 = 0$, $m = 2$ 이고 $-6n - 6 = 0$, $-6n = 6$, $n = -1$
따라서 $\frac{m}{n} = -2$ 이다.

6. 일차방정식 $x + by + c = 0$ 의 그래프의 x 절편이 -4 이고, y 절편이 2 일 때, $b + c$ 의 값은?

① -2

② 0

③ 2

④ 4

⑤ 8

해설

$x + by + c = 0$ 에 $(-4, 0)$, $(0, 2)$ 를 대입하면,

$-4 + c = 0$, $c = 4$,

$2b + 4 = 0$, $b = -2$

$b + c = -2 + 4 = 2$

7. 두 직선 $\begin{cases} 3x + 3y = -5 \\ 6x + 4y = -2 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, x 축에 평행한 직선을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -4$

해설

$$\begin{cases} 6x + 6y = -10 \\ 6x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$\therefore y = -4, x = \frac{7}{3}$$

따라서 x 축에 평행인 직선의 방정식은 $y = -4$ 이다.

8. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프가 두 점 A(2, 4) 와 B(4, 2) 를 이은 선분 AB 의 사이를 지나도록, a 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$ ② $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{3}{2}$
④ $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4} < a \leq \frac{3}{2}$

해설

A(2, 4)를 $y = ax + 1$ 에 대입하면, $4 = 2a + 1 \therefore a = \frac{3}{2}$

B(4, 2)를 $y = ax + 1$ 에 대입하면, $2 = 4a + 1 \therefore a = \frac{1}{4}$

따라서, 선분 AB 의 사이를 지나는 a 값의 범위는 $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$ 이다.

9. 다음 중 일차함수인 것의 개수를 구하여라.

- ㉠ $ay = bx + c$ 에서 $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$ 인 경우
 ㉡ $ay = bx + c$ 에서 $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$ 인 경우
 ㉢ $ay = bx + c$ 에서 $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$ 인 경우
 ㉣ $ay = bx + c$ 에서 $a = 0, b = 0, c = 0$ 인 경우
 ㉤ $ay = bx + c$ 에서 $a \neq 0, bc = 0$ 인 경우

▶ 답: 개

▶ 정답 : 1개

해설

 $ay = bx + c$ 에서

㉗ $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$ 인 경우는 x 의 계수가 0이 되지 않으므로 일차함수이다.

㉔ $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$ 인 경우는 y 항이 0 이 되어 없어지므로 일차함수가 아니다.

㉔ $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$ 인 경우는 x 의 계수가 0 이 되므로 일차함수가 아니다.

㉔ $a = 0, b = 0, c = 0$ 인 경우는 $0 = 0$ 이 되므로 일차함수가 아니다. (항등식이다.)

ⓐ $a \neq 0, bc = 0$ 인 경우는

$a \neq 0, (b = 0, c \neq 0), (b \neq 0, c = 0), (b = 0, c = 0)$ 이므로 이
조거마으르는 안 수 없다

일차함수라 말할 수 없다.

10. 두 일차함수 $y = -x + b$, $y = ax - 2$ 가 모두 점 $(1, 3)$ 을 지날 때, 그래프 $y = ax + b$ 위의 점은 ?

- ① $(1, 2)$ ② $(2, 3)$ ③ $(-1, -1)$
④ $(-2, -3)$ ⑤ $(-3, -7)$

해설

두 함수의 그래프가 모두 점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$3 = -1 + b$, $3 = a - 2$ 가 성립한다.

$\therefore b = 4$, $a = 5$

따라서 주어진 일차함수는 $y = 5x + 4$ 이고

③ $-1 = 5 \times (-1) + 4$ 이므로 $(-1, -1)$ 은 $y = 5x + 4$ 위의 점이다.

11. 다음 일차함수의 x 의 값이 []안의 수만큼 증가할 때, y 값의 증가량이 같은 것을 구하여라.

㉠ $y = 2x + 3$ [1]	㉡ $y = -x + 5$ [2]
㉢ $y = 3x - 4$ [3]	㉣ $y = -2x + 2$ [-1]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서 기울기는 a 이고 기울기는 $\frac{y\text{값의 증가량}}{x\text{값의 증가량}}$ 이므로

㉠ $\frac{y\text{값의 증가량}}{1} = 2$ 따라서 y 값의 증가량은 2이다.

㉡ $\frac{y\text{값의 증가량}}{2} = -1$ 따라서 y 값의 증가량은 -2이다.

㉢ $\frac{y\text{값의 증가량}}{3} = 3$ 따라서 y 값의 증가량은 9이다.

㉣ $\frac{y\text{값의 증가량}}{-1} = -2$ 따라서 y 값의 증가량은 2이다.

따라서 ㉠과 ㉣이 같다.

12. 기울기가 -2 이고, y 절편이 -1 인 일차함수의 그래프가 점 $(a, 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a = -2$, y 절편 $b = -1$

$y = -2x - 1$ 에 $(a, 9)$ 를 대입하면

$$9 = -2a - 1$$

$$2a = -10, a = -5$$

13. 다음 중 일차함수 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 의 그래프와 평행하고 점 $(-5, 3)$ 을
지나는 직선 위의 점이 아닌 것은?

① $\left(3, \frac{1}{3}\right)$

② $\left(-1, \frac{5}{3}\right)$

③ $\left(2, \frac{2}{3}\right)$

④ $(0, 1)$

⑤ $(4, 0)$

해설

$y = -\frac{1}{3}x + 1$ 의 그래프와 평행하므로 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이고,

점 $(-5, 3)$ 을 지나므로 함수식은 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ 이다.

$1 \neq -\frac{1}{3} \times 0 + \frac{4}{3}$ 이므로 점 $(0, 1)$ 은 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ 위에 있는 점이
아니다.

14. 100°C 인 물이 있는데 5분이 지날 때마다 6°C 씩 내려간다고 할 때, x 분후에 $y^{\circ}\text{C}$ 가 된다고 한다. 1시간이 지난 후의 물의 온도를 구하여라.

▶ 답 : $^{\circ}\text{C}$

▷ 정답 : 28°C

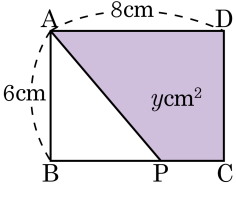
해설

1분에 $\frac{6}{5}^{\circ}\text{C}$ 씩 내려간다고 할 때

$$y = 100 - \frac{6}{5}x$$

$$100 - \frac{6}{5} \times 60 = 28(^{\circ}\text{C})$$

15. 다음 그림의 직사각형에서 $\overline{AD} = 8\text{ cm}$, $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ 이고, 점 P는 점 B를 출발하여 매초 0.5 cm 의 속력으로 점 C를 향해 움직인다. x 초 후의 사다리꼴 APCD의 넓이를 $y\text{ cm}^2$ 라 할 때, 사각형 APCD의 넓이가 36 cm^2 이상이 되려면 점 P가 점 B를 출발한 후 경과한 시간은?



- ① 6초 미만 ② 6초 이하 ③ 6초 이상
 ④ 8초 이상 ⑤ 8초 이하

해설

$$y = 48 - 6 \times 0.5x \times \frac{1}{2} = 48 - 1.5x \text{ 이므로}$$

$$36 = 48 - 1.5x$$

$$x = 8$$

따라서 8초 후에 사각형 APCD의 넓이가 36 cm^2 가 되고 시간이 흐를수록 넓이가 줄어든다.

따라서 36 cm^2 이상이 되려면 점 P가 점 B를 출발한 후 8초 이하가 되어야 한다.

16. 점 $(-3, -6)$ 을 지나는 $y = ax + b$ 의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않도록 하는 음의 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

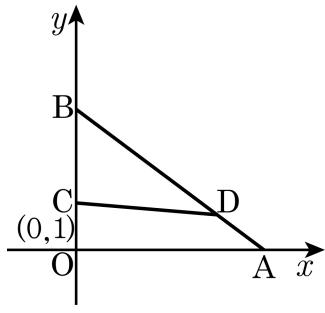
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 $(-3, -6)$ 을 $y = ax + b$ 에 대입하면
 $-6 = -3a + b \quad \therefore b = 3a - 6$
제 1 사분면을 지나지 않기 위해서는
기울기는 음수이고, y 절편은 음수이어야 하므로
 $a < 0, 3a - 6 < 0 \rightarrow a < 0, a < 2$ 이다.
따라서 음의 정수 a 의 최댓값은 -1 이다.

17. 직선 AB의 방정식은 $3x+4y=12$ 이다. 점 D의 x 좌표를 t , $\square OADC$ 의 넓이를 S 라 하자. $\triangle OAB$ 의 넓이가 $\square OADC$ 의 넓이의 2배일 때, t 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t=3$

해설

A(4,0), B(0,3) 이므로

$$S = \triangle OAB - \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times t = 6 - t$$

$$2S = 6$$

$$2(6 - t) = 6$$

$$\therefore t = 3$$

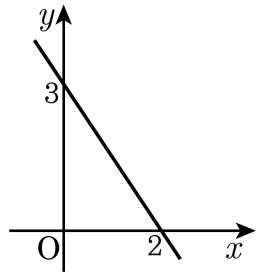
18. 일차함수 $f(x) = (2a-1)x-3a$ 에서 $f(1) = -3$, $3f(2) + \frac{1}{3}f(5) = f(b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(1) = -3$ 이므로
 $-3 = (2a-1) \times 1 - 3a$, $a = 2$
 $\therefore f(x) = 3x - 6$
 $3f(2) + \frac{1}{3}f(5) = 3 \times 0 + \frac{1}{3} \times 9 = 3$
 $f(b) = 3$ 이므로 $3b - 6 = 3$, $b = 3$
 $\therefore a + b = 5$

19. 다음은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. $a + b$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{(\text{y값의 증가량})}{(\text{x값의 증가량})} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$(\text{y절편}) = 3$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

20. 두 일차함수 $y = -3x + 6$ 과 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축 위에서 만날 때, 두 그래프의 y 절편을 각각 t, s 라고 하면 $\frac{2}{3}|t| = |s|$ 를 만족한다고 한다. $a \times b$ 의 값은? (단, $s < 0$)

- ① -4
- ② -2
- ③ 2
- ④ 4
- ⑤ -8

해설

$y = -3x + 6$ 의 y 절편은 6 이므로 $t = 6$ 이고 $\frac{2}{3}|t| = |s|$ 이므로

$s = +4, -4$ 인데 $s < 0$ 이므로

$s = -4$, 즉 $b = -4$ 이다.

또한 $y = -3x + 6$ 의 x 절편 2 와 $y = ax + b$ 의 x 절편이 같으므로 $0 = 2 \times a - 4$, $a = 2$ 에서 $a \times b = -8$ 이다.

21. $y = -ax + 5$ 의 그래프는 $y = 4x - 7$ 의 그래프와 평행하고, $3y = bx - 6$ 의 그래프가 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않을 때, $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -ax + 5$ 와 $y = 4x - 7$ 는 평행하므로 $-a = 4$ 이다. 따라서 $a = -4$ 이다.

$3y = bx - 6$ 의 그래프는 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않으므로 평행하다.

$3y = bx - 6$, $y = \frac{b}{3}x - 2$ 이므로 $\frac{b}{3} = 5$, $b = 15$ 이다.

따라서 $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5} = -\frac{-4}{2} + \frac{15}{5} = 2 + 3 = 5$ 이다.

22. 일차방정식 $ax - y + b = 0$ 의 그래프 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 에 대하여

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = -3, f(0) = 5 \text{ 일 때, } f(-2) \text{의 값은? (단, } y = f(x) \text{)}$$

- ① -1 ② 3 ③ 5 ④ 8 ⑤ 11

해설

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = -3 \text{은 기울기, } f(0) = 5 \text{는 } y \text{절편이 5를 의미하}$$

므로 $y = ax + b$ 는 $y = -3x + 5$ 이다.

$$\text{따라서 } f(x) = -3x + 5$$

$$\therefore f(-2) = 11$$

23. 세 점 $(a, 3)$, $(4, 6)$, $(8, 9)$ 를 지나는 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

세 점이 일직선 위에 있으므로

$$\frac{6-3}{4-a} = \frac{9-6}{8-4}$$

$$\frac{3}{4-a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore a = 0$$

$y = \frac{3}{4}x + 3$ 에서 x 절편이 -4 , y 절편이 3 이므로 넓이는

$$b = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 6$$

24. y 는 일차함수 $y = ax + b$ 로 나타내고, x 는 t 에 대한 일차함수 $x = mt + n$ 으로 나타낼 수 있다. t 가 t_0 에서 $t_0 + 4$ 로 증가하면 이에 대응하는 y 값은 y_0 에서 $y_0 + 8$ 로 증가할 때, am 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = ax + b$ 에 $x = mt + n$ 를 대입하면
 $y = a(mt + n) + b$
 $y = amt + an + b \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 에서 t 가 t_0 에서 $t_0 + 4$ 로 증가하면
 y 의 증가량은
 $(amt_0 + 4am + an + b) - (amt_0 + an + b) = 4am$
 y 값은 y_0 에서 $y_0 + 8$ 로 증가할 때, y 의 증가량은 8 이므로
 $4am = 8$
 $\therefore am = 2$

25. 세 직선 $-2x + y - 5 = 0$, $ax + 2y - 2 = 0$, $4x - y - 3 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

i) $ax + 2y - 2 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{-2}{a} = \frac{1}{2} \text{에서 } a = -4$$

$$\frac{a}{4} = \frac{2}{-1} \text{에서 } a = -8$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{array}{r} -2x+y+5=0 \\ -) 4x-y-3=0 \\ \hline 2x \quad -8=0 \\ x \quad \quad =4 \end{array}$$

$x = 4$ 를 $-2x + y - 5 = 0$ 에 대입하면

$$-2 \times 4 + y - 5 = 0, y = 13,$$

$ax + 2y - 2 = 0$ 에 점 $(4, 13)$ 을 대입하면

$$4a + 26 - 2 = 0, 4a + 24 = 0, a = -6,$$

따라서 모든 a 값의 합은

$$-4 - 8 - 6 = -18$$