1. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2,\ -6)$, 대칭축의 방정식 $x = 2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ -10)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$
② $y = x^2 - 4x + 5$
③ $y = -x^2 - 2x + 3$
④ $y = -x^2 + 4x - 10$
⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x-2)^2 - 6$ 에 $(0, -10)$ 을 대입한다.
$a = -1$
$\therefore y = -x^2 + 4x - 10$

2. 다음 표는 9 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 것이다. 이때, 턱걸이 횟수에 대한 중앙값과 최빈값을 구하여라.

횟수	4	5	6	7	8	합계
학생의 수	3	2	2	1	1	9

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 5

▷ 정답 : 최빈값 : 4

해설

변량을 순서대로 나열하면
4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8 이므로 중앙값은 5 이고, 학생 수가 가장 많은 턱걸이 횟수인 4 가 최빈값이다.

3. 다음은 학생 10 명의 음악 실기 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 음악 실기 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	2	160
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

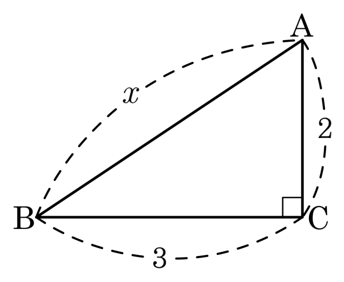
학생들의 음악 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-73)^2\times3+(70-73)^2\times3+(80-73)^2\times2+(90-73)^2\times2\}$$
$$= \frac{1}{10}(507+27+98+578) = 121$$

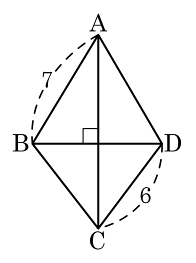
4. 다음 그림의 직각삼각형에서 빗변 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ 4 ⑤ 13

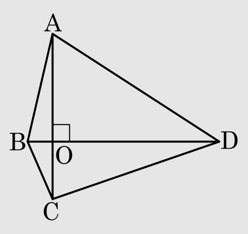
해설
$\overline{AB} = x = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

5. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AB}=7$, $\overline{CD}=6$ 일 때, $\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$ 의 값은?



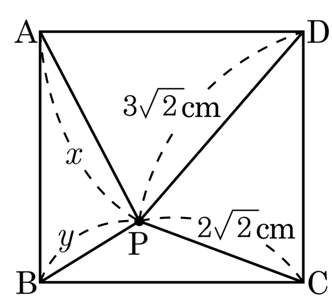
① $\sqrt{13}$　② $\sqrt{85}$　③ 13
④ 85　⑤ 169

해설



대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다.
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$
$\therefore\ \overline{AD}^2+\overline{BC}^2=7^2+6^2=85$

6. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}$cm , $\overline{PD} = 3\sqrt{2}$cm 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

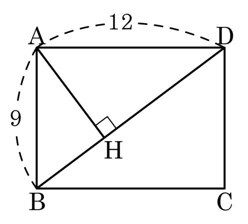


① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 9$, $\overline{\mathrm{AD}} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{\mathrm{AH}}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

해설

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{\mathrm{AH}}$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 7.2$

8. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $486\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $162\sqrt{3}\text{cm}^2$
④ 486cm^2 ⑤ 162cm^2

해설
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면
$\sqrt{3}a = 9$이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}$cm이다.
정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로
$6 \times \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 162(\text{cm}^2)$

9. 포물선 $y = -2x^2 + 4x - 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을A, B 라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = -2x^2+4x+6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은 $-2x^2+4x+6 = 0$ 의 근과 같다.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x = 3$ 또는$x = -1$

$\mathrm{A}(3,\ 0),\ \mathrm{B}(-1,\ 0)$

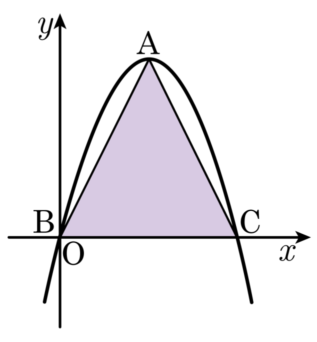
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 4$

10. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $y=6x-14$ ② $y=2x+4$ ③ $y=2x+2$
④ $y=x+2$ ⑤ $y=x+4$

해설
꼭짓점은 $(2,\ 6)$,
$x=0$ 일 때 $y=4$ 이므로
y 축과의 교점은 $(0,\ 4)$
두 점 $(2,\ 6)$, $(0,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{6-4}{2-0}=1$,
y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y=x+4$

11. 이차함수 $y=-x^2+4x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하면? (점 A 는 꼭짓점)



① 32 ② 16 ③ 8 ④ 4 ⑤ 2

해설

$y=-(x-2)^2+4$ 에서 A$(2,\ 4)$ 이므로 삼각형의 높이는 4 이다.
$y=x(x-4)$ 에서 B$(0,\ 0)$, C$(4,\ 0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{BC}}=4$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$

12. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 2, 3, 4 사분면을 지난다고 할 때, a, b, c의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?

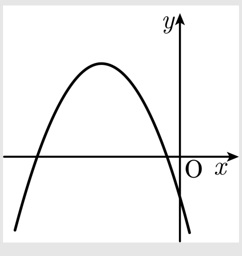
① $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ ② $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

③ $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ ④ $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$

⑤ $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$

해설

그림을 그려 보면 다음과 같다.



위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$

축의 방정식 $x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

13. 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2　② 2　③ -6　④ 6　⑤ 1

해설

$y = a(x+2)^2 + 3$ 이 점 $(1,\ -6)$ 을 지나므로
$-6 = a(1+2)^2 + 3,\ a = -1$ 이다.
$\therefore y = -(x+2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$
$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

14. 가로의 길이가 5cm , 세로의 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x$cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

15. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답: ______ 점

▷ 정답: 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은
$8.5 \times 4 = 34$(점)
5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$\frac{34+x}{5} = 7.5$, $34 + x = 37.5$ $\therefore x = 3.5$(점)

16. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$
④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설
X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

17. 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이므로

$\dfrac{5+3+a+b+9}{5}=5,\ a+b+17=25$

$\therefore\ a+b=8\cdots$㉠

또, 분산이 6 이므로

$\dfrac{(5-5)^2+(3-5)^2+(a-5)^2}{5}+$

$\dfrac{(b-5)^2+(9-5)^2}{5}=6$

$\dfrac{0+4+a^2-10a+25+b^2-10b+25+16}{5}=6$

$\dfrac{a^2+b^2-10(a+b)+70}{5}=6$

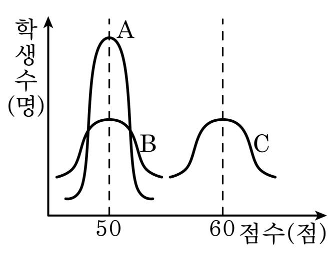
$a^2+b^2-10(a+b)+70=30$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times 8-40=40$

18. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

19. 10 개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 의 평균이 6 이고 분산이 5 일 때, 다음 10 개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \cdots - 3x_{10} + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

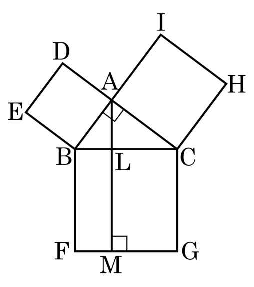
▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

(평균)$= -3 \cdot 6 + 1 = -17$,
(분산)$= (-3)^2 \cdot 5 = 45$

20. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BH} = \overline{AG}$

② $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$

③ $\triangle ACH = \triangle LMC$

④ $\triangle ADB = \frac{1}{2}\square BFML$

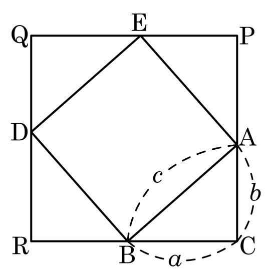
⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2}\square ACHI$

해설

⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$

$\square ACHI = \overline{AC}^2$ 이므로 $\triangle ABC \neq \frac{1}{2}\square ACHI$ 이다.

21. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 이때 ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



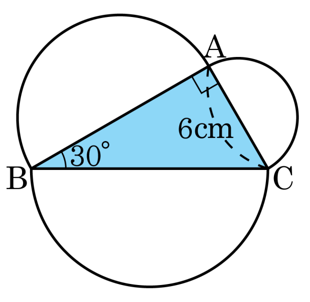
[가정] $\triangle$ABC 에서 $\angle$C $= 90°$
[결론] $a^2 + b^2 = c^2$
[증명] 직각삼각형 ABC 에서 두 선분
CB, CA 를 연장하여 정사각형 CPQR를 만들고,
$\overline{\mathrm{PE}} = \overline{\mathrm{QD}} = b$ 인 두 점 D, E 를 잡아
정사각형 AEDB 를 그린다.
$\square$CPQR $=$ (①) $+ 4 \times$ (②)
(③) $= c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$
$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 +$ (④)
따라서 (⑤) 이다.

① $\square$AEDB　② $\triangle$ABC　③ $\triangle$ABC
④ $2ab$　⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

$\square$CPQR $= (a+b)^2$

22. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 고르면?



① $10\sqrt{3}\text{cm}^2$　② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $14\sqrt{3}\text{cm}^2$
④ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$　⑤ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
$\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 12(\text{cm})$
(색칠한 부분의 넓이) $=$ ($\triangle$ABC의 넓이)
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$
$= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

23. 두 점 $A(2,\ 1)$, $B(x,\ 6)$ 사이의 거리가 13 일 때, x 의 값을 구하여라. (단, $x > 0$)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(x-2)^2 + (6-1)^2} = 13$

$(x-2)^2 + 25 = 169$

$(x-2)^2 = 144$

$x - 2 = \pm 12$

$\therefore\ x = -10$ 또는 $x = 14$

$x > 0$ 이므로 $x = 14$ 이다.

24. 이차함수 $y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$ 의 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$

$y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+1$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 1)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(6-3)^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{25}=5$ 이다.

25. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a,\ 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

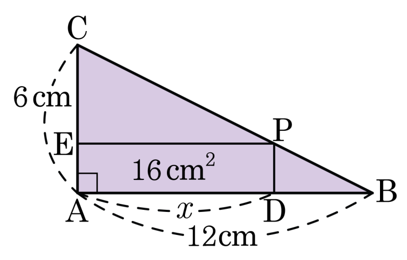
$y = -3x^2 + 6x + 4a$
$\quad = -3(x - 1)^2 + 3 + 4a$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지나므로 $2a - 7 = -3(-a - 1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$, $(3a + 7)(a - 1) = 0$

$\therefore a = -\frac{7}{3}\ or\ 1$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x\left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$

$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$

$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$

$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

27. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

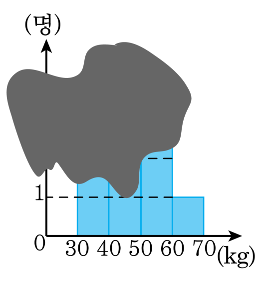
해설

$(\text{분산}) = \dfrac{\left\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$

$\dfrac{150000}{30} - 70^2 = 100$, 즉 분산은 100 이다.

따라서 표준편차는 10 이다.

28. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5,\quad x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

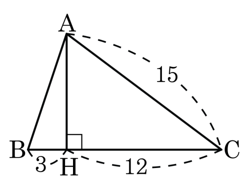
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2\times2+(45-49)^2\times3+(55-49)^2\times4+(65-49)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

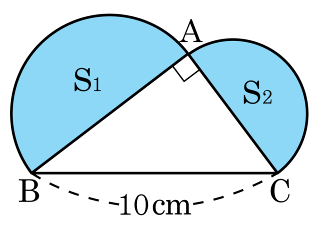
29. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$　② 13　③ $6\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{10}$　⑤ 5

해설
$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

30. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 S_1+S_2 의 값을 구하면?

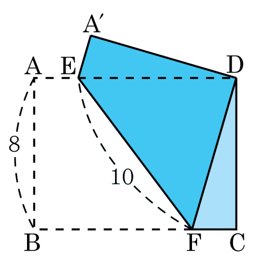


① $\frac{45}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{35}{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{25}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{15}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

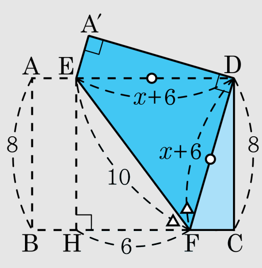
$$S_1+S_2=\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}+\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2\right)$$
$$=\frac{\pi}{8}\times\overline{BC}^2=\frac{25}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$$

31. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

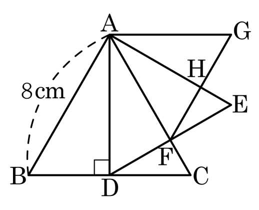
$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

$\triangle DFC$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2, 12x = 28 \therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

32. 다음 그림은 크기가 다른 정삼각형 3개를 겹쳐 그린 것이다. 가장 큰 정삼각형 ABC의 한 변의 길이가 8 cm 일 때, 가장 작은 정삼각형 AFG 의 넓이를 구하여라.



① $7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　④ $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

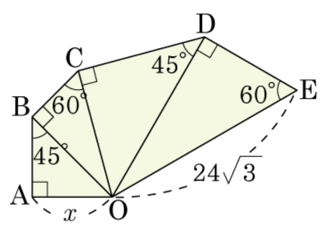
1) $\overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AF}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6\ (\mathrm{cm})$

2) $\triangle\mathrm{AFG}$ 는 한 변의 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{AFG} = 9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

33. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$　② $7\sqrt{3}$　③ $8\sqrt{3}$　④ $9\sqrt{3}$　⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{OE}} : \overline{\mathrm{OD}} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{\mathrm{OD}}$

$2\overline{\mathrm{OD}} = 72 \qquad \therefore\ \overline{\mathrm{OD}} = 36$

$\overline{\mathrm{OD}} : \overline{\mathrm{OC}} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{\mathrm{OC}}$

$\sqrt{2}\,\overline{\mathrm{OC}} = 36 \qquad \therefore\ \overline{\mathrm{OC}} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

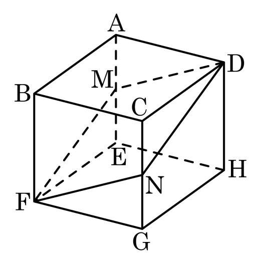
$\overline{\mathrm{OC}} : \overline{\mathrm{OB}} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{\mathrm{OB}}$

$2\overline{\mathrm{OB}} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{\mathrm{OB}} = 9\sqrt{6}$

$\overline{\mathrm{OB}} : \overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{\mathrm{OA}}$

$\sqrt{2}\,\overline{\mathrm{OA}} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{\mathrm{OA}} = 9\sqrt{3}$

34. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{\mathrm{AE}}$의 중점을 M, $\overline{\mathrm{CG}}$의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

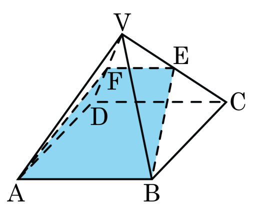
해설

$\overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{AC}} = 6\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{DF}} = 6\sqrt{3}$,

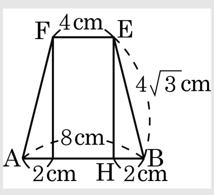
□MFND 의 넓이 : $6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$

35. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정사각뿔에서 $\overline{\mathrm{VC}}$, $\overline{\mathrm{VD}}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이를 구하면?



① $11\sqrt{10}\,\mathrm{cm}^2$　② $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$　④ $12\sqrt{11}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{EF}} // \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로 □ABEF 는 등변사다리꼴이다.

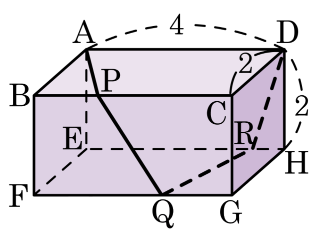
$\overline{\mathrm{AB}} = 8\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{EF}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} = 4\,\mathrm{cm}$ ($\because$ 중점연결 정리)

$\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{AF}}$ 는 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{AF}} = 4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

사다리꼴의 높이 $\overline{\mathrm{EH}} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\mathrm{cm})$ 이다.

$\therefore$ □ABEF $= (8+4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\mathrm{cm}^2)$

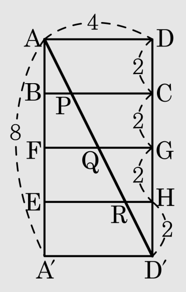
36. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{FG}}$, $\overline{\mathrm{EH}}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RD}}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

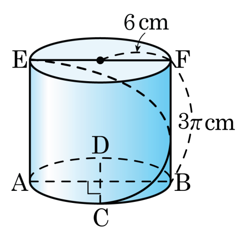
전개도를 그려 보면



$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RD}}$ 의 최솟값은 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

37. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$)



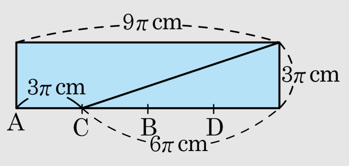
▶ 답 : __________ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2}$ =

$3\sqrt{10}\pi$ (cm)



38. 이차함수 $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$ 의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때, k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < k < 0$

해설

$y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$
$= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18$
$= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18$

꼭짓점은 $(-k,\ k^2 - 3k - 18)$

이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$-k > 0 \quad \therefore\ k < 0$

$k^2 - 3k - 18 < 0$

$(k+3)(k-6) < 0$

$\therefore\ -3 < k < 6$

따라서 $-3 < k < 0$ 이다.

39. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$　② $a \leq -\frac{3}{4}$　③ $a \leq \frac{3}{4}$
④ $a \leq 3$　⑤ $a \geq -3$

해설

$y = a(x-2)^2 + 3(a < 0)$
$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$
$(y$절편$) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$
$\therefore\ a \leq -\frac{3}{4}$

40. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{1}{8}$

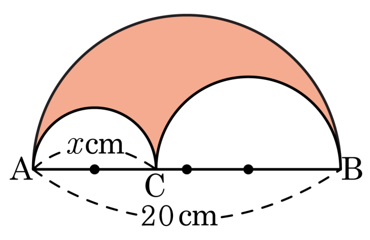
해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x-m)^2 + (m^2 + m)$ 에서
위로 볼록이므로 최댓값은 $m^2 + m$

$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$\therefore M$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

41. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하면?



① 10　② 15　③ 16　④ 25　⑤ 36

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = (20 - x)\,\mathrm{cm}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는
(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합) 이다.

$$\frac{1}{2} \times 10^2\pi - \left\{\frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{20-x}{2}\right)^2\right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{x^2}{8}\pi + \frac{400 - 40x + x^2}{8}\pi\right) = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{2x^2 - 40x + 400}{8}\right)\pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

$$\begin{aligned} y\pi &= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x-10)^2 + 25\pi \text{이다.} \end{aligned}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $25\pi\,\mathrm{cm}^2$ 를 갖는다.

42. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 a, $a+50$, b 인 삼각형이 직각 삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

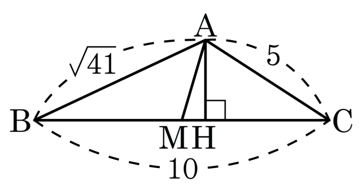
▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a+50$ 이 빗변인 경우이다.
피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=(a+50)^2$
$\therefore\ b=10\sqrt{a+25}$
그런데 b는 자연수이므로 $a+25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.
이때, $a+25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a+25=36$ 에서 $a=11$ 일 때이다.
따라서 b의 최솟값은 $10\sqrt{11+25}=60$ 이다.

43. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$ 이고, $\overline{AB}=\sqrt{41}$, $\overline{BC}=10$, $\overline{CA}=5$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{HC}=x$ 라 하면

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH}^2=5^2-x^2$

또, $\triangle$ABH 에서 $\overline{AH}^2=(\sqrt{41})^2-(10-x)^2$

$\therefore 5^2-x^2=(\sqrt{41})^2-(10-x)^2$

$25-x^2=41-(100-20x+x^2)$

$25-41+100=20x \quad \therefore x=\dfrac{21}{5}$

따라서 $\triangle$AMH 에서

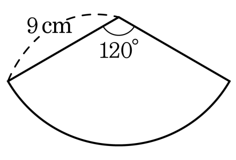
$\overline{MC}=5 \quad \therefore \overline{MH}=5-\dfrac{21}{5}=\dfrac{4}{5}$ 이고

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-\left(\dfrac{21}{5}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{184}}{5}$ 이다.

$\overline{AM}^2=\overline{AH}^2+\overline{MH}^2=\dfrac{184}{25}+\dfrac{16}{25}=8$

따라서 $\overline{AM}=2\sqrt{2}$ 이다.

44. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $9\,\mathrm{cm}$ 이고 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^3

▷ 정답: $18\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$2\pi \times 9 \times \dfrac{120°}{360°} = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이는 $3\,\mathrm{cm}$ 이다.

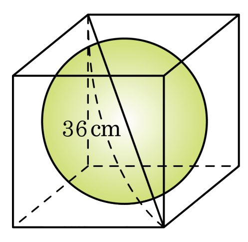
높이를 h 라 하면

$81 - 9 = h^2$

$h = 6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ V = 9\pi \times 6\sqrt{2} \times \dfrac{1}{3} = 18\sqrt{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

45. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

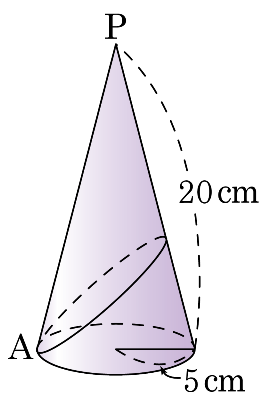
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \qquad \therefore\ a = 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

46. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20cm, 밑면의 원의 반지름의 길이가 5cm 인 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 로 되돌아오는 최단 거리를 구하여라.



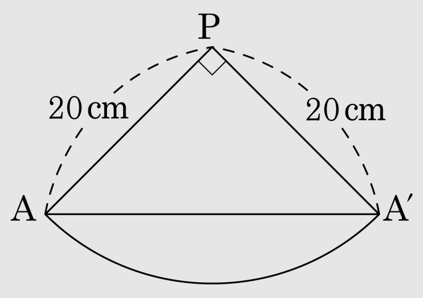
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $20\sqrt{2}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{5}{20} \times 360° = 90°$,



최단 거리 $\overline{AA'} = 20\sqrt{2}$ cm 이다.