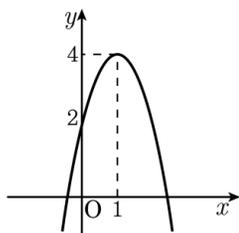


1. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$
꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,
 $y = -2(x - 1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
 $\therefore a = 4$
따라서 $a + b = 6$

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 (2, 2) 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 3) 이므로 $y = a(x - 1)^2 + 3$
(2, 2) 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$
따라서 구하는 식은
 $y = -(x - 1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로
 $b = 2, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 3$

3. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점(1, -4) 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

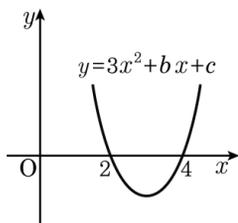
① $y = -x^2 - 4$ ② $y = (x - 1)^2$ ③ $y = -(x - 3)^2$

④ $y = -(x + 3)^2$ ⑤ $y = (x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로 $y = a(x - 3)^2$ 이고,
점 (1, -4) 를 지나므로
 $-4 = a(1 - 3)^2$, $a = -1$
 $\therefore y = -(x - 3)^2$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

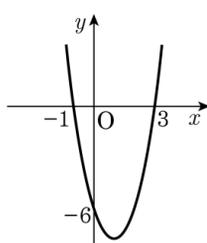
해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

5. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



- ① $y = x^2 + 2x - 6$ ② $y = 2x^2 + 4x - 6$
③ $y = x^2 - 2x - 6$ ④ $y = 2x^2 - 4x - 6$
⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
구하는 식은 $y = a(x + 1)(x - 3)$
 $(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$
 $\therefore a = 2$
 $y = 2(x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$
 $\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

6. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\ &= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14 \\ y &= 2x^2 - 12x - 4 \\ &= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22 \\ \therefore M - m &= 14 + 22 = 36\end{aligned}$$

8. 다음 함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = 2(x-3)^2$

② $y = x(x-1)$

③ $y = 3x^2 - x + 2$

④ $y = -x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = (2x+1)(2x-1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a < 0$ 일 때 이차함수가 최댓값을 갖는다.

9. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다. 이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

10. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식 $y = a(x-p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$$y = a(x+3)^2 + 1$$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a(0+3)^2 + 1, a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1 \text{ 이다.}$$

$\therefore a = -\frac{1}{3}, p = -3, q = 1$ 이므로

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

11. 최댓값이 6 이고, 대칭축이 $x = 3$ 인 이차함수의 식이 $y = -(x-p)^2 + q$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

최댓값이 6 이므로 $q = 6$
대칭축이 $x = 3$ 이므로 $p = 3$
 $\therefore p + q = 3 + 6 = 9$

12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 4를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - 2ax + b = (x - a)^2 + b - a^2$
 $x = 1$ 일 때, 최솟값이 4 이므로
 $y = (x - 1)^2 + 4$ 이다.
따라서 $a = 1, b - 1 = 4, b = 5$ 이다.
 $\therefore a + b = 6$

13. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\ &= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{의 최솟값} : m &= -a^2 - 2a - 5 \\ &= -(a + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$m \text{의 최댓값} : -4$$

14. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -5

▷ 정답: 5

해설

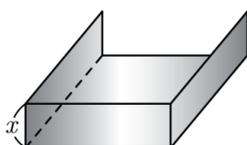
두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면

$$y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$$

$x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.

따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

15. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & \text{단면의 넓이를 } y \text{ 라 하면} \\ y &= x(60 - 2x) \\ &= -2x^2 + 60x \\ &= -2(x^2 - 30x + 225 - 225) \\ &= -2(x - 15)^2 + 450 \\ x &= 15 \text{ 일 때, 최대 넓이 } 450 \end{aligned}$$

16. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값은?

- ① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 x , 세로를 $20 - x$ 라 하자.

$$y = x(20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 y 의 최댓값은 100이다.

17. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

반지름 x cm, 호의 길이를 $(24 - 2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 36 cm^2 를 가진다.

따라서 호의 길이는 $24 - 2x = 12 \text{ cm}$ 이다.

19. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 2초

▷ 정답: 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

21. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로부터의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 4초

▷ 정답: 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 (3, 2), (-2, -3) 을 지나므로,

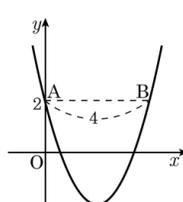
$a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로

$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

23. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, \overline{AB} 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -4$

▷ 정답: $b = 2$

해설

B 의 좌표가 (4, 2) 이므로 A(0, 2), B(4, 2) 를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

24. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x+1)(x-3)$
 $(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4+1)(4-3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

25. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

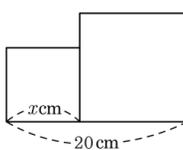
$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } m \text{ 은 최댓값 } \frac{1}{4} \text{ 을 갖는다.}$$

26. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20 - x$, 넓이를 y 라고 하면
 $y = x^2 + (20 - x)^2$
 $= 2x^2 - 40x + 400$
 $= 2(x - 10)^2 + 200$
 따라서 $x = 10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

27. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$
$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

28. 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 2)$, $B(-4, 3)$ 와 직선 $y = 1$ 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

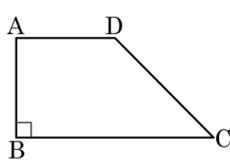
해설

점 P 의 좌표를 $(a, 1)$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (a^2 + 1) + \{(a + 4)^2 + 4\} \\ &= 2a^2 + 8a + 21 \\ &= 2(a + 2)^2 + 13\end{aligned}$$

따라서 $a = -2$ 일 때, 최솟값은 13이다.

29. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 18$ 일 때, 이 사다리꼴의 최대 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

꼭짓점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 변 AB 의 길이를 x 라 하면 $\triangle DHC$ 는 이등변삼각형이고 변 BC 의 길이는 $18 - x$ 이다.

$$\overline{AB} = \overline{DH} = \overline{HC} = x$$

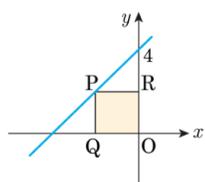
$$\overline{AD} = \overline{BH} = 18 - x - x = 18 - 2x$$

사다리꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \{ (18 - 2x) + (18 - x) \} \times x \\ &= -\frac{3}{2}x^2 + 18x \\ &= -\frac{3}{2}(x - 6)^2 + 54 \end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 사다리꼴 넓이의 최댓값은 54 이다.

30. 다음 그림과 같이 직선이 $y = x + 4$ 위의 점 P에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR의 넓이를 S 라 한다. S 가 최대가 될 때 점 P의 좌표는?



- ① (2, 1) ② (2, 4) ③ (-2, 2)
 ④ (-2, -4) ⑤ (4, 2)

해설

점 P의 좌표는 $(a, a + 4)$ 이고 넓이는 S 이므로
 $S = a(a + 4) = (a^2 + 4a + 4) - 4 = (a + 2)^2 - 4$
 $\therefore P(-2, -2 + 4) = P(-2, 2)$