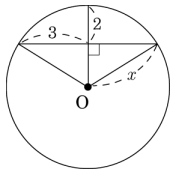
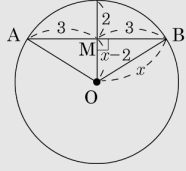


1. 다음 그림의 원 O에서 x 의 값은?



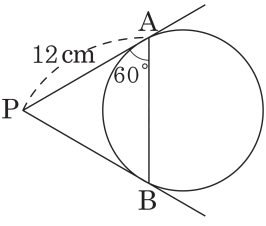
- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

해설



$$\triangle OBM \text{에서 } x^2 = (x-2)^2 + 3^2 \quad \therefore x = \frac{13}{4}$$

2. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



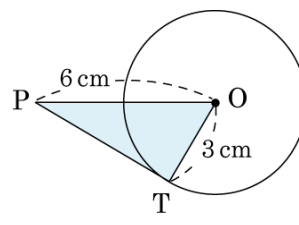
- ① $12\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ 6cm
 ④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

3. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선)

- ① $\frac{5}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $\frac{7}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ ④ $4\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$

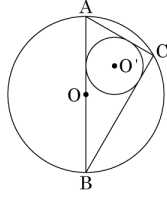


해설

$$\angle T = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{PT} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

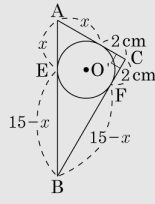
$$\therefore 3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 15cm 이고 내접원의 지름의 길이는 4cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



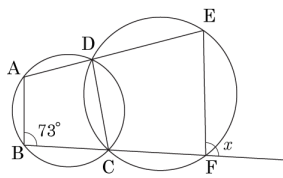
- ① 31cm^2 ② 32cm^2 ③ 33cm^2
 ④ 34cm^2 ⑤ 35cm^2

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (15 \times 2 + 2 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 34 \\ &= 34(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\angle B = 73^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

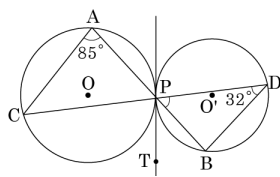


- ① 57° ② 65° ③ 73° ④ 90° ⑤ 107°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle CDE = \angle B = 73^\circ$
 $\square CDEF$ 가 원에 내접하므로
 $\angle x = \angle CDE = 73^\circ$

6. 다음 그림과 같이 점 P 에서 외접하는 두 원 O, O' 에서 $\angle PAC = 85^\circ$, $\angle PDB = 32^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



- ① 60° ② 63° ③ 65° ④ 68° ⑤ 70°

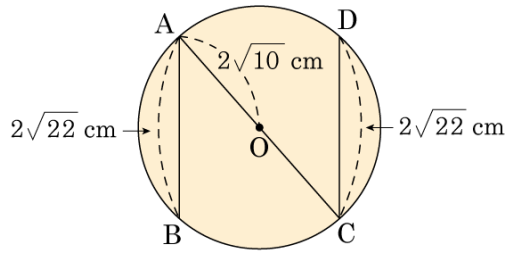
해설

$$\angle CPT = \angle CAP = 85^\circ$$

$$\angle TPB = \angle BDP = 32^\circ$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - (85^\circ + 32^\circ) = 63^\circ$$

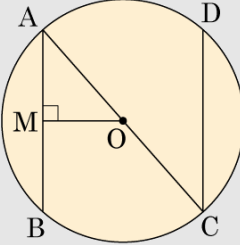
7. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}\text{cm}$ 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}\text{cm}$ 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



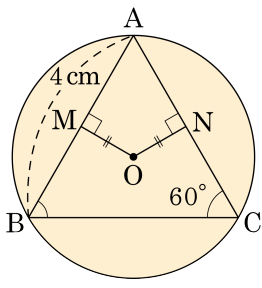
- ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ ② $3\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}\text{cm}, \overline{MO} = x \text{ cm}$ 이면 두 현 사이의 거리는 $2x\text{cm}$ 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (\sqrt{22})^2} = \sqrt{40 - 22} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$



8. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 와 두 현 AB, AC 사이의 거리가 같고 $\overline{AB} = 4$, $\angle BCA = 60^\circ$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



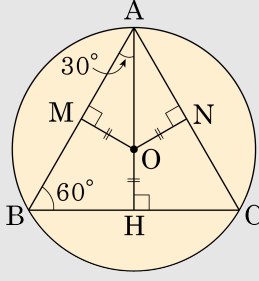
- ① $4\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{3}$ ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

$\angle C = 60^\circ$ 이므로 $\angle B = 60^\circ$ 이고

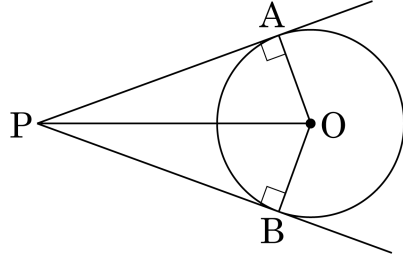
$\angle A = 180^\circ - 60^\circ \times 2 = 60^\circ$



따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$$

9. 다음은 원의 접선과 반지름의 관계를 나타낸 것이다. 옳지 않은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $\overline{PA} = \overline{PB}$
 ㉡ $\triangle APO \equiv \triangle BPO$
 ㉢ $\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$
 ㉤ $\angle OPB = 30^\circ$ 이면 $\angle AOB = 110^\circ$ 이다.
 ㉥ $\angle APO + \angle AOP = 80^\circ$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

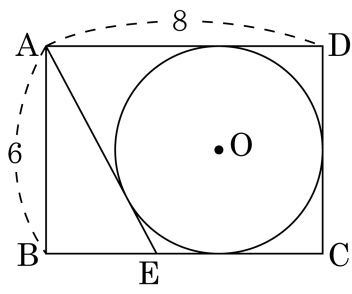
▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉤ $\angle OPB = 30^\circ$ 이면 $\angle AOB = 120^\circ$ 이다.
 ㉥ $\angle APO + \angle AOP = 90^\circ$

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.

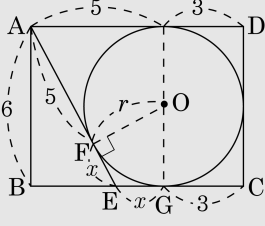


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

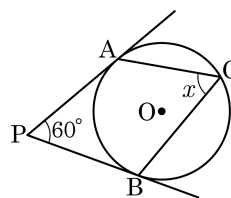
해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$\begin{aligned} 2r &= 6, \quad r = 3 \\ \overline{FE} &= \overline{EG} = x \quad (x < 5) \text{ 라 하면} \\ \overline{BE} + \overline{EC} &= 8 \text{ 이므로 } \overline{BE} = 5 - x \text{ 이다.} \\ \triangle ABE \text{ 에서} \\ (5 + x)^2 &= (5 - x)^2 + 36, \quad 20x = 36 \\ \therefore x &= \frac{9}{5} \\ \therefore \overline{BE} &= 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5} \end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선이다.
 $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

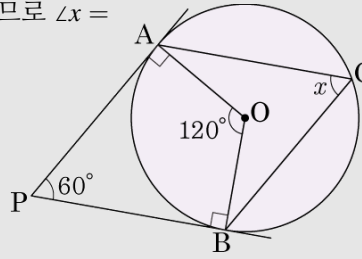


▶ 답 ▶

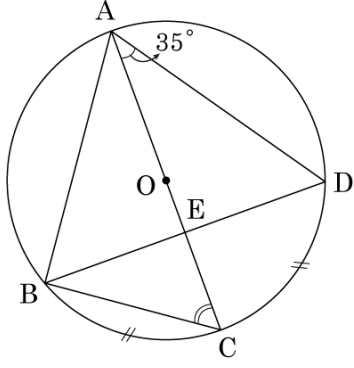
▶ 정답 : 60°

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 의 중심각이 120° 이므로 $\angle x = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$



12. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 지름이고,
 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle CAD = 35^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



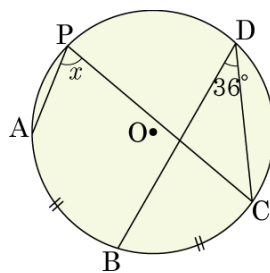
- ① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

- i) $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이므로 $\angle BAC = 35^\circ$
 ii) $\angle ABC$ 는 반원에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

13. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

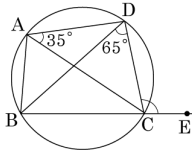
- ① 48° ② 52° ③ 60°
 ④ 64° ⑤ 72°



해설

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 25.0\text{pt}\widehat{BC}^\circ$ 이므로
 $\therefore \angle x = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$

14. 다음 그림에서 $\angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

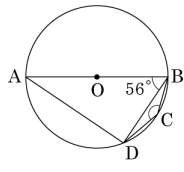
▷ 정답 : 100_°

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 65^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = \angle BAD = 65^\circ + 35^\circ = 100^\circ$$

15. 다음 그림을 보고 $\angle BCD$ 의 크기로 적절한 것을 구하면?



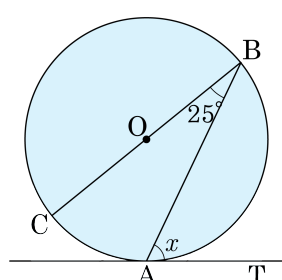
- ① 116° ② 126° ③ 136° ④ 146° ⑤ 156°

해설

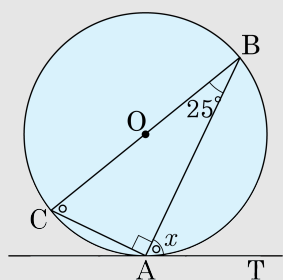
$\angle ADB = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAB = 34^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로 $34^\circ + \angle BCD = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle BCD = 146^\circ$

16. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

- ① 25° ② 40° ③ 55°
 ④ 60° ⑤ 65°

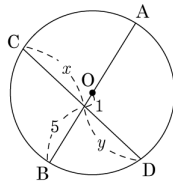


해설



$$x = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

17. 다음 그림을 참고하여 $3xy$ 의 값을 구하면?



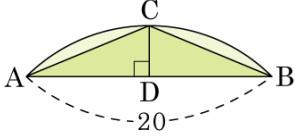
- ① 101 ② 102 ③ 103 ④ 104 ⑤ 105

해설

$$\overline{OB} = 6 = \overline{OA}, x \times y = 5 \times 7$$

$$\therefore 3xy = 3 \times 35 = 105$$

18. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26인 원의 일부이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

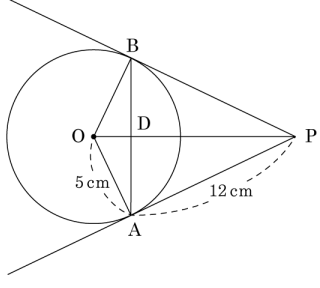
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

19. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?



- ① 24cm ② $\frac{192}{2}$ cm ③ $\frac{120}{13}$ cm
 ④ $\frac{124}{5}$ cm ⑤ 25cm

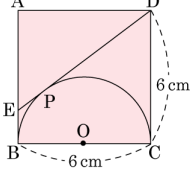
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13$ cm 이다.
 또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13} \text{cm}$$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}$ cm 이다.

20. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 6cm인 정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



- ① $\frac{9}{2}$ cm

② $\frac{25}{2}$ cm

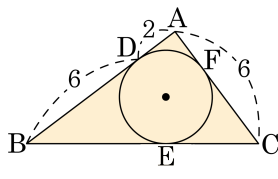
③ 13cm
- ④ $\frac{27}{2}$ cm

⑤ $\frac{15}{4}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{EP} &= \overline{EB} = x \\ \overline{AE} &= 6 - x \\ \triangle AED \text{에서} \\ \overline{DE}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2 \\ (x + 6)^2 &= (6 - x)^2 + 6^2 \\ 24x &= 36 \\ x &= \frac{3}{2} \text{ cm} \\ \text{따라서 } \overline{AE} &= 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} (\text{cm}) \end{aligned}$$

21. 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18
 ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

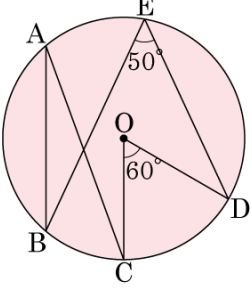
$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로

이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

22. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

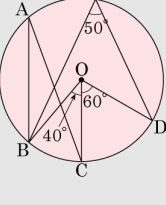


▶ 답 : °

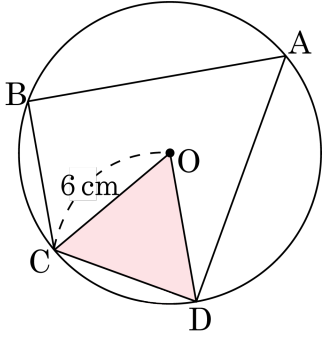
▶ 정답 : 20 °

해설

점 B 와 O 를 이으면
 $\angle BOD = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$,
 $\angle BOC = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$
 $\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$



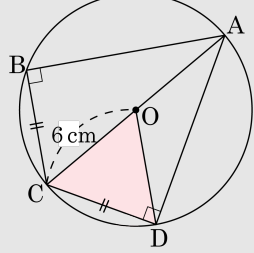
23. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle B = \angle D$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 6 cm 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설



$\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 4x$ 라 두면

$\angle D = 3x$

$\therefore 2x + 3x + 4x + 3x = 360^\circ$

$12x = 360^\circ$, $x = 30^\circ$

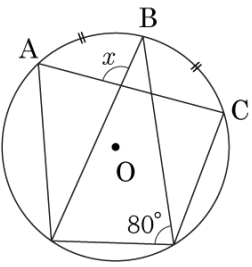
$\angle B = \angle D = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 원의 중심 O 를 지난다.

$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times \frac{1}{2} \times \angle A = 60^\circ$

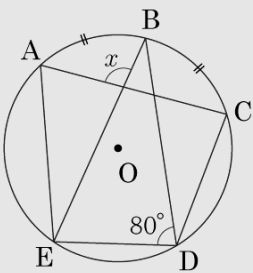
($\triangle OCD$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ$
 $= 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$)

- ① 100° ② 110° ③ 120°
 ④ 130° ⑤ 140°

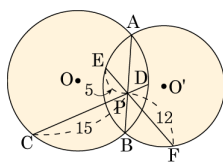


해설



다음 그림에서 점 D, E를 잡으면 $\angle BDC = \angle BEA$ 이다.
 내접사각형 AEDC에서 $\angle A + \angle EDC = 180^\circ$ 이므로 $x = \angle A + \angle BEA = \angle A + \angle BDC = 100^\circ$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 점 P 는 원 O 의 현 CD 와 원 O' 의 현 EF 의 교점이다. $\overline{PE} = 5\text{cm}$, $\overline{PF} = 12\text{cm}$, $\overline{PC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답 : 4cm

해설

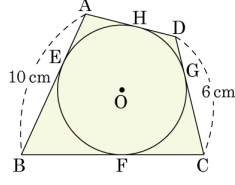
원 O 에서 $\overline{AP} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \dots \textcircled{7}$

원 O' 에서 $\overline{AP} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF} \dots \textcircled{L}$

㉠, ㉡에서 $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$

$$15 \times \overline{PD} = 5 \times 12 \quad \therefore \overline{PD} = 4(\text{cm})$$

26. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

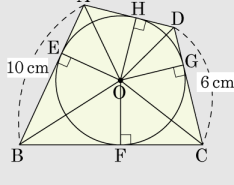


▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : 64 cm^2

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

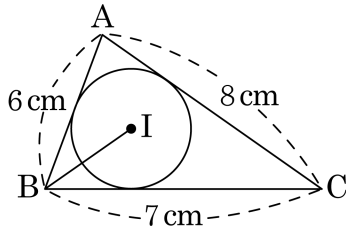
$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64(\text{cm}^2)$$

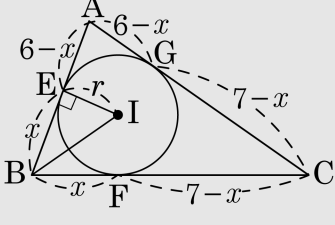
27. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에 원 I 가 내접할 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설



위의 그림과 같이 $\triangle ABC$ 와 내접원 I 의 접점을 각각 E, F, G 라 한다. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이므로 $\overline{IE} = r$, $\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$, $\overline{CG} = \overline{CF} = 7 - x$, $\overline{AG} = \overline{AE} = 6 - x$

$$\overline{AC} = (6 - x) + (7 - x) = 8 \therefore x = \frac{5}{2}$$

헤론의 공식에 의해 $s = \frac{6 + 7 + 8}{2} = \frac{21}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \sqrt{s(s-6)(s-7)(s-8)} \\ &= \sqrt{\frac{21}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{2}} \\ &= \frac{21\sqrt{15}}{4} \end{aligned}$$

내접원 I 의 반지름이 r 이므로

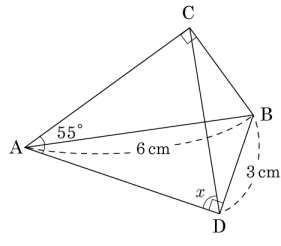
$$\frac{r}{2}(6 + 7 + 8) = \frac{21\sqrt{15}}{4}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{직각삼각형 BIE 에서 } \overline{BI}^2 = \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 10$$

$$\therefore \overline{BI} = \sqrt{10}(\because \overline{BI} > 0)$$

28. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\angle A = 55^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



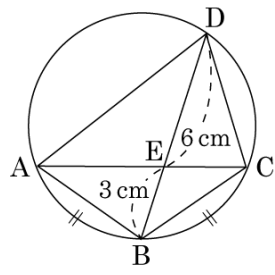
▶ 답: ②

▶ 정답 : 65°

해설

$\angle C = \angle D = 90^\circ$ 이므로 사각형 ABCD 는 원에 내접하는 사각형이다. 즉, 원의 중심을 O 라 하면 중심 O 는 AB 위에 있다.
 직각삼각형 ABD 에서 $\overline{AB} : \overline{BD} = 6 : 3 = 2 : 1$ 이므로 특수한 직각삼각형의 변의 길이에서
 $\angle DAB = 30^\circ, \angle ABD = 60^\circ$
 $\therefore \angle CAB = 55^\circ - 30^\circ = 25^\circ$
 $\angle CDB = \angle CAB = 25^\circ$ (5.0pt $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각)
 $\therefore \angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

29. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이고, $\overline{DE} = 6\text{ cm}$, $\overline{EB} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ADB$
 즉, $\overline{AB}$ 는 점 A, E, D를 지나는 원의 접선이다.
 $\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD} = 3 \times (3 + 6) = 27$
 $\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{3}$

30. 반지름의 길이가 25 인 원 O 에 $\overline{AB} = 30$ 인 삼각형 ABC 가 내접해 있고, 선분 BC 는 원 O 의 지름이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나면서 원에 접하는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1200

해설

삼각형 ABC 는 직각삼각형이므로
 $\overline{AC} = \sqrt{2500 - 900} = \sqrt{1600} = 40$
 $\angle BAD = \angle BCA$ 이고, $\angle CAE = \angle ACB$ 이므로
삼각형 ABC, ABD, ACE 는 모두 닮은 삼각형이다. 닮음비를 이용하여 선분 AD 와 AE 의 길이를 구하면 $\overline{AD} = 24$, $\overline{AE} = 32$ 이고,
 $\overline{BD} = 18$, $\overline{CE} = 24$ 이므로 사다리꼴 BCED 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (18 + 32) \times 48 = 1200$