1. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$$y = x^2 - 4x - 7$$
$$= (x-2)^2 - 11$$

$x = 2$ 일 때, 최솟값 -11 을 갖는다.

2. 진철이는 같은 반 학생들이 좋아하는 음식을 조사하였다. 진철이네 반 학생들이 가장 좋아하는 음식을 쉽게 알 수 있는 것을 보기에서 고르면?

보기

㉠ 중앙값 ㉡ 최빈값 ㉢ 평균

㉣ 표준편차 ㉤ 편차

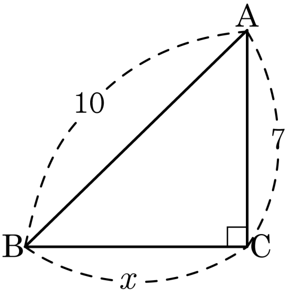
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

가장 좋아하는 음식을 쉽게 알 수 있는 것은 최빈값이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값은?

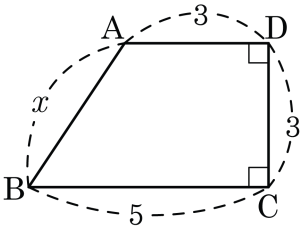


① $\sqrt{51}$ ② $\sqrt{149}$ ③ 8 ④ 9 ⑤ 51

해설

$x = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

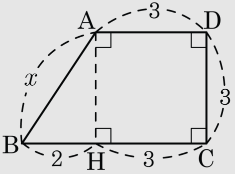
▷ 정답 : $\sqrt{13}$

해설

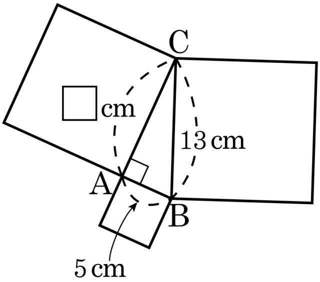
점 A 에 $\overline{BC}$ 에서 수선을 내리면

$x^2 = 9 + 4$,

$x > 0$ 이므로 $\therefore x = \sqrt{13}$



5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$가 직각삼각형일 때 $\square$ 안에 알맞은 수는?



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

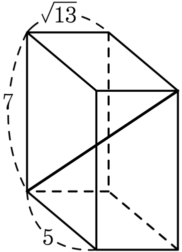
해설

$\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

6. 다음 그림에서 대각선의 길이를 구하면?

① $\sqrt{83}$ ② $\sqrt{84}$ ③ $\sqrt{85}$

④ $\sqrt{86}$ ⑤ $\sqrt{87}$



해설

$$\sqrt{7^2+5^2+(\sqrt{13})^2} = \sqrt{49+25+13} = \sqrt{87}$$

7. 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$ 이고, 점 $(0,\ 3)$ 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

① $y = 2x^2 - 4x + 3$

② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 - 2x + 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$이므로

$y = a(x-1)^2 + 5$

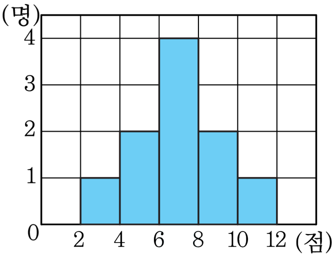
점 $(0,\ 3)$을 대입하면

$3 = a + 5$

$a = -2$

$\therefore\ y = -2x^2 + 4x + 3$

8. 다음 히스토그램은 우리 반 10명의 학생이 한달동안 읽은 책의 수를 조사한 것이다. 이 자료의 분산은?



① 3.5 ② 3.7 ③ 3.9 ④ 4.5 ⑤ 4.8

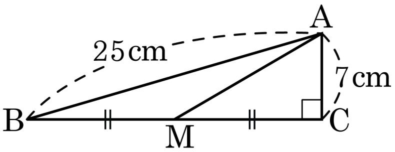
해설

$$(\text{평균})=\frac{3\times1+5\times2+7\times4+9\times2+11\times1}{10}=\frac{70}{10}=7$$

$$(\text{분산})=\frac{(3-7)^2\cdot1+(5-7)^2\cdot2}{10}$$

$$+\frac{(9-7)^2\cdot2+(11-7)^2\cdot1}{10}=4.8$$

9. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25cm$, $\overline{AC} = 7cm$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}$cm　② $\sqrt{191}$cm　③ $\sqrt{193}$cm
④ $\sqrt{194}$cm　⑤ $\sqrt{199}$cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC^2} = 25^2 - 7^2 = 576$, $\overline{BC} = 24(cm)$

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{MC}$, $\overline{MC} = 12(cm)$

$\triangle AMC$ 에서 $\overline{AM^2} = 7^2 + 12^2 = 193$, $\overline{AM} = \sqrt{193}(cm)$

10. 넓이가 160 인 정사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

넓이가 160 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(4\sqrt{10})^2 + (4\sqrt{10})^2 = x^2$
$x^2 = 320$
그런데, $x > 0$ 이므로
$x = \sqrt{320} = \sqrt{8^2 \times 5} = 8\sqrt{5}$ 이다.

11. 넓이가 $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이는?

① $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$

④ 8cm ⑤ 6cm

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

정삼각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 12\sqrt{3}$$

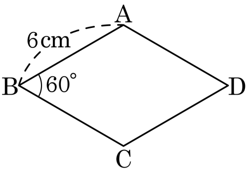
$$a^2 = 48$$

$$\therefore\ a = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

따라서 정삼각형의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60°$ 이고, 한 변의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 마름모 ABCD 의 넓이는?



① $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
② $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
③ $27\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $30\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $40\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

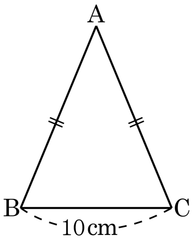
해설

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$

마름모 ABCD 의 넓이는 $9\sqrt{3} \times 2 = 18\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

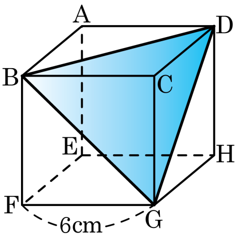
해설

높이 $= h$ 라 하면, $\dfrac{1}{2} \times h \times 10 = 60$

$\therefore\ h = 12\,\mathrm{cm}$,

$(\overline{\mathrm{AB}})^2 = 5^2 + 12^2$, $\overline{\mathrm{AB}} = 13\,\mathrm{cm}$

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체를 세 꼭짓점 B, G, D를 지나는 평면으로 자를 때, △BGD 의 넓이를 구하면 ?



① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

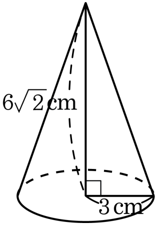
$\overline{BD} = \overline{BG} = \overline{DG}$ 이므로

△BGD는 정삼각형이다.

$\overline{BD} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로

$$\triangle BGD = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(6\sqrt{2}\right)^2 = 18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림과 같이 원뿔의 밑면의 반지름의 길이가 3cm , 높이가 $6\sqrt{2}$cm 인 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 120 °

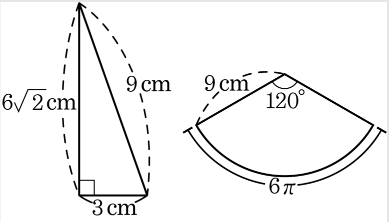
해설

(모선의 길이) $= \sqrt{72+9} = \sqrt{81} = 9$

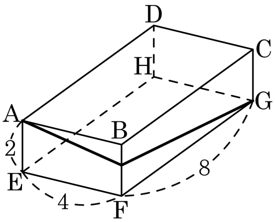
부채꼴의 중심각의 크기를 x라고 하면

$$9 \times 2 \times \pi \times \frac{x}{360°} = 6\pi$$

$\therefore x = 120°$



16. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A 에서 모서리 BF 를 거쳐 점 G 에 이르는 최단거리를 구하여라.

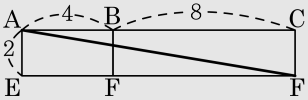


▶ **답 :**

▷ **정답 :** $2\sqrt{37}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$



17. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax - a - 2$ 의 최댓값이 1 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4ax - a - 2 \\ &= -(x^2 - 4ax) - a - 2 \\ &= -(x - 2a)^2 + 4a^2 - a - 2 \end{aligned}$$

최댓값이 $4a^2 - a - 2 = 1$ 이므로

$4a^2 - a - 3 = 0$,

$(4a + 3)(a - 1) = 0$,

$a = -\frac{3}{4}$ 또는 $a = 1$,

$\therefore a > 0$ 이므로 $a = 1$

18. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y=-5x^2+20x+30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 초

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ m

▷ 정답 : 2 초

▷ 정답 : 50 m

해설

$y=-5x^2+20x+30$ 에서 $y=-5(x-2)^2+50$ 이다.
따라서 $x=2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

19. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$ 의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1　② 4.3　③ 4.5　④ 4.7　⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+6+10+x+9}{5}=7$$

$29+x=35$

$\therefore x=6$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{9+1+9+1+4}{5}=$$

$$\frac{24}{5}=4.8$$

20. 다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 $8,\ 7,\ x,\ y,\ 9$ 의 평균이 8 이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$$

$\therefore\ x+y=16\cdots$ ㉠

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots$ ㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

21. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

① ㉠ > ㉡ = ㉢　② ㉡ < ㉠ = ㉢　③ ㉠ < ㉡ = ㉢
④ ㉡ > ㉠ = ㉢　⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

22. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

$$= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

23. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	6
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	8
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	3
합계	20

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4\times6+6\times3+8\times8+10\times3}{20}$$
$$= \frac{24+18+64+30}{20} = 6.8(\text{회})$$

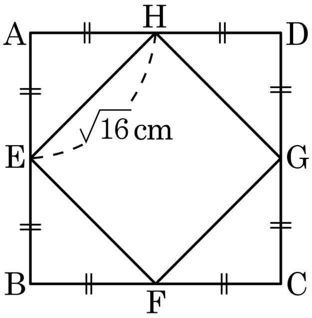
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2\times6+(6-7)^2\times3+(8-7)^2\times8+(10-7)^2\times3\}$$
$$= \frac{1}{20}(54+3+8+27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

24. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 EFGH 에서 $\overline{\mathrm{EH}} = \sqrt{16}$ 일 때, □ ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $32\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

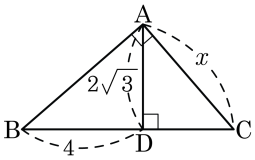
해설

$\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{AE}}$, $(\overline{\mathrm{AE}})^2 + (\overline{\mathrm{AH}})^2 = 16$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

$\overline{\mathrm{AD}} = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$

$\therefore$ □ABCD $= 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 32(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 x 를 구하여라.



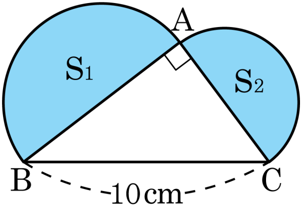
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\triangle$ABD 에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 2\sqrt{7}$
$\triangle$ABD 와 $\triangle$CAD 는 $\angle$B 를 공통각으로 가지고
각각 직각 한 개씩을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.
따라서 닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AC}} \times \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \overline{\mathrm{AB}}$ 에서
$4x = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{7}$
$\therefore\ x = \sqrt{21}$

26. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 S_1+S_2 의 값을 구하면?



① $\frac{45}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{35}{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{25}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $\frac{15}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S_1+S_2=\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}+\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2\right)$$

$$=\frac{\pi}{8}\times\overline{BC}^2=\frac{25}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3,\ -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$
$(1,\ 2)$ 를 대입하면
$2 = 4a - 4$
$\therefore a = \dfrac{3}{2}$
$y = \dfrac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \dfrac{3}{2}x^2 - 9x + \dfrac{19}{2}$
$a = \dfrac{3}{2},\ b = -9,\ c = \dfrac{19}{2}$
$\therefore\ a - b - c = \dfrac{3}{2} - (-9) - \dfrac{19}{2} = 1$

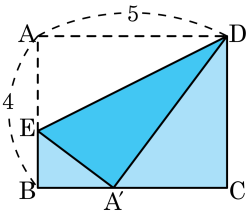
28. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm
④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.
② $x > 8$ 이면
$6+8>x(\mathrm{m})$ 이고 $6^2+8^2=x^2$
$\therefore x = 10\,(\mathrm{cm})$
④ $x < 8$ 이면
$x+6>8$ 이고 $x^2+6^2=8^2$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$
따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

29. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, △A′BE 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{EB}=x$ 라 하면 $\overline{AE}=4-x$

$\overline{AD}=\overline{A'D}=5$ 이므로 $\overline{A'C}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $\overline{A'C}=3$, $\overline{BA'}=2$ 이다.

△A′BE 에서 $(4-x)^2=x^2+2^2$

$8x=12 \quad \therefore \; x=\frac{3}{2}$

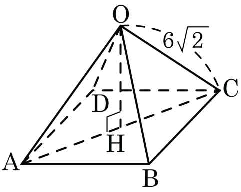
$\therefore \; \triangle A'EB=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 2=\frac{3}{2}$

30. 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O – ABCD 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설



위의 그림에서 $\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2}\times 12 = 6$

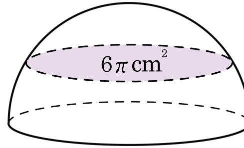
$\triangle OAH$ 에서 $\angle OHA = 90°$ 이므로

$\overline{OH}^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2 - 6^2 = 36$

$\overline{OH} = 6 \ (\because \ \overline{OH} > 0)$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \left(6\sqrt{2}\right)^2 \times 6 = 144$

31. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi \mathrm{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



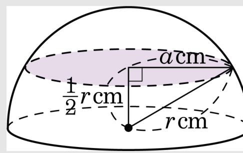
① $6\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $12\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $18\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ $+$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.