1. n 개의 변량 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ \cdots,\ x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1,\ 3x_2,\ 3x_3,\ \cdots,\ 3x_n$ 의 평균과 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

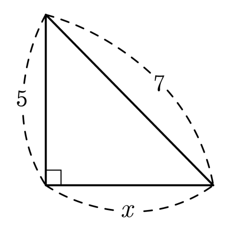
▷ 정답 : 평균 : 12

▷ 정답 : 표준편차 : 9

해설

(평균)$= 3 \cdot 4 = 12$
(표준편차)$= |3|3 = 9$

2. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $2\sqrt{3}$　② $2\sqrt{6}$　③ $3\sqrt{8}$
④ 4　⑤ 6

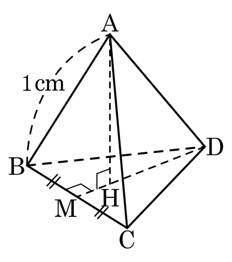
해설

빗변이 7 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2+5^2=7^2$ 이 성립하므로

$$\begin{aligned} x^2 &= 7^2 - 5^2 \\ &= 49 - 25 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$\therefore x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\ (\because x > 0)$

3. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $1\,\mathrm{cm}$ 인 정사면체 $\mathrm{A-BCD}$ 의 부피는?



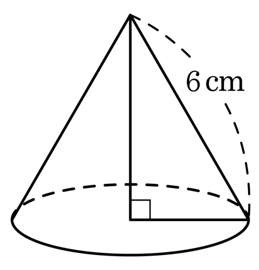
① $\frac{1}{12}\,\mathrm{cm}^3$
② $\frac{\sqrt{2}}{12}\,\mathrm{cm}^3$
③ $\frac{1}{6}\,\mathrm{cm}^3$
④ $\frac{\sqrt{5}}{12}\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $\frac{\sqrt{6}}{12}\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\overline{\mathrm{DM}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\triangle\mathrm{DBC} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}(\mathrm{cm}^3)$

4. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 밑면의 둘레의 길이가 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원뿔의 높이와 부피를 구한 것은?



① $6\,\mathrm{cm},\ 6\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $6\,\mathrm{cm},\ \sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $2\,\mathrm{cm},\ 2\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　④ $9\,\mathrm{cm},\ 9\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm},\ 9\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

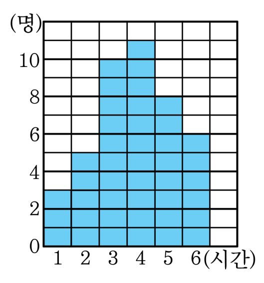
해설

$2\pi r = 6\pi$ 에서 반지름 $r = 3\,(\mathrm{cm})$

높이 : $\sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

부피 : $9\pi \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 9\sqrt{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

5. 다음은 희정이네 학급 43 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 운동시간의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 3, 최빈값 : 3

② 중앙값 : 3, 최빈값 : 4

③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 3

④ 중앙값 : 4, 최빈값 : 4

⑤ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

해설

최빈값은 학생 수가 11 명으로 가장 많을 때인 4 이고, 운동시간을 순서대로 나열하면
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6 이므로 중앙값은 4 이다.

6. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3　② 3.2　③ 3.4　④ 3.6　⑤ 3.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$1-2+3+x+0=0, \quad x+2=0 \quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{1^2+(-2)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

7. 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

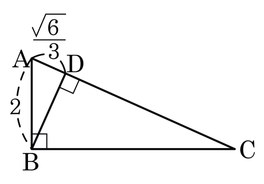
8. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2 개)

① 8 cm ② $\sqrt{13}$ cm ③ 13 cm
④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $\sqrt{85}$ cm

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 $6, 7, x$ 라고 두자.
7을 가장 긴 변으로 하면
$7^2 = 6^2 + x^2$ 에서
$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13 \therefore x = \sqrt{13}$
x 를 가장 긴 변으로 하면
$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$
$\therefore x = \sqrt{13}$ 또는 $\sqrt{85}$ (cm)

9. 다음은 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 수선을 내린 것이다. $\overline{AC} = x$ 라고 했을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

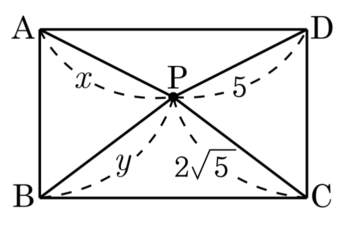
해설

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$4 = \frac{\sqrt{6}}{3}x$

$\therefore x = 4 \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

11. 가로와 세로의 길이의 비가 5 : 2 이고 대각선의 길이가 $2\sqrt{29}$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

① 28 ② 20 ③ 18 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

해설

가로의 길이를 $5x$, 세로의 길이를 $2x$ 라고 하면,
직사각형의 대각선의 길이
$2\sqrt{29} = \sqrt{(5x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{29}x$ 가 되어 $x = 2$ 이다.
따라서 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10, 4 이므로
직사각형의 둘레의 길이는 $2 \times 10 + 2 \times 4 = 28$ 이다.

12. 넓이가 160 인 정사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{5}$

해설

넓이가 160 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(4\sqrt{10})^2 + (4\sqrt{10})^2 = x^2$
$x^2 = 320$
그런데, $x > 0$ 이므로
$x = \sqrt{320} = \sqrt{8^2 \times 5} = 8\sqrt{5}$ 이다.

13. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답: ____________ cm^2

▷ 정답: $384\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

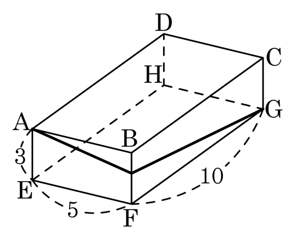
한 모서리의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$라고 하면,
$\sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$이므로 $a = 8$
$\therefore$ (정육면체의 겉넓이) $= 64 \times 6 = 384(\mathrm{cm}^2)$

14. 대각선의 길이가 $2\sqrt{6}$ 인 정육면체의 부피는?

① $16\sqrt{3}$　② $16\sqrt{2}$　③ $8\sqrt{2}$
④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$　⑤ $2\sqrt{2}$

해설
한 모서리의 길이를 x라고 하면
(대각선의 길이) $= \sqrt{3}x = 2\sqrt{6},\ x = 2\sqrt{2}$
$\therefore$ (부피) $= (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}$

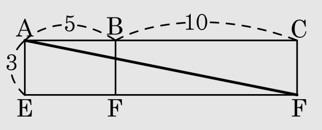
15. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A 에서 모서리 BF 를 거쳐 점 G 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $\sqrt{243}$　② $3\sqrt{26}$　③ $2\sqrt{89}$　④ $2\sqrt{41}$　⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{3^2+(5+10)^2} = \sqrt{9+225} = \sqrt{234} = 3\sqrt{26}$



16. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

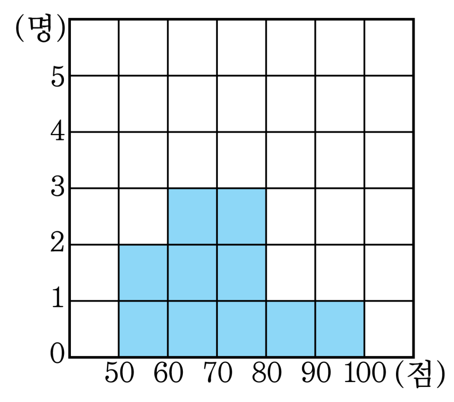
▶ 답: 점

▷ 정답: 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은
$8.5 \times 4 = 34$(점)
5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$\frac{34+x}{5} = 7.5,\quad 34+x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5$(점)

17. 다음 히스토그램은 학생 10명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

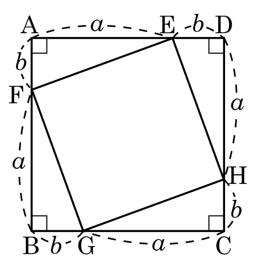
해설

평균: $\dfrac{55\times 2+65\times 3+75\times 3+85\times 1}{10}+\dfrac{95\times 1}{10}=71$

편차: $-16,\ -6,\ 4,\ 14,\ 24$

분산: $\dfrac{(-16)^2\times 2+(-6)^2\times 3+4^2\times 3}{10}+\dfrac{14^2\times 1+24^2\times 1}{10}=\dfrac{1440}{10}=144$

18. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4 개의 직각삼각형과 1 개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?



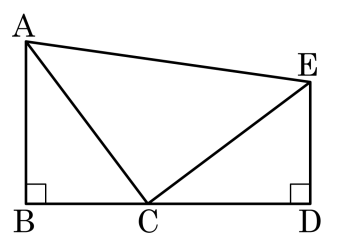
① $\sqrt{29}\,\mathrm{cm}^2$　② $29\,\mathrm{cm}^2$　③ $2\sqrt{30}\,\mathrm{cm}^2$

④ $30\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $31\,\mathrm{cm}^2$

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{\mathrm{EF}} = \sqrt{29} = \overline{\mathrm{FG}} = \overline{\mathrm{GH}} = \overline{\mathrm{HE}}$ 이므로 □EFGH 는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $29\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

19. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\triangle ACE$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이고, $\triangle ACE = 200$, $\overline{CD} = 12$ 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



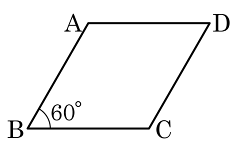
① 100 ② $64 + 20\sqrt{3}$ ③ $32 + 10\sqrt{2}$

④ 80 ⑤ $56 + 20\sqrt{2}$

해설

$\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고, $(\overline{AC})^2 = 2 \times 200 = 400$ 이므로
$\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.
또, $\overline{AE} = \sqrt{400 + 400} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$
$\overline{CE} = 20$, $\overline{CD} = 12$ 이므로
$\triangle CDE$ 는 피타고라스 정리에 의해
$\overline{DE} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ 이다.
$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$ 이므로
따라서 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는 $16 + 12 + 16 + 12 + 20\sqrt{2} = 56 + 20\sqrt{2}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\angle B = 60°$ 이고, 넓이가 $24\sqrt{3}$ 일 때, $\square$ABCD 의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

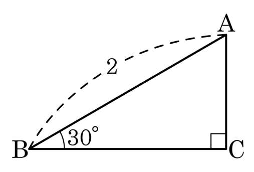
점 A 와 점 C 를 이으면 $\triangle$ABC 의 넓이는 $12\sqrt{3}$

$\triangle$ABC 는 정삼각형이므로 한 변의 길이를 a 라고 하면, 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 12\sqrt{3}$, $a^2 = 48$

$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$

21. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 나머지 두 변의 길이의 합을 구하면?

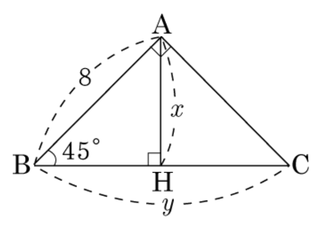


① $1 + \sqrt{3}$ ② $2 + 2\sqrt{3}$ ③ $1 + 3\sqrt{3}$
④ $3 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$1 : 2 = \overline{AC} : 2 \qquad \therefore\ \overline{AC} = 1$
$\sqrt{3} : 1 = \overline{BC} : 1 \qquad \therefore\ \overline{BC} = \sqrt{3}$
$\therefore\ 1 + \sqrt{3}$

22. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 45°$ 이고, 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = 8$, $y = \overline{BC} = 8\sqrt{2}$
$\triangle ABH$ 도 직각이등변삼각형이므로
$x = \dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$
$\therefore\ x - y = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$