

1. ‘아름다운 대한민국’이라는 문장 속에서 자음의 집합을 A , 모음의 집합을 B 라고 할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{ \text{ㅇ, ㄹ, ㅁ, ㄷ, ㄴ, ㅎ, ㄱ} \}$ 이므로 $n(A) = 7$

$B = \{ \text{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ} \}$ 이므로 $n(B) = 5$

따라서 $n(A) - n(B) = 7 - 5 = 2$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 일 때, 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 원소를 구하면 된다.

$A \cap B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{\text{월요일, 화요일, 수요일, 목요일, 금요일, 토요일, 일요일}\}$,
 $B = \{\text{토요일, 일요일}\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 는?

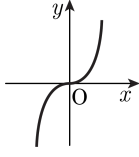
- ① 6
- ② 5
- ③ 4
- ④ 3
- ⑤ 2

해설

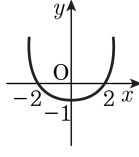
$A - B = \{\text{월요일, 화요일, 수요일, 목요일, 금요일}\}$

4. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

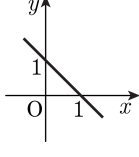
①



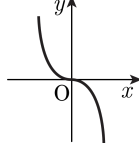
②



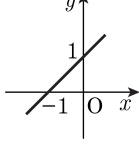
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

5. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = |x - 1|$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

6. $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

7. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면 $a+b\sqrt{c}$ 가 된다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$a=5, b=-2, c=6$$

$$\therefore a+b+c=9$$

8. 등식 $a(1 + 3\sqrt{2}) + b(2 - \sqrt{2}) = -4 + 9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = -3$

② $a = 1, b = -2$

③ $a = 2, b = -3$

④ $a = -2, b = -1$

⑤ $a = -2, b = 3$

해설

$(a + 2b) + (3a - b)\sqrt{2} = -4 + 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = -4 \\ 3a - b = 9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

$$\therefore a = 2, b = -3$$

9. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 키가 작은 학생들의 모임
- ② 10 에 가까운 수의 모임
- ③ 우리 반에서 배우는 교과목의 모임
- ④ 영어를 잘하는 학생들의 모임
- ⑤ 1 보다 작은 자연수의 모임

해설

③, ⑤는 기준이 명확하므로 집합이다.

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $B \cup X = X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

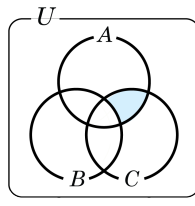
① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$B \subset X$ 이므로 X 는 1, 2를 반드시 포함하여 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)가 된다.

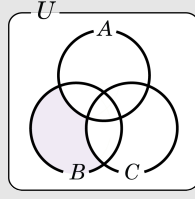
11. 다음 벤다이어그램의 어두운 부분을 나타내는 집합이 아닌 것은?

- ① $B \cap (A \cup C)^c$
② $B^c \cap (A \cap C)$
③ $(A \cap C) - B$
④ $(B \cup C) \cap (A - B)$
⑤ $(A \cap C) - (B \cap C)$



해설

① $B \cap (A \cup C)^c = B - (A \cup C)$



12. $0 < a < 1$ 일 때, $P = \frac{1}{a}$, $Q = \frac{1}{2-a}$, $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $P < R < Q$ ② $R < Q < P$ ③ $Q < P < R$
 ④ $Q < R < P$ ⑤ $R < P < Q$

해설

$$\text{i) } \frac{1}{a} - \frac{1}{2-a} = \frac{2-a-a}{a(2-a)} = \frac{2(1-a)}{a(2-a)}$$

이 때 $a > 0$, $2-a > 0$, $1-a > 0$ 이므로

$$\frac{2(1-a)}{a(2-a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{2-a}$$

즉, $P > Q$

$$\text{ii) } \frac{1}{a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a^2}{a(2+a)} = \frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)}$$

이 때 $a > 0$, $2+a > 0$, $a-2 < 0$, $a+1 > 0$ 이므로

$$\frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{a}{2+a}$$

즉, $P > R$

$$\text{iii) } \frac{1}{2-a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a(2-a)}{(2-a)(2+a)}$$

$$= \frac{2+a-2a+a^2}{(2-a)(2+a)} = \frac{a^2-a+2}{(2-a)(2+a)}$$

이 때 $2-a > 0$, $2+a > 0$, $a^2-a+2 > 0$ 이므로 $\frac{1}{2-a} > \frac{a}{2+a}$

$\therefore Q > R$ 따라서, $P > Q > R$ 이다.

13. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

14. 함수 $f(x) = kx + 1$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?
(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① 4

② 3

③ 2

④ -1

⑤ -2

해설

f^{-1} 이므로 $f \circ f = I$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$

$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0$ 따라서 $k = -1$

15. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$m + n = 4$$

16. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

17. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3, \beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

18. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 가 $x \in A$ 인 모든 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

집합 A 에서 B 로의 함수 f 가
 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키려면
 -1 이 대응할 수 있는 원소는
 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5가지.
 0 이 대응할 수 있는 원소는
 $f(-0) = -f(0)$ 에서, $2f(0) = 0$,
즉 0 의 1가지
 1 이 대응할 수 있는 원소는 $-f(-1)$ 의 1가지
따라서, 함수 f 의 개수는 $5 \times 1 \times 1 = 5$ (개)

19. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$M + m = 7 + 1 = 8$

20. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $\frac{|a|+|b|}{\sqrt{(a-b)^2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{a+b}{a-b}$ ② $\frac{a+b}{b-a}$ ③ -1 ④ 1 ⑤ a

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이면}$$

$$a < 0, b > 0 \text{ 이므로 } |a| = -a, |b| = b$$

$$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = b-a$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{b-a}{b-a} = 1$$

21. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 - y^3 - 3(x - y)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\&= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$y = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x - y = \sqrt{2}, xy = 1$$

$$x^3 - y^3 - 3(x - y)$$

$$= (x - y)^3 + 3xy(x - y) - 3(x - y)$$

$$= (\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

22. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

① $y = (x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

② $y = (x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

③ $y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

④ $y = -(x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

⑤ $y = -(x+2)^2 + 1 (x \leq 2)$

해설

$$y = -\sqrt{1-x} + 2 \text{ 에서 } 1-x \geq 0 \text{ 이므로 } x \leq 1$$

$$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0 \text{ 이므로 } y \leq 2$$

$$1-x = (y-2)^2, \quad x = -(y-2)^2 + 1$$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$$

23. 두 조건 $p: |x-k| \leq 1$, $q: -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

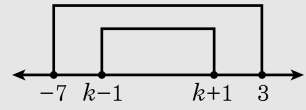
① -12 ② -4 ③ 8 ④ 4 ⑤ 12

해설

$p: |x-k| \leq 1$ 에서 $-1 \leq x-k \leq 1$

$\therefore k-1 \leq x \leq k+1 \cdots \text{㉠}$

$p \rightarrow q$ 가 참이면 ㉠이 $q: -7 \leq x \leq 3$ 에 포함되어야 한다.
수직선에 나타내면



$k-1 \geq -7 \therefore k \geq -6$

$k+1 \leq 3 \therefore k \leq 2$

따라서 k 의 최솟값은 -6, k 의 최댓값은 2 이다.

$\therefore -6 + 2 = -4$

24. P 섬에 사는 사람들은 오직 진실만을 말하고, Q 섬에 사는 사람들은 오직 거짓만을 말한다. 이 두 섬으로부터 온 세 사람 A, B, C가 있다. A, B는 다음과 같이 말했다.

A : 우리는 모두 Q 섬에서 왔다.B : 우리들 중 오직 한 사람만이 P 섬에서 왔다.

A, B, C는 각각 어느 섬으로부터 왔는가?

- ① A,B는 P 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ② A,B는 Q 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ③ A,B,C는 모두 Q 섬에서 왔다.
- ④ B는 P 섬, A,C는 Q 섬에서 왔다.
- ⑤ B는 Q 섬, A,C는 P 섬에서 왔다.

해설

A의 말은 거짓이다. 즉, A는 Q 섬 사람이고 ‘우리 모두 Q 섬 사람이다.’가 거짓이므로 B, C 중 P 섬 사람이 있어야 한다. 만일 B가 P 섬 사람이면 B의 말이 진실이므로 C는 Q 섬에서 왔다. 그러나 B가 Q 섬에서 왔다면 B의 말이 거짓이므로 P 섬 사람이 둘 이상이어야 하는데 A와 B가 Q 섬 사람이므로 모순이다. 따라서, B는 P 섬, A,C는 Q 섬에서 왔다.

25. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

의 값은?

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{5}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$