

1. $\left\{ \frac{n^2 - 1}{n(n+1)} \right\}$ 의 제 100 항은?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{99}{100}$

④ $\frac{99}{101}$

⑤ $\frac{101}{100}$

해설

$$\left\{ \frac{n^2 - 1}{n(n+1)} \right\} = \frac{n-1}{n}$$

$$\therefore \text{제 100 항은 } \frac{99}{100}$$

2. 수열 $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ 의 7번째 항은?

① -13

② -10

③ 11

④ -11

⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 홀수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 6번째 항은 11 , 7번째 항은 -13 이다.

3. 수열 $1, -3, 5, -7, 9, \dots$ 의 100 번째 항은?

- ① -199 ② -99 ③ -59 ④ 99 ⑤ 199

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 홀수이고, 부호가 교대로 변하는
꼴이다. 따라서 수열의 일반항은

$$a_n = (-1)^{n-1} \times (2n - 1)$$

$$\therefore a_{100} = (-1)^{99} \times 199 = -199$$

4. 첫째항이 8, 공차가 -7 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-7n + 1$

② $-7n + 15$

③ $-7n - 15$

④ $7n + 15$

⑤ $7n - 15$

해설

$$a_n = 8 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 15$$

5. 첫째항이 3, 공차가 4, 항의 수가 10인 등차수열의 합 S_{10} 을 구하면?

① 150

② 170

③ 190

④ 210

⑤ 230

해설

$a = 3, d = 4, n = 10$ 이므로

$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ 에 대입하면

$$S_{10} = \frac{10\{2 \cdot 3 + (10-1) \cdot 4\}}{2} = 210$$

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$$

$$\therefore 4a + 48d = 32$$

$$a + 12d = 8$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2} \\ &= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2} \\ &= 25 \times 8 = 200 \end{aligned}$$

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned} a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\ &= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\ &= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\ &= 199 - 3 \\ &= 196 \end{aligned}$$

8. 1과 10사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열

$$1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$$

$$1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$$

이 모두 등차수열을 이룰 때, $\frac{a_{10} - a_1}{b_{20} - b_1}$ 의 값은?

① $\frac{209}{189}$

② $\frac{11}{189}$

③ $\frac{209}{11}$

④ $\frac{189}{209}$

⑤ 1

해설

1, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$ 의 공차를 p 라 하면

$$1 + 11p = 10 \Rightarrow p = \frac{9}{11}$$

1, $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$ 의 공차를 q 라 하면

$$1 + 21q = 10 \Rightarrow q = \frac{9}{21}$$

$$\therefore \frac{a_{10} - a_1}{b_{20} - b_1} = \frac{9p}{19q} = \frac{9 \cdot \frac{9}{11}}{19 \cdot \frac{9}{21}} = \frac{189}{209}$$

9. 두 수 3과 7의 등차중항을 a , 10과 -2의 등차중항을 b 라 할 때, 이차 방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

3과 7의 등차중항은 $a = \frac{3+7}{2} = 5$

10과 -2의 등차중항은 $b = \frac{10+(-2)}{2} = 4$

$x^2 + ax + b = 0$ 에서

$x^2 + 5x + 4 = 0$, $(x+1)(x+4) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = -4$

따라서 두 근의 차는 3

10. 다음 표에 적당한 수를 넣어 각 행과 각 열이 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 12개의 빈 칸에 들어갈 수들의 총합을 구하여라.

1			7
10			34

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

다음 표와 같이 빈 칸에 문자를 대응시키자.

1	a	b	7
c	d	e	f
g	h	i	j
10	k	l	34

각 행과 열이 각각 등차수열을 이루므로

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

$$k + l = 10 + 34 = 44$$

$$c + g = 1 + 10 = 11$$

$$f + j = 7 + 34 = 41$$

$$\text{또, } (d + e) + (h + i) = (c + f) + (g + j)$$

$$= (c + g) + (f + j) = 11 + 41 = 52$$

이므로 구하는 총합은

$$8 + 44 + 11 + 41 + 52 = 156$$

11. 공차가 $d_1 (d_1 \neq 0)$ 인 등차수열

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$ 에 대하여 두 수열

$a_1 + a_2, a_3 + a_4, a_5 + a_6, a_7 + a_8, \dots$

$a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots$ 의 공차를 각각 d_2, d_3 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $2d_2 = 3d_3$

② $3d_2 = 2d_3$

③ $5d_2 = 2d_3$

④ $7d_2 = 3d_3$

⑤ $9d_2 = 4d_3$

해설

첫째 수열은 $2a_1 + d_1, 2a_1 + 5d_1, 2a_1 + 9d_1, \dots$ 이므로 공차가 $d_2 = 4d_1$ 이고

둘째 수열은 $3a_1 + 3d_1, 3a_1 + 12d_1, 3a_1 + 21d_1, \dots$ 이므로 공차가 $d_3 = 9d_1$ 이다.

$\therefore 9d_2 = 4d_3$

12. 첫째항이 $-\frac{5}{2}$ 이고, 공차가 $\frac{1}{3}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 최소가 되게 하는 n 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

첫째항이 $-\frac{5}{2}$ 이고, 공차가 $\frac{1}{3}$ 인 등차수열의 일반항을 a_n 이라

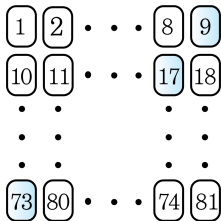
$$\text{하면 } a_n = -\frac{5}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{3} = \frac{n}{3} - \frac{17}{6}$$

이때, S_n 이 최소가 되려면 음수인 항만 더하면 되므로

$$\frac{n}{3} - \frac{17}{6} < 0 \quad \therefore n < \frac{17}{2} = 8.5$$

따라서 S_n 이 최소가 되게 하는 n 의 값은 8이다.

13. 1부터 81까지 쓰여진 카드를 오른쪽 그림과 같이 배열하였다. 이때 오른쪽 대각선 방향(/)으로 배열된 카드에 쓰여진 수들의 합은?



① 367

② 369

③ 371

④ 373

⑤ 375

해설

구하는 수열은 9, 17, 25, ..., 73으로 공차가 8인 등차수열이다.

따라서, 구하는 합은 $\frac{9(9+73)}{2} = 369$ 이다.

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4) = 1 : 2$ 가 성립할 때, $a_4 : a_7$ 는? (단, $a_1 \neq 0$ 이다.)

① $1 : 2$

② $1 : 3$

③ $2 : 3$

④ $2 : 5$

⑤ $3 : 5$

해설

$$a_3 + a_4 = 2(a_1 + a_2)$$

$$a + 2d + a + 3d = 2(a + a + d)$$

$$2a + 5d = 4a + 2d$$

$$3d = 2a$$

$$\therefore a_4 : a_7 = (a + 3d) : (a + 6d)$$

$$= (a + 2a) : (a + 4a) = 3a : 5a$$

$$= 3 : 5$$

15. 세 수 a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루고 $a + b + c = 3$, $abc = -3$ 을 만족할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

공차를 d 라 하면

$$a = b - d, c = b + d$$

$$a + b + c = 3b = 3 \therefore b = 1$$

$$abc = (1 - d)(1 + d) = -3$$

$$1 - d^2 = -3$$

$$d^2 = 4$$

$$\therefore d = \pm 2$$

(i) $d = 2$ 일 때,

$$(a, b, c) = (-1, 1, 3)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 + 1 + 9 = 11$$

(ii) $d = -2$ 일 때,

$$(a, b, c) = (3, 1, -1)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 9 + 1 + 1 = 11$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 11$$

16. 4와 6으로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41400

해설

4와 6으로 나누어떨어지는 수는 4와 6의 최소공배수인 12로 나누어떨어지는 수이므로 $12n$ (n 은 자연수)의 꼴이다.

이때, $100 \leq 12n \leq 1000$ 이므로

$$8.\times\times \leq n \leq 83.\times\times$$

$$\therefore n = 9, 10, 11, \dots, 83$$

그런데 $n = 9$ 일 때, $12n = 108$,

$n = 83$ 일 때, $12n = 996$ 이므로 조건을 만족하는 수는 첫째항이 108, 끝항이 996, 항수가 $83 - 8 = 75$ 인 등차수열이다.

$$\text{따라서 구하는 총합은 } \frac{75(108 + 996)}{2} = 41400$$