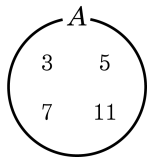


1. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.

조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

2. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$

③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

① $\{1\}$

② $\{3, 8, 13, \dots\}$

③ $\emptyset$

④ $\{1\}$

⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ② 반례: $\{1\} \not\subset \{2, 3\}$
- ③ 반례: $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$, $n(\{1, 2\}) = n(\{1, 2\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

4. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 는?

① $\{4, 8\}$

② $\{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{1, 2, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐 보면

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ 가 된다.

집합 A 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

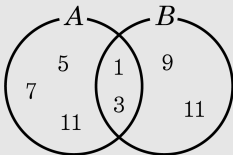
5. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이고 $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$$\therefore B = \{1, 3, 9, 11\}$$

집합 B 의 원소의 합은 $1 + 3 + 9 + 11 = 24$ 이다.

6. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 4\}, A \cap B = \{5\}, A^c \cap B^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{3, 5\}$

② $\{5, 7\}$

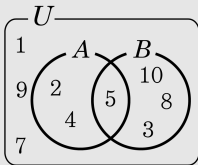
③ $\{3, 5, 8\}$

④ $\{3, 5, 10\}$

⑤ $\{3, 5, 8, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 이므로



따라서 $B = \{3, 5, 8, 10\}$ 이다.

7. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$$\frac{1}{2-3} \in S \text{ 에서 } -1 \in S \text{ 이다.}$$

$$\text{또 } \frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S \text{ 이고,}$$

$$\text{다시 대입하면 } \frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$$

$$\text{또 다시 대입하면 } \frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \dots$$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 꼴의 수만 나타난다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A = \{x|x\text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.

② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.

③ $C = \{x|x\text{는 } 2 < x < 4\text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.

④ $D = \{x|x\text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \emptyset$ 이다.

⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x|x\text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.

③ $C = \{x|x\text{는 } 2 < x < 4\text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.

④ $D = \{x|x\text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

9. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 모든 진부분집합의 개수는 x 개 이고, 집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합이 모두 y 개 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 28

④ 35

⑤ 36

해설

집합 A 의 진부분집합의 개수는

$$x = 2^5 - 1 = 31$$

집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합은 $\{d, e\}$ 의 부분집합 개수와 같다.

$$y = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

$$\therefore x + y = 35$$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 8을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ 에서 원소 2, 8를 제외한 $\{4, 6\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{4\}, \{6\}, \{4, 6\}$ 의 4개가 있으므로, 원소 2, 8을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 이 중 원소의 개수가 4개인 것은 $\{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 4 + 6 + 8 = 20$ 이다.

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 <보기> 중 서로소인 집합끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $A^c \cap B, B^c \cap A$

㉡ $A \cup B, A \cup B^c$

㉢ $A, A^c - B$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢, ㉠

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A^c \cap B = B - A, B^c \cap A = A - B$ 이므로 각각을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림1에서 $(A^c \cap B) \cap (B^c \cap A) = \emptyset$ 따라서 $A^c \cap B$ 와 $B^c \cap A$ 는 서로소이다.

㉡ 그림2에서 $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$ 즉, $A \cup B$ 와 $A \cup B^c$ 은 서로소가 아니다.

㉢ 그림3에서 $A \cap (A^c - B) = \emptyset$ 따라서 A 와 $A^c - B$ 는 서로소이다.

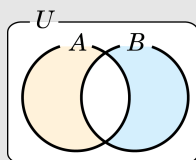


그림 1

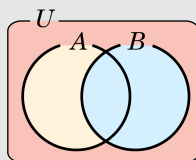


그림 2

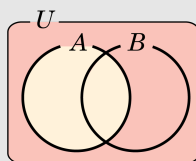


그림 3

12. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{b - 1, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$(A \cap B) \subset A$ 이고 $(A \cap B) \subset B$ 이므로

$a = 5$, $b - 1 = 2$ 이므로 $a + b = 5 + 3 = 8$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 9 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)$ 의 원소의 개수는?

① 3개

② 9개

③ 13개

④ 31개

⑤ 33개

해설

$n(A) = 33$, $n(B) = 11$, $n(A \cap B) = 11$ 이므로

$n(A \cup B) = 33 + 11 - 11 = 33$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$,
 $A - B = \{1, 5\}$, $A \cap B = \{3, 7\}$, $(A \cup B)^c = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, 다음 중
옳지 않은 것은?

① $n(U) = 9$

② 전체집합을 조건제시법으로 나타내면
 $U = \{x | x \text{는 } 9\text{미만의 자연수}\}$ 이다.

③ $B - A = \{9\}$

④ $n(A^c \cap B^c) = 4$

⑤ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 5, 9\}$

해설

$(A \cup B) \cup (A \cup B)^c = U$ 이므로

전체집합을 조건제시법으로 나타내면

$U = \{x | x \text{는 } 9\text{이하의 자연수}\}$ 또는

$U = \{x | x \text{는 } 10\text{미만의 자연수}\}$ 이다.

15. 100이하의 자연수 중 k 의 배수 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할 때, $n(A_2 \cap A_3 \cap A_4)$ 의 값은? (단, $n(A)$ 는 A 의 원소의 개수)

① 8

② 12

③ 16

④ 33

⑤ 50

해설

$A_a \cap A_b \rightarrow a$ 와 b 의 공배수의 집합 $\rightarrow a$ 와 b 의 최소공배수의 배수집합 $\rightarrow A_a$ 와 b 의최소공배수

$n(A_2 \cap A_3 \cap A_4) = A_{12} \Rightarrow 12$ 배수의 집합

$100 \div 12 = 8 \cdots 4$ 이므로 8개

16. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 4, 5, 7, 8\}$, $A \cap B = \{1, 4, 8\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 부분집합의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

집합 B 는 원소 1, 4, 8을 포함하고 원소 5, 7 을 포함하지 않는 U 의 부분집합이므로 $2^{8-3-2} = 2^3 = 8(\text{개})$ 이다 .

17. 과학의 날 행사에 1 학년 10 반 학생 35명이 전원 참여하였다. 물로켓 발사대회에 참여한 학생이 20명, 에어로켓 발사대회에 참여한 학생이 23 명이라고 한다. 두 대회에 모두 참여한 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8명

해설

전체집합을 U , 물로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 A , 에어로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 35, n(A) = 20, n(B) = 23$$

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 20 + 23 - 35 \\&= 8\end{aligned}$$

18. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

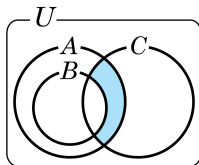
① $A - (B \cap C)$

② $(A - B) \cap C$

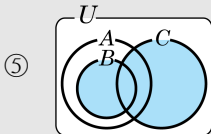
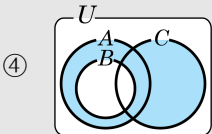
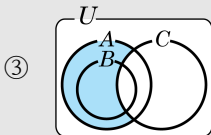
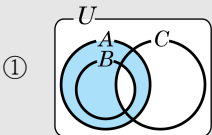
③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

⑤ $(A \cap B) \cup C$



해설



19. 두 집합 $A = \{4, 7, a+1, 2a-2\}$, $B = \{3, a+2, b, 9\}$ 에 대하여 $A - B = \{4, 6\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \{4, 6\}$ 이므로

$4 \in A$, $6 \in A$ 이고 $4 \notin B$, $6 \notin B$, $7 \in B$

$a+1=6$ 또는 $2a-2=6$

(i) $a+1=6$ 일 때, $a=5$

$A = \{4, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 7, b, 9\}$

$A - B = \{4, 6\}$ 이려면 $b=8$

(ii) $2a-2=6$ 일 때, $a=4$

$A = \{4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 6, b, 9\}$

$6 \notin B$ 이어야 하므로 $a \neq 4$

$\therefore A = \{4, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 7, 8, 9\}$

$A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

20. 두 자리 자연수 중 k 의 배수인 것 전체의 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?

① 26

② 27

③ 28

④ 29

⑤ 30

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) = A_6 \cup A_4$$

$$10 \leq 6n < 100 \text{ 에서 } 2 \leq n \leq 16 \therefore n(A_6) = 15$$

$$10 \leq 4n < 100 \text{ 에서 } 3 \leq n < 25 \therefore n(A_4) = 22$$

$$10 \leq 12n < 100 \text{ 에서 } 1 \leq n \leq 8 \therefore n(A_{12}) = 8$$

$$\text{그러므로 } n(A_6 \cup A_4) = 15 + 22 - 8 = 29$$

21. 자연수를 원소로 갖는 집합 A 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수는?

$$x \in A \text{ 이면 } \frac{16}{x} \in A$$

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$$1 \in A \text{ 이면 } \frac{16}{1} = 16 \in A,$$

$$2 \in A \text{ 이면 } \frac{16}{2} = 8 \in A,$$

$$4 \in A \text{ 이면 } \frac{16}{4} = 4 \in A$$

따라서 집합 A 는

$\{4\}$, $\{1, 16\}$, $\{2, 8\}$, $\{1, 4, 16\}$, $\{2, 4, 8\}$,
 $\{1, 2, 8, 16\}$, $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ 의 7개이다.

22. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$

㉡ $\{b\} \in S$

㉢ $\{b, c, d\} \in S$

㉣ $c \in S, d \in S$

㉤ $\{c, d\} \subset S$

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다.
따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

23. 집합 $P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$$P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$$

$A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 X 는 원소 3, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-3} = 4$ (개)

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A = \{a, b, d, e\}$, $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{a, c, f\}$ 일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 32 개

해설

$$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{a, c, f\}$$

이때, $a \in A$ 이므로 $B - A = \{c, f\}$

또, $A - ((A - B) \cup (B - A)) = A \cap B$ 이므로, $A \cap B = \{b, d, e\}$
이고,

$$(B - A) \cup (A \cap B) = B = \{b, c, d, e, f\}$$

따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

25. 75 명의 학생을 대상으로 조사를 하였더니 영어학원을 다니는 학생은 24 명, 수학학원을 다니지 않는 학생은 32 명이였다. 영어학원과 수학학원을 모두 다니지 않는 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

조사한 학생의 집합을 U , 영어학원을 다니는 학생의 집합을 A , 수학학원을 다니는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 75, n(A) = 24, n(B^c) = 32$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 75 - 32 = 43$$

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최대이므로 $n(A \cup B)$ 의 최댓값은 $24 + 43 = 67$ 이다.

$$\therefore (n((A \cup B)^c) \text{의 최솟값}) = m = 75 - 67 = 8$$

$A \subset B$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최소이므로 $n(A \cup B)$ 의 최솟값은 $n(B) = 43$

$$\therefore (n((A \cup B)^c) \text{의 최댓값}) = M = 75 - 43 = 32$$

따라서 $M - m = 32 - 8 = 24$ 이다.