1. 집합 $A = \{1,\ 2,\ \{1, 2\}\}$에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $1 \in A$　　② $\{1, 2\} \in A$　　③ $\{1\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \subset A$　　⑤ $\{2\} \in A$

해설

① 1 은 집합 A 의 원소이므로 (참)
② $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 원소이므로 (참)
③ 1 이 집합 A 의 원소이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분 집합이다.(참)
④ $1, 2$ 가 집합 A 의 원소이므로 $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.(참)
⑤ $\{2\}$ 는 A 의 원소가 아니므로 $\{2\} \notin A$ 이고 $\{2\} \subset A$ 이다.(거짓)

2. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2\}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $0 \in A$　② $\varnothing \subset A$　③ $\{0,\ 1\} \subset A$

④ $\{-1,\ 0\} \not\subset A$　⑤ $\{0\} \in A$

해설

① 0은 A의 원소이므로 $0 \in A$
② 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\varnothing \subset A$
③ $\{0,1\}$은 A의 부분집합이므로 $\{0,\ 1\} \subset A$
④ $-1 \notin A$이므로 $\{-1,0\}$은 A의 부분집합이 아니다.
⑤ $\{0\}$은 A의 부분집합이므로 $\{0\} \subset A$
$\therefore\ \{0\} \notin A$

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\{6, 7\} \cap \{6\} = \{6\}$

② $\{\triangle, \triangleright\} \cap \{\triangleright, \triangledown, \triangleleft\} = \{\triangleright\}$

③ $\{s, o, u, t, h\} \cap \{n, o, r, t, h\} = \{o, t, h\}$

④ $\left\{x \mid x\text{는 2의 배수}\right\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \varnothing$

⑤ $\left\{x \mid x\text{는 9의 약수}\right\} \cap \left\{x \mid x\text{는 12의 약수}\right\} = \{3\}$

해설

⑤ $\left\{x \mid x\text{는 9의 약수}\right\} = \{1, 3, 9\}$,
$\left\{x \mid x\text{는 12의 약수}\right\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
$\{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3\}$

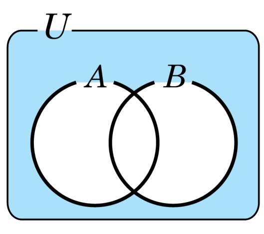
4. 전체집합 $U = \{x|x$는 20보다 작은 짝수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x|x$는 16의 약수 중 짝수인 자연수$\}$
에 대하여 A^c 의 원소는?

① 2　② 4　③ 5　④ 8　⑤ 11

해설

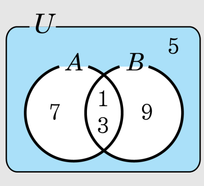
$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$
$A = \{2, 4, 8, 16\}$
$A^C = U - A = \{6, 10, 12, 14, 18\}$

5. 전체집합 $U = \{1,3,5,7,9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1,3,7\}$, $B = \{1,3,9\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{5\}$ ④ $\{1,3\}$ ⑤ $\{5,6\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{5\}$ 이다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\{2\}$

해설

$A^c = \{2,\ 4\}$, $B^c = \{1,\ 2,\ 5\}$, $A^c \cap B^c = \{2\}$

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.

② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.

③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.

④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.

⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$
$\therefore\ 2^3 - 1 = 7$ (참)
③ $A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad A,\ B$ 는 서로소
$\therefore\ \{3,\ 6,\ 7\} \cap \{4,\ 5,\ 6\} \neq \varnothing$ (거짓)
④ (참)
⑤ (참)

8. a, b, x y가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$일 때 $ax + by$의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16　② -4　③ 0　④ 4　⑤ 16

해설

a, b, x, y가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
$8 \times 2 \geq (ax + by)^2$
$\therefore -4 \leq ax + by \leq 4$
(최댓값) $\times$(최솟값)$= -16$

9. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$f(x)=\begin{cases}0 & (x\text{는 유리수})\\ \sqrt{2} & (x\text{는 무리수})\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}1 & (x\text{는 유리수})\\ \sqrt{3} & (x\text{는 무리수})\end{cases}$ 일 때, $(g\circ f)(\pi)$의 값은 얼마인가?.

① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

해설

$(g\circ f)(\pi)=g(f(\pi))=g\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{3}$

10. 실수 x, y에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$이고 f가 일대일대응일 때, $f(0)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x에 대하여 $y = 0$을
$f(xy) = f(x)f(y)$에 대입하자.
$f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
$\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$이면
$f(0) = 1$, $f(1) = 1$, $f(2) = 1$,$\cdots$ 이다.
위는 $f(x)$가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
$f(x) = 1$은 부적당
$\therefore f(0) = 0$

11. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 $f,\ g,\ h$ 에 대하여 $(h\circ g)(x) = 3x+4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h\circ(g\circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned}(h\circ(g\circ f))(2) &= ((h\circ g)\circ f)(2)\\ &= (h\circ g)(f(2))\\ &= (h\circ g)(4)\\ &= 3\times 4+4 = 16\end{aligned}$$

12. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$

따라서, $a+b=1,\ \ a=-1$

$\therefore\ a=-1,\ \ b=2$

$\therefore a^2+b^2=(-1)^2+2^2=5$

13. 등식 $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}+\dfrac{1}{(x+3)(x+4)}=\dfrac{(\quad\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 (　　　)속에 들어갈 알맞은 수는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\dfrac{1}{AB}=\dfrac{1}{B-A}\left(\dfrac{1}{A}-\dfrac{1}{B}\right)$ 이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right) \\
&\quad +\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}\right)+\left(\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}\right) \\
&= \frac{1}{x}-\frac{1}{x+4} \\
&= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\
&= \frac{4}{x(x+4)}
\end{aligned}
$$

14. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x}-\frac{1}{1+x}}$$

① 1　② x　③ $-x$　④ $\frac{1}{x}$　⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

(준식)$=\dfrac{\frac{(1+x)+(1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x)-(1-x)}{(1-x)(1+x)}}=\frac{2}{2x}=\frac{1}{x}$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면

(준식)

$=\dfrac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x)+\frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x)-\frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}$

$=\frac{(1+x)+(1-x)}{(1+x)-(1-x)}=\frac{2}{2x}=\frac{1}{x}$

15. $x^2 - 3x + 1 = 0$에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x - 3 + \frac{1}{x} = 0$, $x + \frac{1}{x} = 3$

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

16. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2+2y^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}y$

$\therefore \frac{xy}{x^2+2y^2} = \frac{\frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2+2y^2} = \frac{6}{17}$

17. 유리수 a, b가 등식 $(a+\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$를 만족시킬 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$

무리수의 상등에 의하여

유리수 부분 : $(a^2 + 2) = 6,\ a^2 = 4$

무리수 부분 : $2a\sqrt{2} = b\sqrt{2},\ 2a = b$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4,\ ab = 8 \\ a = -2, b = -4,\ ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$\therefore ab = 8$

18. 분수함수 $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = \dfrac{3x-1}{x+1} = \dfrac{-4}{x+1} + 3$ 에서 점근선은

$x = -1,\ y = 3$

$a = -1,\ b = 3$

$\therefore\ a+b = 2$

19. 함수$y = \dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3,-2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점$(3,-2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$\Rightarrow -2 = 3a+b \cdots$ ①

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3,-2)$ 을 지나므로

$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$

$\Rightarrow 3 = \dfrac{-2a+b}{-4}$

$\Rightarrow -2a+b = -12 \cdots$ ②

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$\therefore a+b = -6$

20. 집합 $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 에 부분집합 중 원소 $1,\ 7$ 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 에서 원소 $1, 7$ 을 모두 포함하는 부분집합은
$\{1, 7\}$, $\{1, 3, 7\}$, $\{1, 5, 7\}$, $\{1, 3, 5, 7\}$
따라서 부분집합의 개수는 4 이다.

21. 두 명제 $p \to q$와 $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $\sim q \to \sim p$	㉡ $r \to \sim p$	㉢ $r \to p$
㉣ $p \to r$	㉤ $\sim q \to p$	

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$p \to q$와 $r \to \sim q$가 참이면 그 대우인 $\sim q \to \sim p$, $q \to \sim r$이 참
$p \to q \to \sim r$이므로 $p \to \sim r$가 참이고 그 대우인 $r \to \sim p$가 참

22. 다음 중 세 수 3^{30}, 4^{20}, 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$　　② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$　　④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

해설

$\left(\frac{3^{1.5}}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3 \times 1.7}{4}\right)^{20} > 1 (3^{1.5} = 3\sqrt{3} \fallingdotseq 3 \times 1.7)$

따라서 3^{30} 이 4^{20} 보다 크다.

$\left(\frac{3^2}{12}\right)^{15} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15} < 1$ 이 결과에서

12^{15} 이 3^{30} 보다 크다는 것을 알 수 있다.

23. $x^2 \neq 1$ 이고, $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때, $f(-x)$ 를 $f(x)$ 를 사용해서 나타내면 무엇인지 고르면?

① $f(x)$　　② $-f(x)$　　③ $\{f(x)\}^2$

④ $\dfrac{1}{f(x)}$　　⑤ $2f(x)$

해설

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

24. 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x) = 3x-1$, $g(x) = x^2-1$ 일 때, $(g \circ f^{-1})(5)$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f^{-1}(5) = k$ 라 하면 $f(k) = 5$, $3k - 1 = 5$

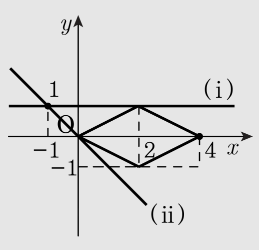
$\therefore k = 2$

$\therefore (g \circ f^{-1})(5) = g(f^{-1}(5)) = g(2) = 2^2 - 1 = 3$

25. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설



함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
$|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것
이다.
이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
$x+2y=2$ 의 그래프에서
$x \geq 0$, $y \geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한
것이고, 이를 x 축의 방향으로 2 만큼
평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
직선 $y=mx+m+1$은 m의 값에 관계없이
점 $(-1,\ 1)$을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(i) $m \leq 0$
(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$
(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$
따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

26. 한 변의 길이가 a 인 정삼각형과 반지름의 길이가 b 인 원의 넓이가 같을 때, $a^4 : b^4$ 의 값은?

① $8\pi^2 : 3$ ② $8\pi^2 : 5$ ③ $4\pi^2 : 1$
④ $12\pi^2 : 5$ ⑤ $16\pi^2 : 3$

해설

정삼각형과 원의 넓이가 각각 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, πb^2 이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \pi b^2$, $a^2 : b^2 = 4\pi : \sqrt{3}$

$\therefore a^4 : b^4 = 16\pi^2 : 3$

27. 함수 $f(x)=\dfrac{ax}{2x+3}$ 는 그 정의역과 치역이 같다고 한다. a의 값은? (단, $x \neq -\dfrac{3}{2}$)

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

$y=\dfrac{ax}{2x+3}=\dfrac{a}{2}+\dfrac{-\frac{3}{2}a}{2x+3}$ 이므로 치역은

$y \neq \dfrac{a}{2}$ 인 실수이다.

$\therefore \dfrac{a}{2}=-\dfrac{3}{2}$, 곧 $a=-3$

28. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 15 이하의 홀수$\}$에 대하여 $A = \{1,\ 3,\ 7,\ 11\}$, $B = \{7,\ 13\}$일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $A \cap B = \{7\}$

㉡ $A \cap B^c = \{1,\ 3,\ 7,\ 11\}$

㉢ $A^c \cap B = \{13\}$

㉣ $A^c \cup B^c = \{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$

㉤ $A^c \cap B^c = \{5,\ 9,\ 15\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$U = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$,
$A = \{1,\ 3,\ 7,\ 11\}$, $B = \{7,\ 13\}$
㉡ $A \cap B^c = A - B = \{1,\ 3,\ 11\}$
㉢ $A^c \cap B = B - A = \{13\}$
㉣ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$
㉤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5,\ 9,\ 15\}$

29. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$일 때, 다음 $\boxed{}$안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 고르면?

보기

$A - B \ \boxed{} \ A$

① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$에서 $n(A \cap B) = 0$이므로 $A \cap B = \varnothing$이다.

$A - B \boxed{} \ A$에서 $\boxed{}$안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset$, $\supset$, $=$이다.

30. 다음은 '자연수 n 에 대하여, n^2 이 3 의 배수이면 n 도 3 의 배수이다.' 라는 명제를 대우를 이용하여 증명하는 과정이다. (가), (나), (다), (라), (마) 에 들어갈 알맞은 식 또는 수끼리 짝지은 것을 고르면?

> 대우는 '자연수 n 에 대하여, n 이 3 의 배수가 아니면 n^2 도 3 의 배수가 아니다.' 이다. 3 의 배수가 아닌 자연수 n 은 3 으로 나누면 나머지가 1 또는 2 이므로
> $n = ($ 가 $)$ 또는 $n = ($ 나 $)$ (단, k는 음이 아닌 정수)
> 로 가정할 수 있다.
> (i) $n = ($ 가 $)$ 일 때
> $n^2 = 3($ 다 $) + 1$
> (ii) $n = ($ 나 $)$ 일 때
> $n^2 = 3($ 라 $) + 1$
> 이 되어 n^2 은 3 으로 나누면 나머지가 (마) 인 자연수가 된다.
> (i), (ii) 에 의하여 n 이 3 의 배수가 아니면 n^2 도 3 의 배수가 아니다. 그러므로 주어진 명제는 참인 명제이다.

① $3k-2,\ 3k-1,\ (3k^2+2k),\ (3k^2+4k+1),\ 2$

② $3k-1,\ 3k-2,\ (3k^2-4k+1),\ (3k^2-2k),\ 1$

③ $3k+2,\ 3k+1,\ (3k^2+2k),\ (3k^2+4k+1),\ 2$

④ $3k-2,\ 3k-1,\ (3k^2-4k+1),\ (3k^2-2k),\ 1$

⑤ $3k+1,\ 3k+2,\ (3k^2+2k),\ (3k^2+4k+1),\ 1$

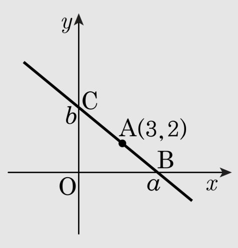
해설

3 의 배수가 아닌 수들은 3 으로 나눠서 1 또는 2 가 남아야 하므로 $3k+1$ 또는 $3k+2$ 이어야 한다.
제곱을 하여 계산하면 (다), (라)는 각각 $(3k^2+2k)$, $(3k^2+4k+1)$ 가 되고, 나머지가 1 인 자연수가 된다.
따라서 주어진 명제는 참인 명제이다.

31. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1\ (a>0, b>0)$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, △OBC 의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ $2\sqrt{6}$

해설



△OBC 의 넓이를 S 라 하면 $S=\frac{1}{2}ab$, A(3, 2) 는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 위의 점이므로

$$1=\frac{3}{a}+\frac{2}{b}\geq 2\sqrt{\frac{3}{a}\times\frac{2}{b}}=2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

양변을 제곱하면 $1\geq\frac{12}{S}$　$\therefore S\geq 12$

따라서 △OBC 의 넓이의 최솟값은 12 이다.

32. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에서 집합 $B = \{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개　② 18 개　③ 20 개　④ 24 개　⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는
$f(1)$: 4 가지
$f(2)$: 3 가지
$f(3)$: 2 가지
$\therefore\ 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)
그런데 $f(3) = 3$ 인 것이 6 가지 이므로
$f(x) \neq x$ 인 것은
$\therefore\ 24 - 6 = 18$ (가지)

33. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f\left(\frac{3x+1}{2}\right)=6x-5$ 일 때, $f(2x+1)$ 을 구하면?

① $x-1$ ② $2x-2$ ③ $4x-2$
④ $6x-3$ ⑤ $8x-3$

해설

$\frac{3x+1}{2}=t$ 라 하면 $2t=3x+1$

$\therefore x=\frac{2t-1}{3}$

$f\left(\frac{3x+1}{2}\right)=6x-5$ 에서

$f(t)=6\cdot\frac{2t-1}{3}-5=4t-7$

$\therefore f(2x+1)=4(2x+1)-7=8x-3$