

1. 다음 보기의 운동 경기 중 구기 종목이 모임을 집합 A 라고 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

보기

농구, 씨름, 양궁, 축구, 육상, 수영, 사이클, 유도, 레슬링, 복싱, 야구

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

구기 종목은 농구, 축구, 야구인 세 종목이다.
따라서 $n(A) = 3$ 이다.

2. 어떤 두 집합 A, B 사이의 포함관계가 $A \subset B$ 이다. 이 때, 집합 A, B 가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ① $A = \{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 짝수}\}, B = \{x|x\text{는 } 2\text{의 배수}\}$
- ② $A = \{x|x\text{는 } 9\text{의 배수}\}, B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$
- ③ $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}, B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ⑤ $A = \{x|x\text{는 소수}\}, B = \{x|x\text{는 홀수}\}$

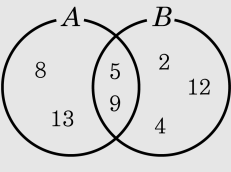
해설

- ① $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \therefore A \subset B$
- ② $A = \{9, 18, 27, \dots\}, B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \therefore A \subset B$
- ③ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\} \therefore A \not\subset B$
- ④ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \therefore A \subset B$
- ⑤ $A = \{2, 3, 5, 7, \dots\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\} \therefore A \not\subset B$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{5, 8, 9, 13\}$, $A \cap B = \{5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 5
- ④ 8
- ⑤ 9

해설



$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 원소 5와 9는 집합 B 에도 속한다.
 $5 \in B, 9 \in B$
 $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 의 원소에서 집합 A 의 원소들을 빼고 난 나머지는,
집합 B 에서 교집합에 속하는 원소들을 뺀 나머지 원소들이다.
따라서 2, 4, 12 는 집합 B 에 속한다.
 $2 \in B, 4 \in B, 12 \in B$

4. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 20\text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 16\text{의 약수 중 짝수인 자연수}\}$ 에 대하여 A^c 의 원소는?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 8 ⑤ 11

해설

$$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$A = \{2, 4, 8, 16\}$$

$$A^c = U - A = \{6, 10, 12, 14, 18\}$$

5. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$$

6. 다음 ()안에 알맞은 용어를 써 넣어라.

(1) 함수 $f : X \rightarrow X$ 에서 정의역 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) = x$ 인 함수를 ()라고 한다.
(2) 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 정의역 X 의 임의의 원 소 x 가 Y 의 오직 하나의 원소로 대응할 때, 이 함수를 ()라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 항등함수

▷ 정답 : 상수함수



7. 함수 $f(x) = ||x - 2| + 1|$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(-1) = ||-1 - 2| + 1| = 4$
 $f(3) = ||3 - 2| + 1| = 2$ 이므로
 $\therefore f(-1) - f(3) = 2$

8. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

9. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가) 조건이다.
 - 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나) 조건이다.

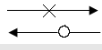
- ① 필요, 필요

② 필요, 충분
- ③ 충분, 충분

④ 충분, 필요
- ⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$



$a = b \therefore$ 필요

$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore$ 필요

10. $a > b > c > 0$ 일 때, $A = \frac{c}{b-a}$, $B = \frac{a}{b-c}$, $C = \frac{b}{a-c}$ 의 대소를
바르게 비교한 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$
④ $B < A < C$ ⑤ $C < A < B$

해설

$a > b > c > 0$ 에서
 $b - a < 0$, $b - c > 0$, $a - c > 0$ 이므로
 $A = \frac{c}{b-a} < 0$, $B = \frac{a}{b-c} > 0$
 $C = \frac{b}{a-c} > 0$
$$B - C = \frac{a}{b-c} - \frac{b}{a-c} = \frac{a(a-c) - b(b-c)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{a^2 - ac - b^2 + bc}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b) - c(a-b)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(b-c)(a-c)} > 0$$
$$\therefore B > C$$

따라서 $A < 0$, $B > C > 0$ 이므로
 $B > C > A$ 이다.

11. 양의 정수 전체의 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.
 $f(x) = (x \text{의 약수의 개수})$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$ 인 x 가 될 수 있는
것을 고르면?

① 5 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 24

해설

5의 약수 : 1, 5 $\Rightarrow f(5) = 2$
9의 약수 : 1, 3, 9 $\Rightarrow f(9) = 3$
12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 $\Rightarrow f(12) = 6$
15의 약수 : 1, 3, 5, 15 $\Rightarrow f(15) = 4$
24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 $\Rightarrow f(24) = 8$
따라서 보기 중 $f(x) = 4$ 인 것은 15

12. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면
 $f(a) = 1$, $f(b) = 5$
 $f(x) = 2x + 5$ 이므로
 $f(a) = 1$ 에서 $2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$
 $f(b) = 5$ 에서 $2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$
 $\therefore a + b = -2$

13. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

14. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

15. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x+2(y+4z)-8 \times z}{-5+2 \times 2-8 \times 3} \\ &= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25} \\ & \therefore A = -25 \end{aligned}$$

16. 다음 등식을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하면?

$$x(\sqrt{2}-3)+y(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-4$$

① $x=2, y=-1$

② $x=-1, y=-2$

③ $x=2, y=1$

④ $x=-1, y=2$

⑤ $x=1, y=2$

해설

$$(-3x+2y)+(x+y)\sqrt{2}=-4+3\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -3x+2y=-4 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$\therefore x=2, y=1$$

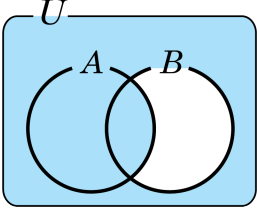
17. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

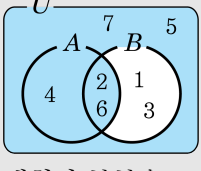
18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}, B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{1, 2, 5\}$ ② $\{2, 6, 7\}$ ③ $\{2, 4, 5, 7\}$
④ $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ ⑤ $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

19. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - (A - B) = \{3, 6\}$, $B - (A \cap B) = \{2, 7\}$ 일 때, 집합 B^c 의 모든 원소의 합은?

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B = \{3, 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B - (A \cap B) &= B \cap (A \cap B)^c \\ &= B \cap (A^c \cup B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup (B \cap B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup \emptyset \\ &= B \cap A^c = B - A = \{2, 7\} \end{aligned}$$

$$B = (A \cap B) \cup (B - A) = \{2, 3, 6, 7\}$$

$$\therefore B^c = \{1, 4, 5, 8, 9\}$$

원소의 합은 27이다.

20. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 보기 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $q \rightarrow \sim p$

㉡ $q \rightarrow r$

㉢ $\sim q \rightarrow \sim r$

㉣ $r \rightarrow \sim p$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다.

해설

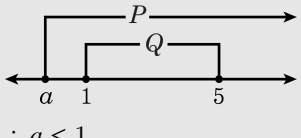
두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $r \rightarrow q$ 가 참이므로 각각의 대우인 $q \rightarrow \sim p$ 와 $\sim q \rightarrow \sim r$ 도 참이다. 또, $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim q \rightarrow \sim r$ 로부터 $p \rightarrow \sim r$ 이 참이고 그 대우 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다. 따라서 보기 중 참인 명제는 ㉠, ㉢, ㉣이다.

21. 두 조건 $p : a \leq x$, $q : 1 \leq x \leq 5$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a \leq -1$
- ② $a \leq 0$
- ③ $a \leq 1$
- ④ $a \leq 2$
- ⑤ $a \leq 3$

해설

$q \rightarrow p(T) \Rightarrow Q \subset P$



$\therefore a \leq 1$

22. $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{4}{a} + \frac{2}{b}$ 의 값은?

① $2+2\sqrt{2}$

② $3+2\sqrt{2}$

③ $4+2\sqrt{2}$

④ $5+2\sqrt{2}$

⑤ $6+2\sqrt{2}$

해설

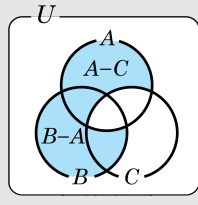
$$\begin{aligned} & \sqrt{11+2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}+(\sqrt{2})^2)} \\ &= 3+\sqrt{2} \therefore 3+\sqrt{2}=4. \dots \\ & \therefore \text{정수 부분 } a: 4, \text{ 소수 부분 } b: \sqrt{2}-1 \\ & \Rightarrow \frac{4}{a} + \frac{2}{b} = \frac{4}{4} + \frac{2}{\sqrt{2}-1} \\ & \qquad \qquad \qquad = 3+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

23. 전체 집합 $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설



$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$$(B - A) \cap (A - C) = \emptyset$$

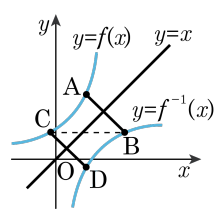
$$\therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) = n(A^c \cap B) + n(A - C)$$

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B) &= n(B - A) = n(B) - n(B \cap A) \\ &= 20 - 5 = 15 \end{aligned}$$

$$n(A - C) = n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17$$

$$\therefore 15 + 17 = 32$$

24. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다. 점 A의 x 좌표가 a 일 때, 점 D의 y 좌표는?(단, 점선은 x 축에 평행하다.)



- ① $-f^{-1}(a)$ ② $-f(a)$
 ③ a ④ $f^{-1}(a)$
 ⑤ $f^{-1}(f^{-1}(a))$

해설

A $(a, f(a))$ 로 놓으면 점 B는
 점 A와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 B $(f(a), a)$ 이다.
 또, 점 C는 점 B와 y 좌표가 같으므로 C (x, a) 로 놓으면 $f(x) = a$
 이므로
 $x = f^{-1}(a) \quad \therefore C(f^{-1}(a), a)$
 그런데 점 D는 점 C와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
 D $(a, f^{-1}(a))$
 따라서, 점 D의 y 좌표는 $f^{-1}(a)$ 이다.

25. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ 의 값은?
- $$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$
- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{5}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{1}}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$