

1. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 1981년도에 태어난 사람의 모임

② 유명한 사람의 모임

③ 10보다 큰 수의 모임

④ 작은 자연수의 모임

⑤ 태국인들의 모임

해설

① ‘1981년도’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.

② ‘유명한’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

③ ‘10보다 큰’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.

④ ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 중 6의 배수의 집합의 부분집합이 아닌 것은?

① 12의 배수의 집합

② 18의 배수의 집합

③ 20의 배수의 집합

④ 24의 배수의 집합

⑤ 36의 배수의 집합

해설

6의 배수의 집합을 원소나열법으로 나타내면 $\{6, 12, 18, 24, 36, \dots\}$ 이다.

12의 배수의 집합, 18의 배수의 집합, 24의 배수의 집합, 36의 배수의 집합은 모두 6의 배수의 집합의 부분집합이다.

3. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 개수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 8개

해설

- ① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 개수에 따라 구한다.

원소가 0개 : $\emptyset$

원소가 1개 : $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소가 2개 : $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

원소가 3개 : $\{1, 2, 3\}$

따라서 부분집합의 개수는 8개이다.

- ② 원소의 개수만큼 2를 곱한다.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

4. 두 집합 $A = \{3, 5, a\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다. 따라서 $a = 2$ 이다.

5. 다음 그림은 민지네 반 시간표를 나타낸 것이다. 영어 수업이 있는 요일의 집합을 A , 수학 수업이 있는 요일의 집합을 B 라 할 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

월	화	수	목	금
국어	도덕	영어	영어	기가
수학	사회	과학	사회	일어
체육	수학	음악	체육	수학
영어	국어	도덕	과학	영어
과학	기가	창재	수학	국어
기가	체육	국어	미술	과학
		국사		

▶ 답 :

▶ 정답 : {월, 목, 금}

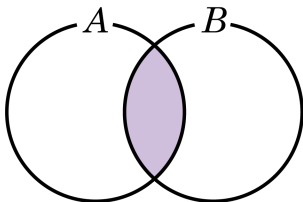
해설

$$A = \{\text{월}, \text{수}, \text{목}, \text{금}\}$$

$$B = \{\text{월}, \text{화}, \text{목}, \text{금}\}$$

$$A \cap B = \{\text{월}, \text{목}, \text{금}\}$$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



① $\{5, 13\}$

② $\{5, 19\}$

③ $\{5, 13, 19\}$

④ $\{1, 5, 13\}$

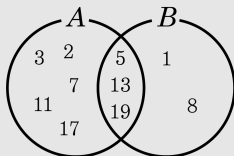
⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

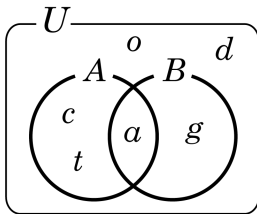
$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

7. 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것은?



① $U = \{d, g, c, a, t\}$

② $A^c = \{d, g\}$

③ $B^c = \{c, d, o, t\}$

④ $(A \cap B)^c = \{o, d\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

해설

① $U = \{d, o, g, c, a, t\}$

② $A^c = \{d, o, g\}$

④ $(A \cap B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{d, o\}$

이므로 옳은 것은 ③이다.

8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |x - 2|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $\{f(x) | x \in X\}$ 의 원소가 아닌 것은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

정의역을 X 로 하는 $f(x)$ 의 치역은 $\{0, 1, 2, 3\}$

9. 철이와 돌이는 동업을 하여 수익금을 6 : 4의 비율로 나누어 갖기로 하였다. 철이의 수익금이 3만원이었다면, 돌이의 수익금은 얼마인지 구하시오.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 20000 원

해설

돌이의 수익금을 x 만원이라 하면

$6 : 4 = 3\text{만원} : x$ 이므로 돌이의 수익금은 2만원

10. $a > 0$, $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - x$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{2}{a}$

② $-\frac{2}{a}$

③ a

④ $2a$

⑤ $-2a$

해설

$$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{x^2 + 4} = a + \frac{1}{a}$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} - x = \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

11. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으려면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

12. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

13. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가) 조건이다.
- 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나) 조건이다.

① 필요, 필요

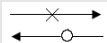
② 필요, 충분

③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$  $a = b \therefore$ 필요

$\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \therefore$ 필요

14. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x - 2 = t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x = t + 2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} 4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\ &= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\ &\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

15. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2\sqrt[3]{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10

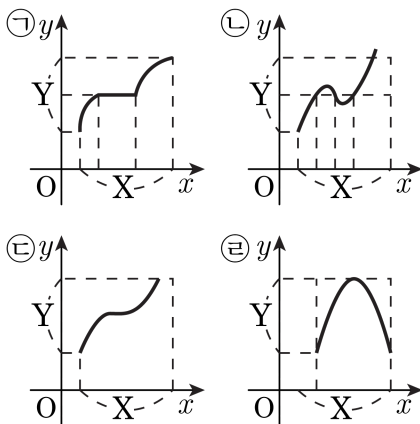
해설

$x > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} 8x^2 + \frac{2}{x} &= 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \\ &\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

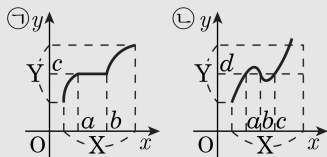
16. 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



- ① (㉠) (㉢) ② (㉡) (㉣) ③ (㉢) (㉣)
 ④ (㉠) ⑤ (㉠) (㉡) (㉣)

해설

X 에서 Y 로의 일대일 대응을 찾으면 된다.



- ㉠ $\{x|a \leq x \leq b\}$ 에 속하는 x 의 상이 모두 c 이므로 일대일 대응이 아니다.
 ㉡ a, b, c 의 상이 모두 d 이므로 일대일 대응이 아니다.
 ㉢, ㉣의 경우와 같다.

17. 두 함수 f, g 를 $f(x) = x-1, g(x) = 2x+4$ 로 정의할 때, $(f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f \\ &= f \cdot (f^{-1} \cdot g^{-1}) \cdot f \\ &= g^{-1} \cdot f \\ \therefore (f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3) \\ &= (g^{-1} \cdot f)(3) \\ &= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(2) \\ &\text{이 때, } g^{-1}(2) = a \text{라 하면} \\ &g(a) = 2 \text{에서 } 2a + 4 = 2 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

18. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ 을 간단히 하면 ?

① $\frac{4}{x-3}$

② $\frac{1}{x+4}$

③ $\frac{2}{x+2}$

④ 1

⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1
 \end{aligned}$$

19. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{98}{99}$

② $\frac{100}{99}$

③ $\frac{99}{100}$

④ $\frac{101}{100}$

⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

20. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

① 1

② x

③ $-x$

④ $\frac{1}{x}$

⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

21. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

22. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

23. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.

$$\therefore 2 + (-3) = -1$$

24. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8항

② 제 9항

③ 제 10항

④ 제 11항

⑤ 제 12항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14\dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$n \geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 이므로

$$a_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3}$$

$$= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3}$$

$$= n(n+1)$$

$$\therefore a_{15} = 15 \times 16 = 240$$

26. 제 3항이 6이고 제 7항이 96인 등비수열의 첫째항과 공비의 곱을 구하여라. (단, 공비는 양수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_3 = ar^2 = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_7 = ar^6 = 96 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} \text{에서 } r^4 = 16$$

$$r = \pm 2, \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } a = \frac{3}{2}$$

첫째항은 $\frac{3}{2}$, 공비는 2이므로 곱은 3

27. 세 수 $x-4$, x , $x+8$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 $x-4$, x , $x+8$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x-4)(x+8), x^2 = x^2 + 4x - 32$$

$$4x = 32 \therefore x = 8$$

28. 집합 A 에 대하여 $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 라고 정의한다. $A = \{a, \{b, c\}\}$ 일 때, $n(2^A)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

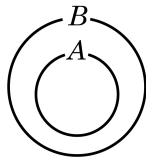
④ 5

⑤ 6

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 4개이므로 답이 ③이 된다.

29. 다음 중 두 집합 A , B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



- ① $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \emptyset$, $B = \{\emptyset\}$

해설

- ① 포함 관계 없음
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset B$
- ④ 포함 관계 없음
- ⑤ $A \subset B$

30. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B = A$

② $(A \cup B) \subset A$

③ $B \cap A^C \neq \emptyset$

④ $A \subset B$

⑤ $A - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 30\},$$

$A = \{6, 12, 18, 24, 30\}$, $B = \{12, 24\}$ 이다. 따라서 $B \subset A$ 이다.

따라서 ② $(A \cup B) \subset A$ 이다.

31. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

$g(f(x)) = x$ 에서 $f(x) = t$ 로 놓으면

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

32. 함수 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f^{101}(-1)$ 의 값은? (단, $f^n = f \circ f \circ \dots \circ f$)

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$f(-1) = \frac{1}{2}, \quad f^2(-1) = 2, \quad f^3(-1) = -1, \quad f^4(-1) = \frac{1}{2} \quad \dots$$

주기가 3 으로 반복되므로

$$f^{101} = (f^3)^{33} \circ f^2 = f^2 = 2$$

33. 함수 $f(x) = x^2 + 2x + 3 (x \geq -1)$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \sqrt{x+a} - b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$\Rightarrow y - 2 = (x + 1)^2$$

$$\Rightarrow (y + 1)^2 = x - 2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{x - 2} - 1 \cdots f^{-1}(x)$$

$$\therefore a + b = -1$$

34. 일대일 대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f(4) = 2$, $g^{-1}(3) = 2$ 일 때,
 $\frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$f(4) = 2, g^{-1}(3) = 2 \text{ 에서 } f^{-1}(2) = 4, g(2) = 3$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)^{-1}(3) &= (f^{-1} \circ g^{-1})(3) = f^{-1}(g^{-1}(3)) \\ &= f^{-1}(2) = 4\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)} = \frac{4}{3}$$

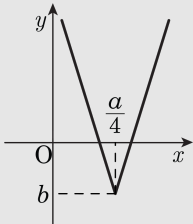
35. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4 \left(x - \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

36. 분수식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{x-3}{x(x+1)}$

② $\frac{x-3}{x(x+1)}$

③ $\frac{x+3}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+3}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-3}{x(x-1)}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{5x^2-x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{(5x^3-x^2-2x) - (5x^2-7x+3)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

해설

분자의 차수를 줄여서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x} \\ &= \frac{2(x+1)-2}{x+1} + \frac{3(x-1)+1}{x-1} - \frac{5(x^2-x)-2x+3}{x^2-x} \\ &= (2+3-5) + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{-2(x-1)+x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(-x+3) + (2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

37. 분수함수 $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$ 에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f \circ f)(x)$ 의 그래프는 점 (a, b) 에 대하여 대칭이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

분수함수 $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$ 에서

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = \frac{\frac{x+3}{2x-1} + 3}{2 \cdot \frac{x+3}{2x-1} - 1} \\ &= \frac{x+3+3(2x-1)}{2(x+3)-(2x-1)} = x \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$y = (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x)) = f(x)$$

따라서, $y = f(x)$ 의 점근선은

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이고, 그 그래프는 점근선의}$$

교점 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에 대하여 대칭이므로

$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a+b=1$$

38. 첫째항이 -10 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$S_7 = a_7$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2}$$

$$a_7 = a + 6d$$

$$\frac{7(2a + 6d)}{2} = a + 6d$$

$$7a + 21d = a + 6d$$

$$6a = -15d$$

$$d = \frac{6 \times (-10)}{-15} = 4$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{10} &= \frac{10(2a + 9d)}{2} \\ &= \frac{10(-20 + 36)}{2} \\ &= \frac{160}{2} = 80\end{aligned}$$

39. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 6$, $a_5 = -2$ 일 때, $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 284

해설

공차를 d 라 하면

$$a_5 = 6 + 4d = -2 \quad \therefore d = -2$$

$$\therefore a_n = 6 + (n-1) \times (-2) = -2n + 8$$

이때, $a_n \geq 0$ 에서 $-2n + 8 \geq 0$, 즉 $n \leq 4$ 이므로

$$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}| = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - (a_5 + a_6 + \cdots + a_{20})$$

$$= 2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}) = 2S_4 - S_{20}$$

$$= 2 \cdot \frac{4(6+0)}{2} - \frac{20(6-32)}{2} (\because a_4 = 0, a_{20} = -32)$$

$$= 24 + 260 = 284$$

40. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\log_2 a_n &= 2 + (n-1) \cdot 3 \\ &= 3n - 1\end{aligned}$$

$$a_n = 2^{3n-1}$$

$\frac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

41. 집합 $A = \left\{ x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수} \right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$\therefore n(A) = 8$

42. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 갯수를 구하여라.

$$\begin{aligned} B &\subset A \\ 2 &\in B \\ n(B) &= 3 \end{aligned}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

집합 B 는 원소 2를 반드시 포함하고 원소의 갯수가 3개인 집합 A 의 부분집합이다. 따라서 만족하는 집합 B 를 구하면 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}$ 이고, 총 6개이다.

43. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

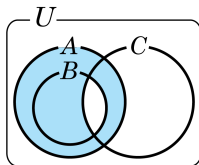
① $A - (B \cap C)$

② $(A - B) \cap C$

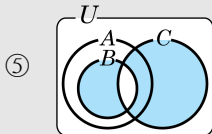
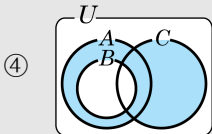
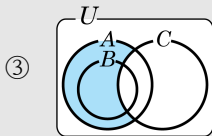
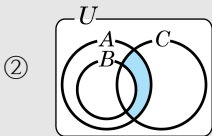
③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

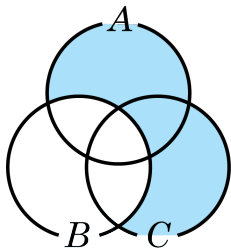
⑤ $(A \cap B) \cup C$



해설



44. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$

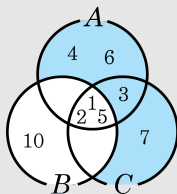
② $(A \cap C) - B$

③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

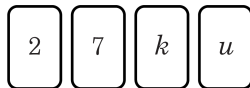
⑤ $(B \cup C) - A$

해설

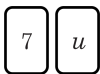


색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

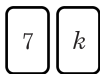
45. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



①



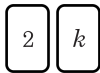
②



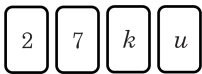
③



④



⑤



해설

주어진 규칙의 대우는 ‘한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.’이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.

46. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

I. $1 + a > \sqrt{1 + 2a}$

II. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

III. $a + \frac{1}{a} \geq 2$

IV. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$

V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) \geq 4$

VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 25$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

I. $(1+a)^2 - (\sqrt{1+2a})^2$
 $= a^2 > 0 \quad (\because a > 0)$

$\therefore (1+a) > \sqrt{1+2a} \quad (\bigcirc)$

II. $(\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
 $= 2(a+b) - (a+b+2\sqrt{ab})$
 $= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

$\therefore \sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (\bigcirc)$

III. $a + \frac{1}{a} \geq 2 \sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2 \quad (\bigcirc)$

IV. $\frac{2ab}{a+b} - \sqrt{ab} = \frac{-\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b}$
 $= \frac{-\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{a+b} \leq 0$

$\therefore \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \quad (\bigcirc)$

V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) = 4 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a}$

$\frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \geq 2 \sqrt{\frac{2a}{b} \times \frac{2b}{a}} = 4$

$\therefore 4 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \geq 8 \quad (\times)$

VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) = 17 + \frac{2a}{b} + \frac{8b}{a}$

$\frac{2a}{b} + \frac{8b}{a} \geq 2 \sqrt{\frac{2a}{b} \times \frac{8b}{a}} = 8$

$\therefore (2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) = 17 + \frac{2a}{b} + \frac{8b}{a} \geq 25 \quad (\bigcirc)$

47. 서로소인 두 자연수 $m, n(m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ 의 값은?

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{23}{18}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{5}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{2}{1 + \frac{3}{3}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

48. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}\text{㉠ } f(-x) &= \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}\end{aligned}$$

$$\text{㉡ } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{1+x}{1-x} \neq f(x)$$

$$\text{㉢ } f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1} = f(x)$$

따라서 ㉠, ㉢

49. $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a 의 최솟값은?

① -2

② $-\frac{7}{5}$

③ -1

④ $-\frac{4}{5}$

⑤ $-\frac{2}{5}$

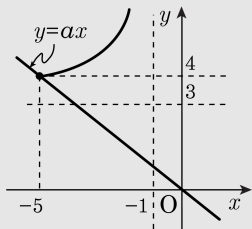
해설

$-5 \leq x < -1$ 에서 직선 $y = ax$ 가

함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x-1}{x+1} \\ &= \frac{3(x+1)-4}{x+1} \\ &= \frac{-4}{x+1} + 3 \end{aligned}$$

$y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같



고,

$x = -5$ 일 때 $y = 4$ 이므로 점 $(-5, 4)$ 를 지난다.

직선 $y = ax$ 가 점 $(-5, 4)$ 를 지날 때,

$$4 = -5a \text{에서 } a = -\frac{4}{5} \text{이다.}$$

따라서 $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 성립하려면

$$a \geq -\frac{4}{5} \text{이어야 하므로}$$

a 의 최솟값은 $-\frac{4}{5}$ 이다.

50. 한 은행은 고객으로부터 100 만원을 연이율 5%의 5년 만기 정기예금으로 받으면 그 중에서 90 만원을 연이율 $r\%$ 로 5년 동안 대출하고 나머지 10 만원은 예비비로 보관한다. 5년 후 은행은 대출금을 이자와 함께 회수하고 고객에게 정기예금을 이자와 함께 지불하여 20 만원의 수익을 얻으려고 한다. 이때, 대출 이율 r 을 구하는 식은? (단, 모든 이자는 1년마다의 복리로 계산한다.)

① $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 10^5$

② $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 2 \times 10^5$

③ $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 3 \times 10^5$

④ $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 = 10^5$

⑤ $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 = 2 \times 10^5$

해설

연이율 5%의 5년 만기 정기예금 100 만원에 대한 5년 후의 원리합계는 $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5$

대출 이율이 $r\%$ 인 대출금 90 만원에 대한 5년 후의 원리합계는 $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5$

이 은행은 100 만원의 정기예금에서 90 만원을 대출하고 10 만원의 예비비를 보관하고 있으므로 5년 후 20 만원의 수익을 얻으려면 정기예금의 원리합계와 대출금의 원리합계의 차가 10 만원이면 된다.

$$\therefore 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 = 10^5$$