1. 다음 보기의 운동 경기 중 구기 종목이 모임을 집합 A 라고 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

보기

농구, 씨름, 양궁, 축구, 육상, 수영, 사이클, 유도, 레슬링, 복싱, 야구

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

구기 종목은 농구, 축구, 야구인 세 종목이다.
따라서 $n(A) = 3$ 이다.

2. 어떤 두 집합 A, B 사이의 포함관계가 $A \subset B$ 이다. 이 때, 집합 A, B 가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

① $A = \{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 짝수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 2\text{의 배수}\}$

② $A = \{x|x\text{는 } 9\text{의 배수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$

③ $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

④ $A = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

⑤ $A = \{x|x\text{는 소수}\}$, $B = \{x|x\text{는 홀수}\}$

해설

① $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ \cdots\}$ $\therefore\ A \subset B$

② $A = \{9,\ 18,\ 27, \cdots\}$, $B = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ \cdots\}$ $\therefore\ A \subset B$

③ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ $\therefore\ A \not\subset B$

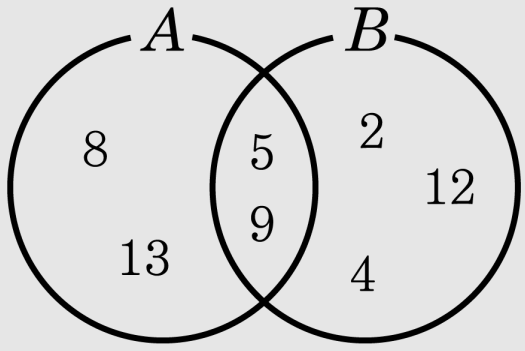
④ $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ $\therefore\ A \subset B$

⑤ $A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ \cdots\}$ $\therefore\ A \not\subset B$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{5, 8, 9, 13\}$, $A \cap B = \{5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 8 ⑤ 9

해설



$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 원소 5와 9는 집합 B 에도 속한다.

$5 \in B$, $9 \in B$

$A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 의 원소에서 집합 A 의 원소들을 빼고 난 나머지는,

집합 B 에서 교집합에 속하는 원소들을 뺀 나머지 원소들이다.

따라서 2, 4, 12 는 집합 B 에 속한다.

$2 \in B$, $4 \in B$, $12 \in B$

4. 전체집합 $U = \{x|x$는 20보다 작은 짝수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x|x$는 16의 약수 중 짝수인 자연수$\}$ 에 대하여 A^c 의 원소는?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 8 ⑤ 11

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

$A = \{2, 4, 8, 16\}$

$A^C = U - A = \{6, 10, 12, 14, 18\}$

5. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$n(A^C) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$

6. 다음 ( ) 안에 알맞은 용어를 써 넣어라.

(1) 함수 $f : X \to X$ 에서 정의역 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) = x$ 인 함수를 ( ) 라고 한다.
(2) 함수 $f : X \to Y$ 에서 정의역 X 의 임의의 원 소 x 가 Y 의 오직 하나의 원소로 대응할 때, 이 함수를 ( ) 라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 항등함수

▷ 정답 : 상수함수

해설

7. 함수 $f(x) = \| x-2 \| +1 \|$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(-1) = \| -1-2 \| +1 \| = 4$

$f(3) = \| 3-2 \| +1 \| = 2$ 이므로

$\therefore\ f(-1) - f(3) = 2$

8. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\dfrac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5,\ x = 4k, y = 5k(k \neq 0)$ 이므로

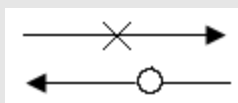
$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

9. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가) 조건이다.
- 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나) 조건이다.

① 필요, 필요
② 필요, 충분
③ 충분, 충분
④ 충분, 필요
⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$  $a = b$ ∴ 필요

$\{x \mid x$는 3의 배수$\} \supset \{x \mid x$는 6의 배수$\}$ ∴ 필요

10. $a > b > c > 0$일 때, $A = \dfrac{c}{b-a}$, $B = \dfrac{a}{b-c}$, $C = \dfrac{b}{a-c}$의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$

④ $B < A < C$ ⑤ $C < A < B$

해설

$a > b > c > 0$에서

$b-a < 0,\ b-c > 0,\ a-c > 0$이므로

$A = \dfrac{c}{b-a} < 0,\ B = \dfrac{a}{b-c} > 0$

$C = \dfrac{b}{a-c} > 0$

$$B - C = \frac{a}{b-c} - \frac{b}{a-c} = \frac{a(a-c) - b(b-c)}{(b-c)(a-c)}$$

$$= \frac{a^2 - ac - b^2 + bc}{(b-c)(a-c)}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b) - c(a-b)}{(b-c)(a-c)}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(b-c)(a-c)} > 0$$

$\therefore B > C$

따라서 $A < 0,\ B > C > 0$이므로

$B > C > A$이다.

11. 양의 정수 전체의 집합 X에서 Y로의 함수 f를 다음과 같이 정의한다. $f(x) = (x$의 약수의 개수$)$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$인 x가 될 수 있는 것을 고르면?

① 5 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 24

해설

5 의 약수 : $1, 5 \Rightarrow f(5) = 2$
9 의 약수 :$1, 3, 9 \Rightarrow f(9) = 3$
12 의 약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 12 \Rightarrow f(12) = 6$
15 의 약수 : $1, 3, 5, 15 \Rightarrow f(15) = 4$
24 의 약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 \Rightarrow f(24) = 8$
따라서 보기 중 $f(x) = 4$인 것은 15

12. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$를 $f(x) = 2x + 5$로 정의 할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$의 값은 얼마인가?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$로 놓으면

$f(a) = 1$, $f(b) = 5$

$f(x) = 2x + 5$이므로

$f(a) = 1$에서 $2a + 5 = 1$ $\therefore a = -2$

$f(b) = 5$에서 $2b + 5 = 5$ $\therefore b = 0$

$\therefore a + b = -2$

13. $\dfrac{x-2}{2x^2-5x+3}+\dfrac{3x-1}{2x^2+x-6}+\dfrac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$=\frac{x-2}{(2x-3)(x-1)}+\frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$$

$$=\frac{(x-2)(x+2)+(3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x+1}{(x+2)(x-1)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)}=2$$

14. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x - 3 + \frac{1}{x} = 0,\ x + \frac{1}{x} = 3$

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

15. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\frac{-x+2(y+4z)-8\times z}{-5+2\times 2-8\times 3}$$

$$= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25}$$

$$\therefore A = -25$$

16. 다음 등식을 만족하는 유리수 x, y의 값을 구하면?

$$x(\sqrt{2}-3)+y(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-4$$

① $x=2,\ y=-1$
② $x=-1,\ y=-2$
③ $x=2,\ y=1$
④ $x=-1,\ y=2$
⑤ $x=1,\ y=2$

해설

$(-3x+2y)+(x+y)\sqrt{2}=-4+3\sqrt{2}$

$\begin{cases} -3x+2y=-4 \\ x+y=3 \end{cases}$

$\therefore\ x=2,\quad y=1$

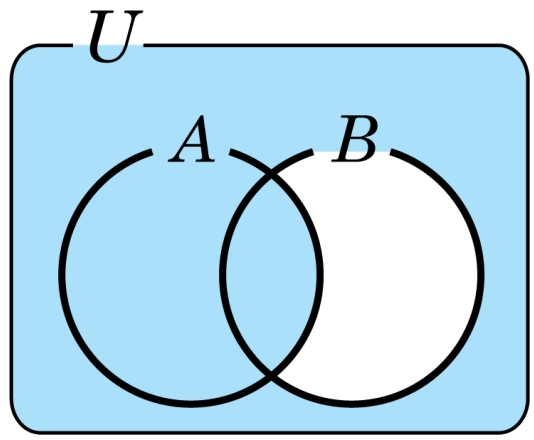
17. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$의 그래프를
x축의 방향으로 -1만큼, y축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.
$\therefore m+n = -1-2 = -3$

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x$는 6 이하의 짝수$\}$, $B = \{x | x$는 6의 약수$\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?

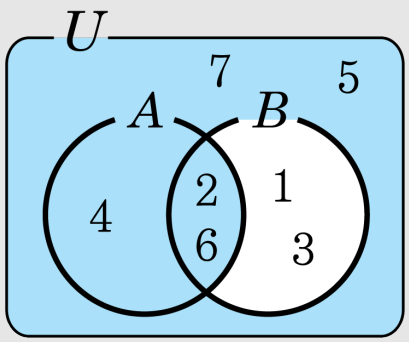


① $\{1, 2, 5\}$ ② $\{2, 6, 7\}$ ③ $\{2, 4, 5, 7\}$

④ $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ ⑤ $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

19. 전체집합 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - (A - B) = \{3,\ 6\}$, $B - (A \cap B) = \{2,\ 7\}$ 일 때, 집합 B^c 의 모든 원소의 합은?

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \varnothing \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B = \{3,\ 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B - (A \cap B) &= B \cap (A \cap B)^c \\ &= B \cap (A^c \cup B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup (B \cap B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup \varnothing \\ &= B \cap A^c = B - A = \{2,\ 7\} \end{aligned}$$

$B = (A \cap B) \cup (B - A) = \{2,\ 3,\ 6,\ 7\}$

$\therefore B^c = \{1,\ 4,\ 5,\ 8,\ 9\}$

원소의 합은 27이다.

20. 두 명제 $p \to \sim q$와 $r \to q$가 참일 때, 다음 보기 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $q \to \sim p$　　㉡ $q \to r$

㉢ $\sim q \to \sim r$　　㉣ $r \to \sim p$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 없다.

해설

두 명제 $p \to \sim q$와 $r \to q$가 참이므로 각각의 대우인 $q \to \sim p$와 $\sim q \to \sim r$도 참이다. 또, $p \to \sim q$와 $\sim q \to \sim r$로 부터 $p \to \sim r$이 참이고 그 대우 $r \to \sim p$도 참이다. 따라서 보기 중 참인 명제는 ㉠, ㉢, ㉣이다.

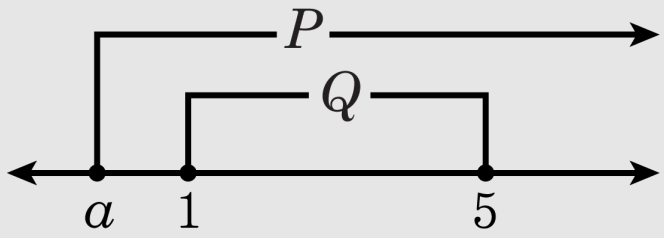
21. 두 조건 $p : a \le x$, $q : 1 \le x \le 5$에 대하여 p는 q이기 위한 필요조건일 때, 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a \le -1$ ② $a \le 0$ ③ $a \le 1$

④ $a \le 2$ ⑤ $a \le 3$

해설

$q \to p\,(T) \Rightarrow Q \subset P$



$\therefore a \le 1$

22. $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $\frac{4}{a}+\frac{2}{b}$의 값은?

① $2+2\sqrt{2}$ ② $3+2\sqrt{2}$ ③ $4+2\sqrt{2}$

④ $5+2\sqrt{2}$ ⑤ $6+2\sqrt{2}$

해설

$\sqrt{11+2\sqrt{18}}$

$=\sqrt{(\sqrt{9}+(\sqrt{2})^2}$

$=3+\sqrt{2}\ \ \therefore 3+\sqrt{2}=4.\cdots$

$\therefore$ 정수 부분 a: 4, 소수 부분 b: $\sqrt{2}-1$

$\Rightarrow \frac{4}{a}+\frac{2}{b}=\frac{4}{4}+\frac{2}{\sqrt{2}-1}$

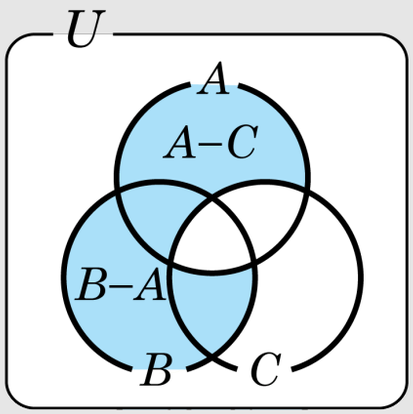
$=3+2\sqrt{2}$

23. 전체집합 $U = \{x \mid x \le 100$인 자연수$\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x$는 4의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 5의 배수$\}$, $C = \{x \mid x$는 6의 배수$\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설



$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$(B - A) \cap (A - C) = \varnothing$

$\therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) = n(A^c \cap B) + n(A - C)$

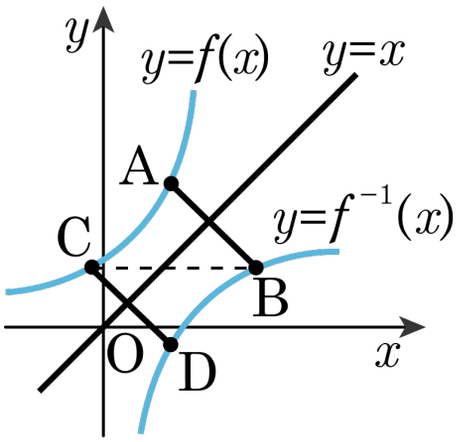
$n(A^c \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A)$

$= 20 - 5 = 15$

$n(A - C) = n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17$

$\therefore 15 + 17 = 32$

24. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$의 그래프이다. 점 A의 x좌표가 a일 때, 점 D의 y좌표는?(단, 점선은 x축에 평행하다.)



① $-f^{-1}(a)$ ② $-f(a)$

③ a ④ $f^{-1}(a)$

⑤ $f^{-1}(f^{-1}(a))$

해설

A $(a,\ f(a))$로 놓으면 점 B는
점 A와 직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로 B $(f(a),\ a)$이다.
또, 점 C는 점 B와 y좌표가 같으므로 C $(x,\ a)$로 놓으면 $f(x) = a$이므로
$x = f^{-1}(a)$ $\therefore C(f^{-1}(a),\ a)$
그런데 점 D는 점 C와 직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로
D$(a,\ f^{-1}(a))$
따라서, 점 D의 y좌표는 $f^{-1}(a)$이다.

25. 서로소인 두 자연수 m, $n(m>n)$에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$을 나타낼 때, $a_1+a_2+a_3+a_4$의 값은?

$$\frac{m}{n}=a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+\cdots}}}$$

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{151}{87}=1+\frac{64}{87}=1+\cfrac{1}{\cfrac{87}{64}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{23}{64}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{64}{23}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{18}{23}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cfrac{23}{18}}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{5}{18}}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{3}{5}}}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{2}{3}}}}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}}$$

$\therefore a_1=1,\ a_2=2,\ a_3=1,\ a_4=3$ 이므로

$a_1+a_2+a_3+a_4=1+2+1+3=7$