

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉢ : 월, 화, 수, ..., 일
- ㉥ : 2, 4, 6, ..., 94, 96, 98
- ㉡, ㉣, ㉤은 기준이 분명하지 않다.

2. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는?

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

전체 부분집합의 개수 : $2^5 = 32$

공집합을 제외한 부분집합의 개수 : $32 - 1 = 31$

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$ 에서 집합 B 의 원소를 포함하는 A 의 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3\}$

▷ 정답 : $\{1, 2, 3\}$

해설

집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 1, 3을 원소로 포함하는 부분집합을 구하면 $\{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}, B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\square, \triangle$ 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

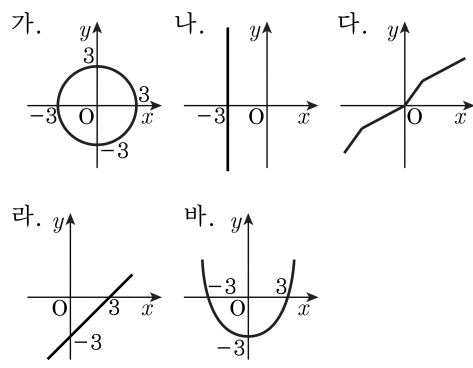
▷ 정답 : c

▷ 정답 : a

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

5. 다음 중 함수의 그래프인 것을 모두 고른 것은?



① 가, 나, 다

② 가, 나, 마

③ 다, 라, 마

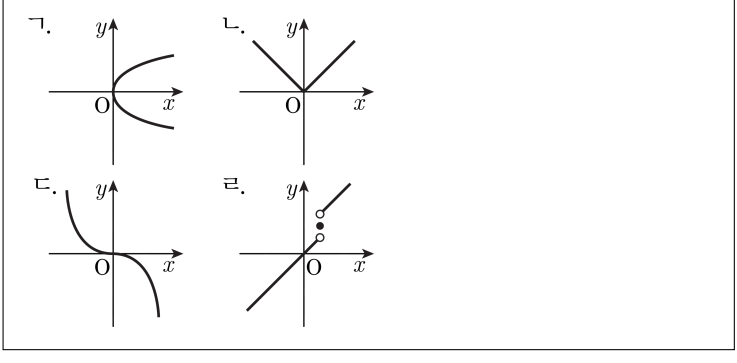
④ 나, 마

⑤ 가, 마

해설

주어진 x 에 y 값이 하나만 대응되어야 한다.
∴ 다, 라, 마 가 함수이다.

6. 다음 방정식의 자취들 중 함수인 것은 x 개, 일대일 대응인 것은 y 개이다. $x + y$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수는 주어진 x 에 y 값이 하나씩 대응해야 한다.
따라서 ㉠, ㉡, ㉢ 이 함수이다.
일대일 대응은 함수 중에 치역과 공역이 일치하는 것을 말한다.
따라서 ㉢이 일대일 대응이다.
 $\therefore x + y = 4$

7. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 구하면?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

a, b, c 에 대응하는 원소를
순서쌍 $(f(a), f(b), f(c))$ 으로 나타내면
 $(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2),$
 $(3, 2, 1)$ 이므로
 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수는 6개이다.

8. 두 함수 $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$f(1) = 0$ 이므로 $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$
 $\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$

9. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가) 조건이다.
 - 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나) 조건이다.

- ① 필요, 필요

② 필요, 충분

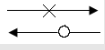
③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$



$a = b \therefore$ 필요

$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore$ 필요

10. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

11. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt[3]{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x > 0$ 이므로

$$8x^2 + \frac{2}{x} = 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$
$$\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6$$

(단, 등호는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

12. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $1 - a$

③ $1 - a^2$

④ $1 + a^2$

⑤ $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

13. $x : y : z = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{50}{47}$

② $\frac{47}{50}$

③ $\frac{49}{50}$

④ $\frac{24}{25}$

⑤ $\frac{26}{25}$

해설

$$x : y : z = 3 : 4 : 5 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k (k \neq 0)$$

$$\therefore x = 3k, y = 4k, z = 5k$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{3k \cdot 4k + 4k \cdot 5k + 5k \cdot 3k}{(3k)^2 + (4k)^2 + (5k)^2} \\ &= \frac{47k^2}{50k^2} = \frac{47}{50} \end{aligned}$$

14. $1 < a < 4$ 일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a+4+a-1 = 3 \end{aligned}$$

15. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

16. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

17. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

18. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 10 개 ② 8 개 ③ 6 개 ④ 4 개 ⑤ 2 개

해설

$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$ 이므로

$(A \cap B) \subset X \subset A$

집합 X 는 3, 4 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

19. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합이 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$ 일 때, $(A \cap B)^c$ 의 원소의 개수를 바르게 구한 것은?

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$A \cap B = \{1, 2\}$ 이므로
 $(A \cap B)^c = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
따라서 $n(A \cap B)^c = 8$ 이다.

20. 두 조건 $p: x$ 는 한 자리의 소수, $q: |x+a| \leq 3$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 P, Q 라 하면 $P = \{2, 3, 5, 7\}$
 $|x+a| \leq 3$
 $\Leftrightarrow -3 \leq x+a \leq 3$
 $\Leftrightarrow -a-3 \leq x \leq -a+3$
 $Q = \{x \mid -a-3 \leq x \leq -a+3\}$
 p 는 q 이기 위한 충분조건이므로
 $\{2, 3, 5, 7\} \subset \{x \mid -a-3 \leq x \leq -a+3\}$
즉, $-a-3 \leq 2, -a+3 \geq 7$ 이므로 $-5 \leq a \leq -4$
따라서 a 의 최댓값은 -4 , 최솟값은 -5 이므로 $(-4) \times (-5) = 20$

21. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f, g 가 각각 $f(x) = 3x - 4$, $g(x) = 2x - 1$ 일 때, $(f \circ g^{-1})(k) = 2$ 를 만족하는 실수 k 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$(f \circ g^{-1})(k) = 2 \text{ 에서 } f(g^{-1}(k)) = 2$$

$$g^{-1}(k) = t \text{ 로 놓으면 } f(t) = 2$$

$$3t - 4 = 2$$

$$\therefore t = 2$$

$$\text{따라서 } g^{-1}(k) = 2 \text{ 이므로 } g(2) = k$$

$$\therefore k = g(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$$

22. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + a$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

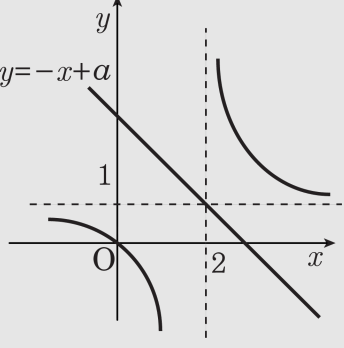
해설

$$y = \frac{x-1}{x-2} = \frac{(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 1$$

즉, 점근선이 $x = 2, y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는 다음 그림과 같다.

이 그래프가 직선 $y = -x + a$ 에 대하여 대칭이 되려면 직선 $y = -x + a$ 가 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로 $1 = -2 + a$

$$\therefore a = 3$$



23. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 24 개

해설

(i) a 을 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
(ii) d 를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
(i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

24. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16\}$, $B = \{1, 3, 8, 10, 13, 16\}$ 이고 $B \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $B \subset X$

② $X \subset (A \cup B)$

③ $(A \cap B) \subset X \subset B$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $\{10, 13\} \subset X$

해설

$B \cap X = X$ 일 때 $X \subset B$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

- ① $X \subset B$ 이므로 옳지 않다.
- ④ $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이지만 $X \subset A$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset A$ 라고 할 수 없다.
- ⑤ $\{10, 13\} \subset A \cap B$ 이므로 $\{10, 13\} \subset X$ 이다.

25. 다음 <보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서 y 축에 대하여 대칭인 것을 모두 고르면?

- I. $y = 2|x| + 1$
II. $|y| = 2x + 1$
III. $|y| = 2|x| + 1$

- ① I ② II ③ III ④ I, II ⑤ I, III

해설

- I. x 에 절댓값이 있으므로 y 축에 대하여 대칭
II. y 에 절댓값이 있으므로 x 축에 대하여 대칭
III. x, y 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고 또한 y 축에 대해서도 대칭이다.